Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Dergisi

Afyon Kocatepe University Journal of Science and Engineering

AKÜ FEMÜBİD **20** (2020) 051302 (815-818) AKU J. Sci. Eng. **20** (2020) 051302 (815-818)

DOI: 10.35414/akufemubid.699852

Araştırma Makalesi / Research Article

Near Soft Bağlantılılık

Hatice TAŞBOZAN[1]

[1] *Hatay Mustafa Kemal Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Hatay*

e-posta: htasbozan@mku.edu.tr. ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-6850-8658

Geliş Tarihi: 06.03.2020 Kabul Tarihi: 15.10.2020

Anahtar kelimeler
Near Soft Küme; Near Soft Nokta; Near Soft Ayrık Küme; Near Soft Bağlantılı Küme

Öz

Bu makalede yeni bir kavram olan near soft yaklaşım uzaylarında tanımlı near soft kümeler üzerinde yeni bazı kavramlar tanımlanmaya çalışılmıştır. Near soft ayrılmış küme kavramını kullanarak near soft bağlantılı küme tanımlanmıştır. Ayrıca, near soft yaklaşım uzaylarında süreklilik kavramı ele alınmıştır. Near soft bağlantılılık kavramının, near soft yaklaşım uzaylarında süreklilik altında korunduğu incelenmiştir.

Near Soft Connectedness

Keywords
Near Soft Set; Near Soft Point; Near Soft Disjoint Set; Near Soft Connected Set

Abstract

In this article, some new concepts are tried to be defined on the near soft sets defined in the near soft approximation spaces. Using the concept of near soft separated cluster, a near soft connected cluster is defined. In addition, the concept of continuity in near soft approximation spaces is discussed. It has been examined that the concept of near soft connectivity is maintained under continuity in near soft approach spaces.

1. Giriş

Sağlık, eğitim, mühendislik gibi insanla ilgili sosyal alanlarda karşılaşılan belirsizlik problemlerine yönelik yapılan çalışmalardan en temeli Zadeh tarafından ortaya konulan fuzzy küme teorisidir (Zadeh 1979). Bu belirsizlik problemlerine yönelik ilk yaklaşım olan fuzzy küme teorisinden sonra belirsizlik problemlerine uygulanması daha kolay olan ve Molodsov tarafından elde edilen soft(yumuşak) küme teorisi verildi (Molodtsov 1999) ve daha sonraki yıllarda da geliştirildi (Maji 2003, Cagman vd. 2011, Aktas ve Cagman 2007, Ali vd. 2009). Cebirsel olarak, soft küme kavramı Wardowski (2013) tarafından incelenmiştir.
Nesnelerin, yakınlıkların dikkate alındığı Peters (2007) tarafından verilen near(yakın) küme kavramı ile ise algısal olarak birbirine yakın, yani benzer açıklamalara sahip nesneler ayırt edilebildi. Yakın küme kavramı, özellik seçimine göre yaklaşım ile nesnelerin topluluklarının ölçülebilir bilgi içeriğindeki saklı durumların fark edilebilmesi için gerekli sonuçlar elde eder. Yakın küme ve soft küme kavramlarının birleştirilmesi ile near soft küme kavramı Tasbozan vd. (Tasbozan vd. 2017) tarafından verilmiştir.
Bu yazının amacı near soft küme ve bu küme üzerinde kurulacak olan topolojiyide bağlantılı kümeler ve near soft kümeler arasında tanımlanan bir sürekli dönüşümünde bağlantılılık özelliğinin korunduğu incelenecektir. Bu da bize near soft yaklaşım uzayının belirsiz birçok kavramın matematiksel ifadesini uygulamada hayatı kolaylaştırıcı yöntemler geliştirmesini sağlamasından yola çıkarak, yeni yöntemler geliştirilmesini sağlayacaktır.

2. Temel Kavramlar

2.1 Soft Küme ve Near(Yakın) Soft Küme

Tanım 1: $\mathrm{P(U)}$, U'nun güç kümesini göstersin ve A, E'nin boştan farklı bir alt kümesi olsun. $\mathrm{F}: \mathrm{A} \rightarrow$

$\mathrm{P(U)}$ bir dönüşüm olmak üzere $\mathrm{G} = (\mathrm{F}, \mathrm{A})$ ikilisine U üzerinde bir soft küme denir (Molodtsov 1999).

Tanım 2: $NAS = (O, F, B, \sim B_r, N_r, \nu_{N_r})$ yakın yaklaşım uzayı ve $\sigma = (F, B)$; O kümesi üzerinde bir soft küme olsun. NAS yakın yaklaşım uzayındaki $\sigma = (F, B)$ kümesinin alt ve üst yakın yaklaşımları sırasıyla;

$N_r * (\sigma) = (F_*, B)$

ve

$N_r^*(\sigma) = (F^* B)$

şeklinde bir soft küme olarak gösterilir. $\forall \phi \in B$ için

$F_*(\phi) = N_r * (F(\phi)) = \{x \in O: [x]_{B_r} \subseteq F(\phi)\}$

$F^*(\phi) = N_r^*(F(\phi)) = \{x \in O: [x]_{B_r} \cap F(\phi) \neq \emptyset\}$.

$N_r *$ ve N_r^* operatörleri soft kümeler üzerinde alt ve üst near yaklaşımlar olarak adlandırılır. Eğer $Bnd_{N_r}(B) = (N_r^*(\sigma) - N_r * (\sigma)) \geq 0$ oluyorsa bu soft kümeye near(yakın) soft küme denir (Tasbozan vd. 2017).

Tanım 3: (F, B) near soft kümesinin tümleyeni $(F, B)^c$ ile gösterilir. Burada

$F^c(\phi) = O - \mathrm{F}(\phi), \forall \phi \in \mathrm{B}$

şeklindedir (Tasbozan vd. 2017).

2.2 Near Soft Topolojik Uzaylar

Tanım 4: $\sigma = (F, B)$; (O, B) kümesi üzerinde bir near soft küme ve τ; σ'nın tüm near soft alt kümelerinin bir ailesi olsun. B boştan farklı parametrelerin kümesi olmak üzere $(O, \tau)'$ye σ üzerinde bir near soft topoloji;

i) $(\emptyset, B), (O, B) \in \tau$ dir öyleki $\emptyset(\phi) = \emptyset$ ve $F(\phi) = F$, $\forall \phi \in \mathrm{B}$.

ii) τ'daki tüm near soft kümelerin kesişimi yine τ'dadır.

iii) τ'daki tüm near soft kümelerin kesişimi yine τ'dadır.

şartlarını sağlar.

(O, τ) ikilisine ya da (O, τ, B) üçlüsüne near soft topolojik uzay denir. (O, τ, B) near soft topolojik uzayının tüm elemanları near soft açık kümelerdir (Tasbozan vd. 2017).

3. Near Soft Bağlantılılık

Tanım 5: (O, τ), (O, B) üzerinde bir near soft topolojik uzay olsun. $(O, B)'$nin bir near soft alt kümesinin tümleyeni τ'da bir near soft açık küme oluyorsa, bu near soft kümeye near soft kapalı küme denir.

Tanım 6: (O, τ, B); O üzerinde bir near soft topolojik uzay ve (F, B), O üzerinde bir near soft küme olsun. (F, B) kümesinin near soft kapanışı $\overline{(F, B)}$; O üzerinde $(F, B)'$yi kapsayan en dar near soft kapalı kümedir.

Tanım 7: (F, B), O kümesi üzerinde bir near soft küme olsun. Eğer bir $e \in B$ için $F(e) = \{x\}$ ve $\forall e^c \in \mathrm{B} - \{\mathrm{e}\}$ için $F(e^c) = \emptyset$ oluyorsa (F, B) near soft kümesine near soft nokta(eleman) denir. Bir near soft eleman (x_e, B) ile gösterilir.

Tanım 8: (O, τ, B) near soft topolojik uzay, (F_1, B) ve (F_2, B), O üzerinde iki near soft küme olsun. Eğer $(F_1, B) \cap \overline{(F_2, B)} = \emptyset$ ve $\overline{(F_1, B)} \cap (F_2, B) = \emptyset$ İse (F_1, B) ve (F_2, B) kümelerine near soft ayrıktır denir.

Tanım 9: (O, τ, B) near soft topolojik uzay olsun. Eğer $(F_1, B) \cup (F_2, B) = (O, B)$ olacak şekilde (F_1, B) ve (F_2, B) gibi iki ayrık near soft küme varsa bu kümeler (O, τ, B) near soft topolojik uzayının bir parçalanmasıdır denir. Eğer (O, τ, B) near soft topolojik uzayı bir parçalanmaya sahipse bu topolojik uzaya near soft bağlantısız uzay denir. Aksi durumda bu topolojik uzaya near soft bağlantılı uzay denir.

Örnek 1:

Çizelge 1. $O = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ algılanabilir nesnelerin kümesinin çıkarım fonksiyonlarındaki değer tablosu

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
ϕ_1	5	2	5	1	1
ϕ_2	3	1	1	3	2
ϕ_3	4	4	2	1	3

$O = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ algılanabilir nesnelerin kümesi, $B = \{\phi_1, \phi_2\} \subseteq \mathrm{F} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$ çıkarım fonksiyonları olmak üzere; O kümesi üzerinde bir $\sigma = (F, B)$ soft küme

$\mathrm{F}(\phi_1) = \{x_1, x_2\}, \mathrm{F}(\phi_2) = \{x_2, x_3\}$

şeklinde olup, denklik sınıfları

$[x_1]_{\phi_1} = \{x_1, x_3\}$,

$[x_2]_{\phi_1} = \{x_2\}$,

$[x_4]_{\phi_1} = \{x_4, x_5\}$,

$[x_1]_{\phi_2} = \{x_1, x_4\}$,

$[x_2]_{\phi_2} = \{x_2, x_3\}$,

$[x_5]_{\phi_2} = \{x_5\}$

şeklindedir. Burada

$\sigma = (F, B) \quad = \{ (\phi_1, \{x_1, x_2\}), (\phi_2, \{x_2, x_3\})\}$

bir near soft kümedir. Çünkü;

$N_r * (\sigma) \quad = (F_*, B)$

$\quad = \{ (\phi_1, \{x_2\}), (\phi_2, \{x_2, x_3\})\}$

ve

$N_r^*(\sigma) = (F^*, B)$

$\quad = \{ (\phi_1, \{x_1, x_2, x_3\}), (\phi_2, \{x_2, x_3\})\}$

olup, $\phi_1, \phi_2 \in \mathrm{B}$ için $Bnd_{N_r}(B) \geq 0$ dir.

Ayrıca bu $\sigma = (F, B)$ near soft kümesi üzerinde bir (O, τ) near soft topolojik uzayı;

$(\mathrm{G}, \mathrm{B}) = \{ (\phi_1, \{x_2\})\}$,

$(\mathrm{H}, \mathrm{B}) = \{(\phi_2, \{x_2, x_3\})\}$,

$(\mathrm{K}, \mathrm{B}) = \{ (\phi_1, \{x_2\}), (\phi_2, \{x_2, x_3\})\}$

olmak üzere;

$\tau = \{(\mathrm{F}, \mathrm{B}), (\mathrm{G}, \mathrm{B}), (\mathrm{H}, \mathrm{B}), (\mathrm{K}, \mathrm{B}), (\emptyset, B), (O, B)\}$

olsun. Near soft kapalıların kümesi de

$\bar{\tau} = \{\{ (\phi_1, \{x_3, x_4, x_5\}), (\phi_2, \{x_1, x_4, x_5\})\}$,

$\{ (\phi_1, \{x_1, x_3, x_4, x_5\}), (\phi_2, O)\}$,

$\{ (\phi_1, O), (\phi_2, \{x_1, x_4, x_5\})\}$,

$\{ (\phi_1, \{x_1, x_3, x_4, x_5\}), (\phi_2, \{x_1, x_4, x_5\})\}$,

$(\emptyset, B), (O, B)\}$

olduğundan

$\overline{(H, B)} = \{\{ (\phi_1, \{x_1, , x_3, x_4, x_5\}), (\phi_2, O)\}$,

$\overline{(G, B)} = \{\{ (\phi_1, O), (\phi_2, \{x_1, x_4, x_5\})\}$

dır.

$(\mathrm{G}, \mathrm{B}) \cap \overline{(H, B)} = \emptyset$

ve

$\overline{(G, B)} \cap (\mathrm{H}, \mathrm{B}) = \emptyset$

olup, (G, B) ve (H, B) near soft kümeleri ayrıktır. Bu near soft topolojisinde birleşimleri (O, B) olacak şekilde iki ayrık near soft küme bulunmadığından bu near soft topolojik uzayı bir parçalanmaya sahip değildir. Yani (O, τ) near soft topolojik uzayı bağlantılıdır.

3.1 Near Soft Süreklilik

Tanım 10: (U, τ, A) ve (V, τ^*, B)near soft topolojik uzay olsunlar. $u: U \rightarrow V$ ve $p: A \rightarrow B$ dönüşümleri verilsin. Near soft küme ailelerini $NS(U)_A$, $NS(U)_B$ ile gösterelim.

$f_{pu}: NS(U)_A \rightarrow NS(V)_B$

fonksiyonu; her $(H, B) \in \tau^*$ için $f_{pu}{}^{-1}(H, B) \in \tau$ oluyorsa, f_{pu} fonksiyonuna near soft süreklidir denir.

Teorem 1: (U, τ, A) near soft bağlantılı topolojik uzay, (V, τ^*, B) herhangi near soft topolojik uzay olsun. $f_{pu}: NS(U)_A \rightarrow NS(V)_B$ fonksiyonu near soft sürekli bir fonksiyon ise $f_{pu}(NS(U)_A)$ uzayı near soft bağlantılıdır.

İspat: $(K, B) = f_{pu}(U, A) \subset (V, B)$ ve (K, B) near soft bağlantısız küme olsun. Bu durumda farklı ayrık $(W, B), (Z, B) \in \tau^*$ var öyleki

$(K, B) = (W, B) \cup (Z, B)$

dir. f_{pu} fonksiyonu near soft sürekli olduğundan

$f_{pu}{}^{-1}(W, B) \in \tau$,

$f_{pu}{}^{-1}(Z, B) \in \tau$,

$f_{pu}{}^{-1}(W, B) \neq \emptyset$,

$f_{pu}{}^{-1}(Z, B) \neq \emptyset$

ve

$f_{pu}{}^{-1}(W, B) \cap f_{pu}{}^{-1}(Z, B) = \emptyset$

dır. Üstelik

$f_{pu}{}^{-1}(W, B) \cup f_{pu}{}^{-1}(Z, B) = (U, A)$

dır. Bu da $(U, A)'$nın near soft bağlantılı olması ile çelişir. O halde

$(K, B) = f_{pu}(U, A)$

near soft bağlantılıdır.

Örnek 2: Çizelge 1 esas alınarak

$U = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$

ve

$V = \{x_1, x_2, x_3\}$

algılanabilir nesnelerin kümesi,

$B = \{\phi_1, \phi_2\} \subseteq \mathrm{F} = \{\phi_1, \phi_2, \phi_3\}$

çıkarım fonksiyonları verilsin.

$(\mathrm{U}, \tau, B) = \{(\phi_1, U), (\emptyset, B), (U, B) \}$

near soft topolojik uzayı ve

$(V, \tau^*, B) = \{(\phi_1, \{x_1, x_3\}), (\emptyset, B), (V, B) \}$

near soft topolojik uzayı olmak üzere,

$u: U \rightarrow V, u(c) = x_1, \ c \epsilon U$

sabit dönüşüm ve $p: B \rightarrow B$ birim dönüşüm olsun.

$f_{pu}{}^{-1}((\phi_1, \{x_1, x_3\})) = (\phi_1, U) \in \tau$

dır. Yani

$f_{pu}: (\mathrm{U}, \tau, B) \rightarrow (V, \tau^*, B)$

fonksiyonu; (V, τ^*, B) topolojik uzayındaki her $(H, B) \in \tau^*$ için $f_{pu}{}^{-1}(H, B) \in \tau$ sağlar. Dolayısıyla f_{pu} fonksiyonu near soft süreklidir.
Ayrıca (U, τ, B) near soft topolojik uzayı birleşimleri (U, B) olacak şekilde iki ayrık near soft küme bulundurmadığından near soft bağlantılıdır. Benzer şekilde (V, τ^*, B) near soft topolojik uzayının da near soft bağlantılı olduğu görülür. Yani near soft bağlantılılık sürekli fonksiyonlar altında korunur.

4. Tartışma ve Sonuç

Bu makalede yeni bir kavram olan near soft yaklaşım uzaylarında tanımlı near soft kümeler üzerinde yeni bazı kavramlar tanımlandı. Near soft ayrılmış küme tanımından yararlanılarak near soft bağlantılı küme tanımlandı. Near soft küme üzerinde süreklilik kavramı tanımlanıp, ayrıca süreklilik altında near soft bağlantılılığın korunduğu gösterildi. Bu makalede tanımlanan yeni kavramlar, soft kümelerde uygulanan yöntemlerin geliştirilmesinde önemli katkı sağlayacaktır.

5. Kaynaklar

Aktas ,H. and Cagman, N., 2007. Soft sets and soft groups, Inform. Sci. (177) 2726- 2735.

Ali, M.I., Feng, F., Liu, X., Min, W.K. and Shabir, M., 2009. On some new operations in soft set theory. Computers & Mathematics with Applications, **57**, 1547-1553.

Çağman, N., Karataş, S. and Enginoglu, S., 2011. Soft topology. *Computers & Mathematics with Applications,* **62**, 351-358.

Maji, P.K., Biswas, R., and Roy, A.R., 2003. Soft set theory. *Computers & Mathematics with Applications*, **45**, 555-562.

Molodtsov, D., 1999. Soft set theory—first results. *Computers & Mathematics with Applications*, **37**, 19-31.

Peters, J.F., 2007. Near sets. General theory about nearness of objects. *Applied Mathematical Sciences*, **1**, 2609-2029.

Tasbozan, H., Icen, I., Bagirmaz, N. and Ozcan, A.F., 2017. Soft sets and soft topology on nearness approximation spaces. *Filomat*, **31**, 4117-4125.

Wardowski, D., 2013. On a soft mapping and its fixed points, Fixed point theory and Applications, **182** 1-11.

Zadeh, L.A., 1979. Fuzzy sets and information granularity. *Advances in fuzzy set theory and applications*, **11**, 3-18.