Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 14, Sayı 2, Aralık 2020, sayfa 1474-1503. ISSN: 1307-6086

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 14, Issue 2, December 2020, pp. 1474-1503. ISSN: 1307-6086

Araştırma Makalesi / Research Article

Views of Mathematics Teachers to Evaluate the Mathematical Understandings of Students: SPUR Approach

Rahime ÇELİK GÖRGÜT [1], Yüksel DEDE [2]

[1] Inebolu Vocational School, Kastamonu University, Kastamonu, rcelik@kastamonu.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-8596-6207

[2] Gazi Education Faculty, Gazi University, Ankara, ydede2000@hotmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7634-4908

Received : 09.03.2020 Accepted : 03.09.2020

Doi: 10.17522/balikesirnef.700662

Abstract – The aim of this study is to determine the views of mathematics teachers to evaluate students' mathematical understanding. For this purpose, holistic multi-case design, one of the qualitative research methods, was used in the study. In this context, the participants of the study consisted of 12 mathematics teachers who were determined by convenience sampling method. Research data were collected through a mathematical understanding evaluation form and semi-structured interviews prepared by the researchers. The analysis of the data was conducted using a directed content analysis method based on skills, properties, uses and representations [SPUR] approach. The results of the study revealed that mathematics teachers partly consider the dimensions of the SPUR approach when evaluating students' mathematical understanding. Also, the results of the study demonstrated that mathematics teachers mostly included the "skill" dimension of the SPUR approach in their evaluations, and although they wanted to include other SPUR dimensions in their evaluations, they could not do this adequately.

Key words: Mathematics, Understanding, Mathematics Understanding, Evaluation, SPUR approach

----

Corresponding author: Rahime ÇELİK GÖRGÜT, Inebolu Vocational School, Kastamonu University, Kastamonu, Turkey.

Summary

Mathematical understanding in general includes situations such as making explanations about the concept, showing examples, generalizing, practicing, using analogy and metaphor, adapting and representing new situations, making conclusions, proofing and establishing logical relationships, etc. (Perkins, 1993; Sierpinska, 1994). Understanding is one of the important goals / situations to be reached and achieved for teaching mathematics. In order to increase the effectiveness and efficiency of the lesson, it is important for teachers to know how students understand and how mathematically they can demonstrate this for a good mathematics education (Doğan & Güner, 2012). While making evaluation, this situation requires the mental processes as knowing when to use or not using a rule, transferring information from one form to another form, deciding whether the answers obtained make sense, generalizing, etc. (Yoong, 1987). However, studies on comprehension today mostly focus on students' mathematical understanding. For this reason, the competencies and practices of teachers in this regard are deemed worthy of investigation. However, the scarcity of studies on mathematical understanding today attracts attention (see Argat, 2012; Lauritzen, 2012; Arslan, 2013; Kaba & Şengül, 2015; Şengül & Kaba, 2016). It is seen that there is a limited number of studies on teachers' evaluations especially in evaluating and researching mathematical understanding by using multidimensional approaches (see Yoong, 1987; Ball, 1990; Wong & Kaur, 2015). Thus, it can be valuable in terms of filling the gap in this field and preparing a good basis for further studies on the subject by conducting studies on determining teachers' perspectives on this subject. So, the purpose of this research is to examine the opinions of mathematics teachers to evaluate students' mathematical understanding within the framework of SPUR approach.

In the research, a holistic multi-case study which has more than one state and each situation is handled and compared in itself, is used (Yin, 2003). The situation examined in the study is the opinions of mathematics teachers to evaluate students' mathematical understanding. The unit of analysis is the four dimensions of the SPUR approach. convenience sampling method, which is one of the purposeful sampling methods, was used for determining the participants. Participant of the study consisted 12 mathematics teachers. In order to collect qualitative data in the research, a semi-structured draft interview form, consisting of 8 items, was prepared. The prepared draft form was presented to the opinion of experts and in line with the feedback received from the experts, necessary arrangements were made. Semi-structured interviews with each participant took approximately 15-25 minutes. The analysis of the data was carried out using the directed content analysis method. In the analysis process, the SPUR

approach, expressed by Usiskin (2003) and suggested by Thompson and Kaur (2011), was taken as the theoretical framework. In this regard, the steps suggested by Creswell (2012) and Tesch (1990) were followed. In order to ensure reliability in the study; “member control” (Creswell, 1998) and “peer review” (Lincoln & Guba, 1985) were used. In addition, the codes and categories obtained were evaluated according to the dimensions of the SPUR approach, which Usiskin (2003) stated regarding mathematical understanding and Thompson and Kaur's (2011) assessment of mathematical comprehension and a "theoretical triangulation" was defined by this way (Cohen, Manion & Morrison, 2000). Finally, the participants' own expressions were broadly conveyed in the text, thereby a rich and in-depth description of the findings were provided (Creswell, 2012).

Study was analysed based on the SPUR approach. The “skill” component was found one of the components that teachers considered most when evaluating students' mathematical understanding. It was seen that some participants expressed that they considered students' computing skills and knowing the reasons for mathematical principles had an important place in mathematics and therefore they included it in their lessons. However, most of the participants also stated that students who demonstrate these and higher level skills understood the mathematics better but they did not include this situation in their evaluations. The component that teachers consider most when evaluating students' mathematical understanding was the use component. While evaluating the mathematical understanding of the students, it was observed that the students emphasized their ability to relate mathematical concepts to daily life. However, it was also observed in their evaluations that there were participants who stated that they did not emphasize the use of mathematical concepts in daily life problems. In the feature category, although some of the teachers stated that they used multiple representations in their evaluations, it was determined that the majority of teachers did not include multiple representations in their evaluations.

The results of the study revealed that the teachers’ opinions are gathered around the components of the SPUR approach. However, it was also observed that situations that prevent the application of these components (the structure of the examination system, the students having problems in perceiving multiple representations, the structure and content of the curriculum, the subject and the trio of teachers are not compatible as qualification etc.) are frequently included in the opinions of teachers. This process is considered to be important in terms of revealing that it can be possible with a holistic perspective on process, environment and evaluations in order to evaluate mathematical concepts, the learning-teaching environment and processes of mathematics on a healthy and valid basis. As a result, although the teachers adopted the SPUR dimensions and stated that they included these dimensions in their lessons, they stated that while making their evaluations they were only considering certain dimensions due to some limitations. In the current study, it has been determined that the “skill” component of the SPUR approach is the component that teachers consider most when evaluating students' mathematical understanding. In addition, the teachers stated that they did not give much place in their evaluations, although, they emphasized the “use” component of the SPUR approach or in other words, the ability to relate mathematical concepts to daily life. Similar situation has been found to apply to the other two SPUR components.

Matematik Öğretmenlerinin Öğrencilerin Matematiksel Anlamalarının Değerlendirilmesine Yönelik Görüşleri: SPUR Yaklaşımı

Rahime ÇELİK GÖRGÜT [1], Yüksel DEDE [2]

[1] İnebolu Meslek Yüksekokulu, Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu, rcelik@kastamonu.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-8596-6207

[2] Gazi Eğitim Fakültesi, Gazi Üniversitesi, Ankara, ydede2000@hotmail.com, https://orcid.org/0000-0001-7634-4908

Gönderme Tarihi: 09.03.2020 Kabul Tarihi: 03.09.2020

Doi: 10.17522/balikesirnef.700662

Özet – Bu çalışmanın amacı, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmeye yönelik görüşlerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda, çalışmada nitel araştırma desenlerinden bütüncül çoklu durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Bu bağlamda, çalışmanın katılımcıları, kolay ulaşılabilir örneklem yöntemiyle belirlenen 12 matematik öğretmeninden oluşmuştur. Araştırma verileri, araştırmacılar tarafından hazırlanan matematiksel anlamayı değerlendirme formu ve yarı-yapılandırılmış mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Verilerin analizi ise SPUR (beceri, özellik, kullanma ve temsil) yaklaşımına dayalı olarak yönlendirilmiş içerik analizi yöntemi ile yapılmıştır. Çalışma sonuçları, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmelerinde SPUR yaklaşımının boyutlarına (beceri, özellik, kullanma ve temsil) kısmen dikkat ettiklerini ortaya koymaktadır. Ek olarak öğretmenlerin değerlendirmelerinde en fazla SPUR yaklaşımının "beceri" boyutuna yer verdiklerini, değerlendirmelerinde diğer SPUR boyutlarına da yer vermek istemelerine rağmen bunu yeterince yapamadıklarını ortaya çıkmıştır.

Anahtar kelimeler: Matematik, Anlama, Matematiksel Anlama, Değerlendirme, SPUR Yaklaşımı.

Sorumlu yazar: Rahime ÇELİK GÖRGÜT, İnebolu Meslek Yüksekokulu, Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu, Türkiye.

Giriş

Günümüzde matematiğe yalnızca öğrenilmesi gereken bir disiplin değil aynı zamanda anlaşılması da gereken bir disiplin olarak bakılmaktadır (Ma, 1999). Doğal olarak bu yaklaşım, ilk olarak genelde anlama özelde de matematiksel anlama kavramlarının ne olduğunun belirlenmesini gerektirmektedir. Bu bağlamda, aşağıda anlama ve özellikle de matematiksel anlama kavramına yönelik tanımlama ve sınıflandırmalara yer verilmiştir.

Anlama ve Matematiksel Anlama

Anlama, sıklıkla entelektüel kapasiteyle ilişkilendirilmekte (Garegae, 2007) ve genel olarak "yorumlayıcı bir süreç olarak öğrenme" veya "derin öğrenme" olarak ifade edilmektedir (Harlen & James, 1997, s.367). Matematiksel anlama ise ilk olarak Skemp (1976) tarafından "enstrümantal anlama" ve "ilişkisel anlama" olmak üzere iki farklı sınıflandırma altında kullanılmıştır. Skemp (1976)'e göre enstrümantal anlama, bir yöntemin hangi problem durumlarında çalışıp çalışmadığını ezberlemeyi ve her yeni problem durumu için farklı bir yöntem öğrenmeyi gerektirirken, ilişkisel anlama ise sadece hangi yöntemin çalıştığını değil aynı zamanda neden çalıştığını da bilerek, yöntemi problemle ilişkilendirebilme ve yeni problem durumlarına uyarlayabilme becerisini de içermektedir. Bu bağlamda, bu iki matematiksel anlama sınıflaması birbirini tamamlar niteliktedir ve matematiksel uzmanlık için her ikisinin de gerekli olduğuna vurgu yapılmaktadır (Hiebert & Lefevre, 1986; Common Core State Standarts, 2010; Lauritzen, 2012). Byers ve Herscovics (1977) ise ilişkisel ve enstrümantal anlama konusunda Skemp ile aynı fikirde olduklarını belirtmiş ancak bu iki tür dışında daha farklı anlama türlerinin de olduğunu ileri sürmüşlerdir. Onlara göre, enstrümantal, ilişkisel, sezgisel ve biçimsel (formal) olmak üzere dört çeşit matematiksel anlama vardır. Farklı olarak gördükleri, sezgisel anlamayı bir problemin daha önce yapılmış bir analizi olmadan problemi çözebilme; formal anlamayı ise matematiksel sembol ve notasyonları ilgili matematiksel fikirler ile birleştirip bu fikirleri mantıksal akıl yürütme zincirlerine dahil edebilme yeteneği olarak tanımlamışlardır. Pirie ve Kieren (1994) ise matematiksel anlama konusunda ilkel bilgi, görüntü oluşturma, görüntüye sahip olma, özelliği fark etme, soyutlama, gözlemleme, yapılandırma ve keşfetme/icat etme olmak üzere sekiz anlama katmanından bahsetmişlerdir. İlkel bilgi; düşük matematik seviyesi anlamına gelmekten ziyade herhangi bir matematiksel anlamanın büyümesi için bir başlangıç noktası olarak görülmektedir. Bir öğrencinin daha önce inşa edildiği varsayılan bir kavram hakkındaki bilgisidir. Görüntü oluşturma; öğrencinin önceden bildiklerini ayırt etmesi ve yeni yollarla bunu kullanmasını içerir. Bu düzeydeki eylemler, bir kavram hakkında fikir sahibi olmak için öğrencinin zihinsel veya fiziksel olarak bir şeyler yapmasını gerektirir. Öğrenciler bu düzeyde ilkel bilgilerini kullanarak kavramın bir imajını oluşturmaya çalışırlar. Görüntüye sahip olmada ise tek etkinlikle ilişkili görüntüler zihinsel bir resimle değiştirilir. Öğrenenler bu katmanda, görüntüye zihinsel nesneler olarak sahip olurlar. Bu zihinsel resimlerin veya daha doğrusu zihinsel süreç odaklı görüntülerin geliştirilmesi, öğreniciyi matematiği özel fiziksel eylemleri gerçekleştirme ihtiyacından kurtarır. Özelliği fark etme/önemseme de ise birey/öğrenci zihinsel bir görüntüyü inceleyebilmekte ve görüntü ile ilişkili çeşitli nitelikleri belirleyebilmektedir. Belirli bir görüntünün içerisindeki özellikleri fark edilmesinin yanı sıra çoklu zihinsel görüntüler arasındaki ayrımları, kombinasyonları veya bağlantıları fark edebilmektedir. Soyutlama katmanında da birey/öğrenci, dikkat çeken özelliklerini nasıl karakterize ettiğine bağlı olarak önceki görüntülerinden bir yöntem veya genel bir özelliği soyutlamaktadır. Gözlemleme de kişi düşünme yeteneğini ortaya koymaktadır. Öğrenci kişisel düşünce süreçlerini gözlemleyebilmekte, yapabilmekte ve organize edebilmektedir. Aynı zamanda düşünce süreçlerinin sonuçlarını da bilebilmektedir. Bu katmanda, öğrenci biçimlendirilen kavramla ilgili bilişlere ilişkin sözlü anlatımlar da üretebilmektedir. Yapılandırma katmanındaki öğrenci ise bir teorem topluluğunun birbiriyle nasıl ilişkili olduğunun farkındadır. Ayrıca mantıksal veya meta-matematiksel argümanlar yoluyla ifadelerinin gerekçelendirilmesi veya doğrulanması için girişimde de bulunabilir. Sekizinci ve en dıştaki katman ise icat etmektir. Bu bölüm tam olarak yapılandırılmış bir anlamaya sahip olan kişinin, yeni bir kavramın geliştirilmesine neden olacak tamamen yeni sorular yazma/üretme becerisini gösterdiği düzeydir. Daha çok matematiksel anlamanın büyümesini ve gelişmesinin nasıl olduğuna yönelik bilgiler sunan Pirie ve Kieren'in ilkel bilgi, görüntü oluşturma, görüntüye sahip olma, özelliği fark etme boyutları, Skemp'in enstrümantal anlama boyutu kapsamında değerlendirilebilir. Pirie ve Kieren'in soyutlama, gözlemleme, yapılandırma ve keşfetme/icat etme boyutları ise Skemp'in ilişkisel anlama boyutu ile ilişkilendirilebilir. Diğer taraftan, Usiskin (2012) de matematiksel anlamanın farklı boyutlar içerdiğini belirtmiş ve matematiksel anlamanın beş farklı boyutu olduğunu ileri sürmüştür. Bunlar; bir algoritmanın kullanılmasından başlayarak, algoritmaların seçilmesine, karşılaştırılmasına ve yeni algoritmaların keşfine kadar uzanan algoritma boyutu, kavramların özelliklerini bilmeyi gerektiren özellik-ispat boyutu, bir kavramın uygulanmasından yola çıkılarak matematiksel modellerin kullanılması ve yeni modellerin keşfedilmesine kadar uzanan kullanma-uygulama boyutu, bir fikrin temsil edilmesinden başlayarak, temsillerin analizini ve yeni temsillerin keşfedilmesini içeren temsil-metafor boyutu ve son olarak ise matematiksel gerçeklerin zamanla nasıl geliştiğini ve farklı kültürlerde nasıl işlediğini/işlendiğini görmeyi ve anlamayı içeren tarih-kültür boyutudur. Bu boyutlara göre, matematiksel kavramları tam olarak anlayan bir kişinin, ilgili matematiksel kavramları içeren matematiksel gerekçeleri ve özellikleri, kavramların uygulama ve kullanım alanlarını, kavramlar için metafor ve analoji kullanmayı, kavramların tarihi ve farklı kültürlerdeki gelişim ve uygulama alanlarını bilmesi ve bunlara yönelik uygulamalar yapması gerekmektedir. Burada, Skemp'in enstrümantal anlama boyutu

Usiskin'in algoritma anlama boyutuyla ilişkilendirebilir. Skemp'in ilişkisel anlama boyutu ise Usiskin tarafından daha alt boyutlara ayrıştırılarak incelenmiştir. Ayrıca Skemp'in ilişkisel anlama boyutu Usiskin'in özellik-ispat boyutu, kullanma-uygulama ve temsil-metafor anlama boyutlarıyla ilişkilendirilebilir. Özet olarak matematiksel bir kavramın anlaşılması; kavramla ilgili açıklama yapma, örnek gösterme, genelleme yapma, uygulama yapma, analoji ve metafor kullanma, yeni durumlara uyarlama ve temsil etme vb. durumları içermektedir (Perkins,1993). Ayrıca, matematiksel anlama sonuç çıkarma, ispat yapma ve mantıksal ilişkiler kurmayı da gerektirmektedir (Sierpinska, 1994).

Matematiksel Anlamanın Değerlendirilmesi

Matematik öğretiminin amacının, yukarıda bahsedilen matematiksel anlama tanımıyla paralel olarak öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesini sağlamak olduğu göz önüne alındığında, matematik derslerinde yapılan değerlendirmelerin de bu becerileri ortaya çıkaracak ve ölçecek şekilde yapılmasını gerekli kılmaktadır. Bu kapsamda; matematik derslerinde yapılan değerlendirmeler, öğrencilerin matematik problemlerini çözme yeterlikleri, matematiksel olarak akıl yürütme becerileri, matematiksel dili kullanabilme, kavramlar hakkında tartışabilme ve analiz edebilme becerileri vb. farklı yönlerini içermelidir (Alkan & Altun, 1998; Wong & Kaur, 2015). Yani bu değerlendirmeler, öğrencilerin iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme-ispat, modelleme vb. (National Council of the Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013) matematiksel süreç becerilerini ortaya çıkaracak ve geliştirecek bir yaklaşımı/eğilimi kapsamalıdır. Ayrıca değerlendirmeler, öğrencilerin matematiksel kavramları ve işlemleri entegre edebilmelerine, yaratıcı ve eleştirel düşünmeyi gerektiren durumlarda bu kavram ve işlemleri uygulayabilme becerilerini de ortaya çıkarmalıdır (Sparkes, 1999). Bu kapsamda, matematik derslerinde öğrencilerin özellikle araştırma yapması, gerektiğinde keşif ve buluş yapması hedeflendiğinde, öğrencilerin tartışılan kavramları nasıl anlayıp yorumladıklarını göstermelerine uygun imkânlar sağlamak iyi bir değerlendirme stratejisi olabilir. Dolayısıyla anlayarak öğrenme, büyük kavramsal fikirler etrafında bilgiyi birleştirmek ve organize etmek üzerine kurulu olduğundan ve yeni problem durumlarını düşünmek ve çözmek için o alandaki kavramları, işlemleri ve stratejileri kaynak olarak kullanmayı içerdiğinden, yapılan değerlendirmelerin de öğrencilerin bildikleri ve anladıklarıyla ilgili performanslarını yansıtabilmelerine imkân veren türden olması gerekmektedir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2010). Ayrıca matematikte anlama; formüller ve tanımlarla sınırlı olmaktan öte, kavramlar, işlemler vb. ve bunlar arasındaki ilişkileri görmekle yakından ilgilidir. Dolayısıyla, bir bireyin/öğrencinin anlama becerisi değerlendirilirken, bu bireyin/öğrencinin bir kuralı ne zaman kullanacağını veya kullanmayacağını bilme, bilgiyi bir formdan başka bir forma transfer etme, elde edilen cevapların mantıklı olup olmadığına karar verme, genelleme yapma vb. zihinsel süreçlerinin göz önünde bulundurulması gerekmektedir (Yoong, 1987). Bu zihinsel süreçlerin genellikle tek bir görevle ilgili tek bir cevaptan çıkarılması ise olası değildir (Skemp, 1976; Harlen & James, 1997; Shafer & Romberg, 1999). Çünkü herhangi bir görev, anlama olmadan da doğru bir şekilde yerine getirilebilir. Bir öğrencinin bir konuyla ilgili birtakım doğru hesaplamalar yapabiliyor olması, sahip olduğu anlamanın derinliği ve genişliğine yönelik sağlıklı bir bilgi vermeyebilir. Bu nedenle, anlama için bir davranışsal ispat/delil oluşturmak adına çeşitli görevlere ihtiyaç vardır (Hiebert & Carpenter,1992; Harlen & James, 1997; Cai, 2002; Barmby, ve diğerleri, 2007) ve bu görevler de matematiksel anlamayı değerlendirmek adına çoklu bakış açılarının kullanılmasını gerekli kılmaktadır. Bu bağlamda Thompson ve Kaur (2011), Usiskin (2003)'in önerdiği matematiksel anlamanın değerlendirilmesinde çok boyutlu bir yaklaşım olan beceriler, özellikler, kullanımlar ve temsiller (skills, properties, uses and representations) [SPUR] yaklaşımının kullanılması gerektiğini belirtmişlerdir.

Matematiksel Anlama ve SPUR Yaklaşımı

Matematik derslerinde yapılan değerlendirmelerin, öğrencilerin başarısını genellikle sadece bir boyut üzerinde değerlendirmesi, öğretmenlerin öğrencilerinin anlamalarına yönelik yanlış bir değerlendirme yapmalarına neden olabilir. Bu nedenle, öğrencilerin matematiksel anlamalarına yönelik değerlendirmelerin çok boyutlu bir yaklaşımla yapılması sağlıklı bir değerlendirme yapılması için gereklilik arz etmektedir (Thompson & Kaur, 2011). Ancak bu şekilde, öğrencilerin bir matematiksel konu veya kavrama ilişkin bilgilerinin güçlü ve zayıf yönleri hakkında sağlıklı bilgi edinilebilir. Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel anlamalarının geçerli ve sağlıklı bir biçimde değerlendirilebilmesi için SPUR yaklaşımı önerilmiştir. SPUR yaklaşımını, beceriler (Skills), özellikler (Properties), kullanımlar (Uses) ve temsiller (Representations) olmak üzere dört boyuttan oluşmaktadır ve bu boyutlara sahip öğrencilerin iyi bir matematiksel anlamaya sahip olabilecekleri ileri sürülmektedir (Usiskin, 2003; Thompson & Kaur, 2011). Bu yaklaşımının boyutlarına ilişkin açıklamalar şu şekildedir;

a) Beceriler, öğrencilerin üzerinde ustalaşmaları gereken işlemleri temsil eder. Bunlar, standart algoritmaların uygulamalarından algoritmaların seçimine, karşılaştırılmasına ve teknoloji içeren işlemler de dâhil olmak üzere, algoritmaların keşfine ya da icat edilmesine kadar uzanır.

b) Özellik boyutu, matematiğin temelini oluşturan ilkeleri içerir ve matematiksel sonuçları doğrulamakta kullanılan bu ilkelerin/özelliklerin isimlendirilmesinden ispat yapmaya/yapılmasına kadar geniş bir yelpazeyi kapsar.

c) Kullanma boyutu, kavramların gerçek dünya durumlarına veya matematikteki diğer kavramlara uygulanmasına ve rutin sözel problemlerden matematiksel modellerin geliştirilmesine ve kullanılmasına kadar uzanır.

d) Temsil boyutu, kavramların standart temsillerinden grafik, resim ve diğer görsel tasvirlerini içerir ve kavramları temsil edecek yeni yolların keşfine kadar uzanır (Thompson & Senk, 2008).

Yukarıda verilen dört boyut incelendiğinde, bu dört boyutta da bir şekilde matematiksel süreç becerileri (problem çözme, iletişim, ilişkilendirme, akıl yürütme ve ispat kapsamında) ele alınabilir (MEB, 2013; NCTM, 2000). Bu bağlamda, SPUR'un beceriler boyutunun aslında matematiksel işlemlerin esnek, düzgün, etkili ve doğru bir şekilde yapılmasına vurgu yaptığı söylenebilir. Bu kapsamda bu değerlendirme boyutu, literatürde ifade edilen enstrümental anlama (Skemp, 1971), işlemsel bilgi (Hiebert & Lefevre, 1986) ve işlemsel akıcılık (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001) becerileri kapsamında değerlendirilebilir. Özellik boyutu da, matematiksel süreç becerilerinden matematiksel akıl yürütme ve ispat becerisi kapsamında ele alınabilir. Ayrıca bu boyut, Kilpatrick ve diğerleri (2001)'nin önerdiği matematiksel yeterlik boyutlarından uyarlayıcı mantık boyutu kapsamında da düşünülebilir. Kullanma boyutu ise matematiksel süreç becerilerinden ilişkilendirme (NCTM, 2000) ve matematiksel modelleme becerisi (NCTM, 2000; MEB, 2013) kapsamında değerlendirilebilir. Ek olarak bu boyut, literatürde ifade edilen kavramsal anlama (Skemp, 1971; Kilpatrick ve diğerleri, 2001) ve kavramsal bilgi (Hiebert & Lefevre, 1986) boyutları kapsamında da ele alınabilir. Son olarak temsil boyutu ise matematiksel süreç becerilerinden ilişkilendirme becerisi kapsamında değerlendirebilir (MEB, 2013, 2018). Bu bağlamda, öğrencilerin matematiksel anlamalarının değerlendirilmesinde SPUR yaklaşımının kullanımına yönelik bir örnek (oran-orantı kavramı) aşağıda verilmiştir.

Oran- orantı kavramının anlaşılmasının değerlendirilmesinde SPUR yaklaşımının kullanımı

Oran ve orantı kavramlarının öğretimi, İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı içinde önemli bir yer tutmaktadır (MEB, 2018). Bu bağlamda, yedinci sınıfta oran ve orantı alt öğrenme alanında öğrencilerin oranları verilen çoklukları belirlemeleri, gerçek hayat durumlarını inceleyerek orantısal durumları tespit etmeleri, doğru ve ters orantılı çoklukları anlayarak ilgili problemleri çözmeleri beklenmektedir (MEB, 2018, s.12). Buna göre, öğrenciler sadece basit hesaplamalar yapabiliyor fakat oran ve orantıyla ilgili özellikleri tartışamıyor veya oran ve orantı kavramlarını gerçek hayat durumlarına uyarlayamıyor veya oran-orantı kavramlarına ilişkin modeller oluşturamıyorlarsa o zaman öğrencilerin oran-orantı kavramlarına yönelik matematiksel anlamalarının sınırlı düzeyde kaldığı söylenebilir. Bu noktada, bir matematik öğretmeninin oran ve orantı konusunda öğrencilerinin matematiksel anlamalarını değerlendirmeye çalıştığı varsayılsın. Bu konuda, öğretmen öğrencilerine aşağıdaki gibi tipik bir oran-orantı sorusunu yöneltsin:

$$\frac{1}{25} = \frac{230}{x} \ \ ifadesinde\ x\ değeri\ kaçtır?$$

Öğrencilerin bu soruyu basit bir algoritma kullanarak çözebiliyor olması onların oran-orantı kavramlarına yönelik sağlıklı bir matematiksel anlamaya sahip oldukları anlamına gelmeyebilir. Bu durum sadece SPUR'un beceri boyutuna örnek olarak gösterilebilir. Halbuki öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına ilişkin bilgi sahibi olmaları istenen bazı temel ilkeler vardır. Bu ilkeler, öğretmenin öğrencilerinin anlamalarını istedikleri özellikler arasında yer aldığında öğretmen, öğrencilerinin,

$$\frac{1}{25} = \frac{x}{y} \ \ olacak\ şekilde\ x\ ve\ y\ değerlerini\ bulunuz.$$

$$Bulduğunuz\ bu\ x\ ve\ y\ değerleri\ nasıl\ değişmektedir?$$

şeklindeki soruları doğru biçimde cevaplamalarını bekleyebilir. Bu durum SPUR'un özellik boyutuna örnek olarak gösterilebilir. SPUR'un kullanma boyutu için ise öğrencilerden oran-orantı kavramlarını gerçek dünya durumlarına uygulayabilme ve duruma uygun modeller oluşturabilmeleri beklenmektedir. Ayrıca, öğrencilerden oran-orantı kavramlarının gerekli olabileceği durumlara yönelik kendi problemlerini oluşturmaları da istenebilir. Bu bağlamda, öğretmen öğrencilerine;

> Miniatürk'te antik çağdan Roma'ya ve Bizans'a, Selçuklu'ya ve Osmanlı'ya kadar bu topraklarda hüküm sürmüş birçok medeniyetin eserlerine yer verilmiştir. Miniatürk'te Türkiye ve Osmanlı coğrafyasından seçilen toplamda 135 mimari eserin 1/25 oranında küçültülmüş minyatür modelleri yer almaktadır. Bu modeller arasında yer alan ve anıtsal görünümü ile dikkat çeken Selimiye Camisi'nin minarelerinin uzunluğu 230 cm'dir. Buna göre, Selimiye Camisi'nin bir minaresinin uzunluğu gerçekte kaç m dir?

veya

"Çözümünde oran ve orantının kullanılabileceği bir gerçek hayat problemi yazınız." şeklinde sorular yöneltebilir.

Son olarak temsil boyutu göz önüne alındığında, öğretmenin, "öğrencilerin oran ve orantı kavramlarına yönelik sahip olmaları gerekli modeller nelerdir?" vb. soruları kendisine sorması beklenir ve bu bağlamda öğretmen,

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{25} \; için$$

X	1	2	3			6
Y	25			100	125	

"Tabloda boş bırakılan kısımları doldurarak, $\frac{x}{y} = \frac{1}{25}$ orantısını temsil eden grafiği koordinat sisteminde gösteriniz."

şeklinde bir soruyu öğrencilerine yöneltebilir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Anlama, matematik öğretimi için ulaşılması ve gerçekleştirilmesi gereken önemli hedeflerden/durumlardan biridir ve iyi bir matematik eğitimi için öğrencilerin nasıl anladığının ve matematiksel olarak bunu ne kadar gösterebildiklerinin öğretmenler tarafından bilinmesi dersin etkililiğini ve verimliliğini arttırabilmek adına önemlidir (Doğan & Güner, 2012). Bu bağlamda, öğretmenlerin bu konudaki yeterlilikleri ve uygulamaları da araştırılmaya değer görülmektedir. Ancak günümüzde matematiksel anlama üzerine yapılan çalışmaların azlığı dikkat çekmektedir (Argat, 2012; Lauritzen, 2012; Arslan, 2013; Birinci, Delice & Aydın, 2013; Kaba & Şengül, 2015; Şengül & Kaba, 2016). Özellikle matematiksel anlamanın değerlendirilmesin ve bu konuda çok boyutlu yaklaşımların kullanılarak öğretmenlerin değerlendirmelerinin araştırıldığı çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir (Yoong, 1987; Ball, 1990; Wong & Kaur, 2015). Nitekim öğretmenlerin bu konudaki bakış açılarının belirlenmesi üzerine çalışmaların yürütülmesi, bu alandaki boşluğu doldurması ve konu ile ilgili yapılacak ileri çalışmalara bir zemin hazırlaması bakımından değerli olabilir. Bu kapsamda bu araştırmanın amacı, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmeye yönelik görüşlerini SPUR yaklaşımı çerçevesinde incelemektir. Bu bağlamda, araştırmanın problemi "Matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmeye yönelik görüşleri nasıldır?" şeklinde belirlenmiştir.

Yöntem

Araştırma Deseni

Araştırmada, birden fazla durumun olduğu ve her durumun kendi içinde bütüncül olarak ele alınıp karşılaştırıldığı bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır (Yin, 2003). Çalışmada incelenen durum, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmeleridir. Araştırmanın analiz birimi ise öğretmenlerin değerlendirmelerindeki beceri, özellik, kullanma ve temsil boyutlarıdır.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları, 2018-2019 eğitim-öğretim döneminde Türkiye genelinde Milli Eğitim Bakanlığına bağlı okullarda görev yapan matematik öğretmenleridir. Katılımcıların belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir örnekleme yönteminde, araştırmacılar katılımcıları ulaşması kolay, araştırma için uygun ve gönüllü bireylerden seçmektedir (Gravetter & Forzano, 2012) ve araştırmacı, halihazırda var olan birey/öğe içerisinden yeteri sayıda bireyi/öğeyi katılımcı olarak belirlemektedir (Baltacı, 2018). Bu bağlamda katılımcılar, üç ortaokul ve dokuz lise matematik öğretmeninden oluşmuştur. Öğretmenlerin dört tanesi yüksek lisans diplomasına sahiptir. Beş erkek, yedi kadın öğretmenden oluşan katılımcıların kıdemleri ise üç yıl ile yirmi üç yıl arasında değişmektedir. Bu bilgilere göre, katılımcı grubun Türkiye'de 1997 yılında güncellenen Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği programlarından mezun oldukları görülmektedir. Katılımcı grubuna ait demografik bilgiler ise Tablo 1'de özetlenmiştir.

Tablo 1 Katılımcıların Demografik Bilgileri

No	Öğretmen	Cinsiyet	Eğitim Durumu	Kıdem	Görev Yaptığı Kademe
1	Ö1	Kadın	Lisans	18	Lise
2	Ö2	Erkek	Lisans	5	Lise
3	Ö3	Erkek	Yüksek Lisans	23	Lise
4	Ö4	Kadın	Lisans	12	Ortaokul
5	Ö5	Erkek	Lisans	12	Ortaokul
6	Ö6	Erkek	Yüksek Lisans	3	Lise
7	Ö7	Kadın	Lisans	8	Lise
8	Ö8	Erkek	Yüksek Lisans	5	Ortaokul
9	Ö9	Kadın	Lisans	3	Lise
10	Ö11	Kadın	Lisans	8	Lise
11	Ö10	Kadın	Lisans	8	Lise
12	Ö12	Kadın	Yüksek Lisans	4	Lise

Veri Toplama Araçları

Nitel araştırmada yaygın olarak kullanılan veri toplama yöntemlerinden biri olan görüşme, insanların perspektiflerini, tecrübelerini, duygularını ve algılarını ortaya koymada kullanılan oldukça güçlü bir yöntemdir (Bogdan & Biklen, 1992). Bu bağlamda çalışmada, nitel verilerin toplanması adına ilk olarak ulusal ve uluslararası literatür incelemesi yapılmıştır. Bu süreçte, matematiksel anlama ve matematiksel anlamanın değerlendirilmesi üzerine kaynaklar incelenmiştir. Bu süreç sonunda, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirme durumlarına yönelik görüşlerini belirlemeye yönelik sekiz maddeden oluşan yarı-yapılandırılmış bir taslak görüşme formu hazırlanmıştır. Hazırlanan taslak form ilk olarak matematik eğitimi alanında doktora sahibi iki uzmanın görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan alınan dönütler doğrultusunda görüşme formunda gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Uzmanlara göre birden fazla yargıyı bir arada içeren sorular ikiye bölünmüş ve ayrı birer soru haline getirilmiştir. Örneğin “Matematik derslerinde değerlendirme yapılırken nasıl bir yol izlenmeli ve nelere dikkat edilmelidir?” sorusu “Matematik derslerinde değerlendirme yapılırken nasıl bir yol izlenmelidir?” ve “Matematik derslerinde değerlendirme yapılırken dikkat edilmesi gereken ilkeler nelerdir?” şeklinde iki ayrı soru olarak düzenlenmiştir. Ayrıca, katılımcıların görüşme formunu nasıl anladıklarını belirlemek, araştırılan konuyu kapsayıp kapsamadığını tespit etmek, araştırılan verileri sağlayıp sağlamadığını ortaya çıkarmak vb. için MEB’e bağlı okullarda görev yapan iki ortaokul matematik öğretmeniyle de pilot yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelerden elde edilen veriler ışığında görüşme formuna son hali verilmiştir. Görüşme formunda yer alan sorulardan ikisi aşağıdadır:

1. Öğrencilerin bir matematiksel kavramı anladığını nasıl belirliyorsunuz?
2. Öğrencilerin bir matematiksel kavramı anlamaları için neler yapıyorsunuz?

Veri Toplama Süreci

Görüşme formuna dayalı yarı-yapılandırılmış görüşmeler, 2018-2019 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde bu çalışmanın birinci araştırmacısı tarafından yapılmıştır. Görüşmeler esnasında katılımcıların cevaplarına göre, katılımcılara farklı sorular da yöneltilmiştir. Çalışmanın katılımcılarına ilk olarak araştırmaya ilişkin bilgiler verilmiş ve görüşmeler ses kayıt cihazı kullanılarak kayıt altına alınmıştır. Bunun için katılımcılardan görüşmeler esnasında ses kayıt cihazının kullanılabilmesi hususunda gerekli izinler alınmıştır. Görüşmeler sırasında, araştırmacı katılımcıların görüşlerini etkilememek adına yönlendirici ifadelerde bulunmaktan kaçınmıştır. Her bir katılımcıyla yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler yaklaşık olarak 15-25 dakika sürmüştür.

Veri Analizi

Araştırma süresinde toplanan ses kayıtları ilk olarak bir yazılım programı yardımıyla katılımcıların görüşlerinde herhangi bir değişikliğe gidilmeden olduğu gibi yazıya aktarılmış ve analize uygun veri metinleri haline getirilmiştir. Verilerin analizi ise yönlendirilmiş içerik analizi yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Bu analiz yöntemi, analitik süreci yönlendiren bir teoriyle başlamaktadır ve amacı, kavramsal olarak teorik bir çerçeve oluşturmak veya var olan teoriyi/teorileri doğrulamak veya genişletmektir (Hsieh & Shannon, 2005). Bu bağlamda çalışmada, Usiskin (2003)'in matematiksel anlamaya dair ifade ettiği ve buna dayalı olarak Thompson ve Kaur (2011)'un matematiksel anlamanın değerlendirmesine yönelik önerdiği SPUR yaklaşımı teorik çerçeve olarak alınmıştır. Bu doğrultuda, Creswell (2012) ve Tesch (1990)'in önerdiği işlem basamakları da takip edilmiştir. Bu süreçte ilk olarak yazılı hale getirilen ses kayıtları bir nitel veri analiz programına aktarılmıştır. Her bir katılımcıyla yapılan yarı-yapılandırılmış görüşmeler araştırmacılar tarafından ayrı ayrı değerlendirilmiş ve verilerin çözümlemeleri yapılmıştır. Bu süreçte araştırmacılar arasında puanlayıcı güvenirliğini sağlamak adına Cohen (1960) tarafından önerilen Kappa istatistiği tekniği kullanılmış ve Kappa değeri 0,72 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuç araştırmacılar arasında önemli derecede uyum olduğunu göstermektedir (Landis & Koch, 1977). Daha sonra kod, kategoriler ve temalar üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmış, ortaya çıkan kod ve kategoriler, yukarıda bahsedilen iki uzmanın görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan gelen dönütlere göre kod ve temalarda değişikliklere gidilerek kod ve kategorilere son şekli verilmiştir. Örneğin, sorular için farklı bakış açıları geliştirme, yeni problem durumları ortaya koyma, problem kurma, çözüm stratejisi geliştirme vb. kodları içeren ve "soru ve çözüm yolları üretme" başlığı altında oluşturulan bir kategori, uzman görüşleri doğrultusunda "özellik" kategorisi ile birleştirilmiştir. Benzer şekilde uzmanlar tarafından oluşturulan ve içerisinde fikir üretme, mantıksal çıkarımlar yapma, genellemelere varma kodlarını barındıran ve "üretme" olarak bahsedilen kategori de yine "özellik" kategorisi altında toplanmıştır. Bu süreç sonunda, araştırmacılar ile uzmanlar arasında hesaplanan Kappa değerlerinin ise sırasıyla 0,70 ve 0,76 olduğu belirlenmiştir. Bu durum, araştırmacılar ve uzmanlar arasında da önemli derecede uyum olduğunu göstermektedir (Landis & Koch, 1977). Verilerin analizinde ve sunumunda ise katılımcıların gerçek isimlerine yerine Ö1, Ö2,… kısaltmaları kullanılmıştır.

Güvenirlik

Nitel araştırmaların geçerlilik ve güvenirliği, araştırmacının elde ettiği verilere dair yaptığı yorumlarla çalışmaya katılan grubun gerçeklerinin uyuşma derecesine bağlıdır. Yorumlamalar gerçeğe uygun olduğu ölçüde geçerli ve sınamalarda aynı çıktığı ölçüde güvenilir kabul edilmektedir (Şencan, 2005). İçerik analizinde güvenilirliği sağlamak adına kararlılık, tekrarlanabilirlik ve doğruluk olmak üzere üç tür kavram söz konusudur (Güler, Halıcıoğlu, Taşğın, 2015). Kararlılık, bir ölçüm veya kodlama durumunun tekrarlanan denemeler sonunda aynı sonuçları vermesidir. Yani, aynı araştırmacının oluşturduğu kategorilerin, yaptığı her kodlama çalışmasından sonra birbiriyle benzer veya aynı çıkmasıdır.

Tekrarlanabilirlik ise verilerin başka bir araştırmacı tarafından kodlandığında da ortaya çıkan kategorilerin araştırmacının elde ettiği temalarla aynı olmasıdır. Doğruluk ise bir sürecin özelliklerine uygunluk derecesidir. Yani, metinlerin standartlara ve istatistiki normlara sadık kalınarak sınıflandırılmasıdır (Krippendorff, 2004; Şencan, 2005; Colorado State University, 2018). Bu bağlamda, çalışmada güvenirliği sağlayabilmek için; ilk olarak araştırmacılar katılımcıların görüşmelerde kullandıkları kelimeler üzerinde herhangi bir değişikliğe gitmeden yazıya aktardıkları metinleri, katılımcıların onayına sunmuşlardır. Böylece yazılı verilerin güvenirliğinin sağlanmasında "üye kontrolü"nden (Creswell, 1998) yararlanılmıştır. Daha sonra, araştırmacılar aynı verileri birer hafta arayla bir nitel yazılım programı aracılığıyla üçer defa kodlamıştır. Üç kodlama sonucu birbiriyle karşılaştırılmış ve kodlamalar arasında tutarlılık olduğu görülmüştür. Bu işlem sonucunda, içerik analizi için kararlılık konusunda güvenirlik sağlanmaya çalışılmıştır. İkinci olarak matematik eğitimi üzerine doktora derecesine sahip iki uzmandan verileri kodlamaları ve kategorilere ayırmaları istenmiştir. Elde edilen kod ve kategoriler araştırmacıların yaptıkları kod ve kategoriler ile karşılaştırılarak bunlar arasındaki tutarlılığa bakılmıştır. Aradaki farklılıklar uzlaşı ile giderilmeye çalışılmıştır. Bu şekilde meslektaş (eş uzman) değerlendirmesinden yararlanılmıştır (Lincoln & Guba, 1985). Böylece, yapılan içerik analizinin tekrarlanabilirlik konusundaki güvenirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Ayrıca, elde edilen kod ve kategoriler, Usiskin (2003)'in matematiksel anlamaya dair ifade ettiği ve buna dayalı olarak Thompson ve Kaur (2011)'un matematiksel anlamanın değerlendirmesine yönelik önerdiği SPUR yaklaşımının boyutlarına göre değerlendirilerek burada bir "teorik üçgenleme" ye (Cohen, Manion & Morrison, 2000) de gidilmiştir. Son olarak, katılımcıların kendi ifadeleri metin içinde geniş bir şekilde aktarılmış ve böylece bulguların sunumunda zengin ve derinlemesine bir betimlemeye ulaşılmıştır (Creswell, 2012).

Bulgular

Matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmeye yönelik görüşleri SPUR yaklaşımına dayalı olarak analiz edilmiştir. Verilerin analizi sonunda, kategoriler ve bu kategorilere ait kodlar Tablo 2 de özetlenmiştir.

Tablo 2 Öğretmenlerin Matematiksel Anlamanın Değerlendirilmesine Yönelik Görüşleri

Kategori	Kod
Beceri	Temel kuralları bilme Temel kuralları kullanma Hangi işlemi uygulayacağını bilme Formülleri kullanma Algoritmaları kullanma
Özellik	Mantıksal çıkarım yapma Kuralların nereden geldiğini bilme Keşfetme Tümevarım yapma Analiz yapma Sentez yapma Farklı bakış açısı geliştirme Farklı stratejiler geliştirme Problem kurma
Kullanma	Matematik ile günlük yaşamı ilişkilendirme Matematiksel kavramları başka disiplinlerle ilişkilendirme ve kullanma Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme yapma ve kullanma
Temsil	Farklı temsiller kullanma

Verilerin analizi sonucunda elde edilen kategorilere ilişkin açıklamalar ise aşağıda alt başlıklar halinde sunulmuştur.

Beceri

Beceri bileşeni, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirirken en fazla göz önünde bulundurdukları SPUR bileşenlerinden biridir. Bu bileşen kapsamında, beş katılımcının öğrencilerin işlem yapma becerilerini dikkate aldıklarını ifade ettikleri görülmüştür (Ö1, Ö3, Ö6, Ö8, Ö12). Ayrıca, beş öğretmen öğrencilerin matematiği anlamalarını değerlendirmede sadece işlem yapabilme becerisinin göz önünde bulundurulmasının yeterli olmadığını ifade ederken standart algoritmaları kullanmanın yaptıkları değerlendirmelerde önemli olduğunu ileri süren öğretmenler de bulunmaktadır (Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö11). Beceri kategorisine ilişkin diğer alt kategoriler için Tablo 2 ye bakınız. Beceri kategorisine ilişkin dört katılımcıya ait görüşler şu şekildedir:

> ***Ö3:****Matematikte temel gereksinimlerden bahsedilmeli. Temel şeyler elbette matematiğin içerisinde var olan şeylerdir, temel düzey algoritmaları mutlaka kullanacağız. Etkinliğin başında ya da sonunda bir noktasında kesinlikle kullanacağız. Bu olmadan olmaz (Algoritmaları kullanma).*
>
> ***Ö4:*** *İşlem yapma yeterliliği. Doğru işlem yapabiliyor mu? İşlem yollarına bakarım. Çocuğun kendi fikirlerini katabilmesi, farklı çözüm yolları üretebilmesine bakıyorum. İşte matematik de anladığını*

dökme ile alakalı öğrencinin doğru işlemi doğru yerde kullanıp kullanmadığına bakıyorum (Temel kuralları bilme, algoritmaları kullanma).

Ö11: *Standart algoritmaları kullanma matematikteki yaptığımız değerlendirmelerde çok da önemli değil açıkçası. Nerede hangi işlemi kullanacağını bilmek daha önemli bence (Hangi işlemi uygulayacağını bilme).*

Ö12: *Standart formülleri bilmek çoğu zaman soruların çözümünün daha hızlı bir şekilde yapılmasını sağlıyor. Bu nedenle değerlendirmelerimde yer veriyorum (Formülleri kullanma).*

Özellik

Bu bileşen kapsamında, bazı katılımcılar matematiksel ilkelerin nedenlerini bilmenin matematikte önemli bir yer tuttuğunu ve bu nedenle buna derslerinde yer verdiklerini belirtmişlerdir. Zira öğrencilerin üst düzey matematiksel düşünme becerilerine sahip olmaları için matematiksel ilke ve kuralların nedenlerini sorgulamaları gerektiğini belirtmişlerdir (Ö1, Ö12). Ayrıca katılımcıların çoğu, bu ve daha üst düzey becerileri (problem kurma, farklı çözüm yolları üretebilme sentez vb.) sergileyen öğrencilerin matematiği daha iyi anladıklarını ifade etmelerine rağmen değerlendirmelerinde bu duruma yer vermediklerini de ifade etmişlerdir (Ö1,Ö2,Ö3, Ö5, Ö6, Ö8, Ö10, Ö12). Bunun nedeni olarak ise ülkemizde uygulanmakta olan sınav sisteminin daha çok kuralları akıcı bir şekilde kullanmaya odaklanması, öğrencilerin ilgisini çekmemesi, ders programının yapısı, öğrenci düzeylerinin buna uygun olmaması vb. nedenler gösterilmiştir. Aşağıda bu konu ile ilgili öğretmen cevaplarına yer verilmiştir. Özellik kategorisine ilişkin diğer alt kategoriler için Tablo 2 ye bakınız. Özellik kategorisine ilişkin beş katılımcının görüşleri aşağıda yer almaktadır:

Ö1: *...kuralın nereden geldiğini, ne tür bir soruya cevap oluşturduğunu ve sonuçlarının neler olduğunu bilmek anlatılan şeyi tam olarak anlamak adına çok önemlidir. Fakat bizim yaptığımız değerlendirmelerde konuyu anlatım biçimimiz buna çok uygun değildir. Sebebi ise üniversite sınavıdır. Nihai değerlendirme çoktan seçmeli ve kuralın uygulanıp uygulanmadığını ölçen bir sınav olduğundan, bizim değerlendirmelerimizin de bu yönde olması kaçınılmaz olmaktadır (Kuralların nereden geldiğini bilme).*

Ö2: *Öğrenciler açısından bir matematik prensibinin nereden geldiğini, onu nasıl ispatlayacağını bilmesi problem çözmelerine katkı sağlar. Fakat mevcut sistem bu prensiplerin nereden geldiğiyle ilgilenmek yerine problem çözme odaklı olduğu için biz de ağırlıklı olarak problem çözümü ile ilgileniyoruz.*

Ö3: *Matematiksel prensipleri nedenlerini bilmek matematikte önemli bir şeydir. Özellikle üst düzey matematik anlamanızı ortaya koymak için ya da üst düzey gelişim gösterebilmek için bu nedenler son derece önemlidir. Çünkü nedenden habersiz olan öğrencilerde sadece en alt düzey öğrenme gerçekleşecektir ve bunun da ötesine geçemezler. Çünkü o bağlantılarını nasıl kurulduğunu, nasıl gerçekleştiği, nasıl ortaya çıktığını bilmesi zaten ilerideki süreçleri de etkileyecektir. Bazen kısa* *sürede çok soru çözme çabasında olduğu için öğretmenin prensibin nasıl çıkarıldığını, nasıl oluşturulduğunu ortaya koyması öğrenci tarafından çok da ilgi ve rağbet görmemektedir. Öğrenci kısa vadede çözüme odaklandığı için bazen bizim sistemimiz içerisinde bu durum göz ardı edilmektedir (Kuralların nereden geldiğini bilme, sentez, analiz).*

Ö8: *Benim en çok vurguladım kısım fikir üretmedir. Mesela verilen bir Polinomun derecesi 2'dir bunu bilerek buradan fikir üretip ilerleyebilmesi bu benim için önemlidir. Mesela bazı derslere hiç işlem kısmına takılmıyorum. Daha çok fikir yürütebilmesi, mantıksal çıkarımlar yapabilmesi, çözüm planı kurması, soruda plan yapması, nerede olduğunu ve nereye varacağını bilmesi bunu kurgulaması, anlayabilmesi kısacası fikir üretilmesi önemlidir (mantıksal çıkarım yapma, farklı bakış açısı geliştirme, farklı strateji geliştirme).*

Ö11: *Birebir tahtaya çıkıp bu budur buradan gelmiş diye anlatmaktan ziyade çocuklara düşündürücü sorular sorup katılmalarına özellikle kendini cevaplarını kendilerinin bulmasına ve bunu fark etmesine önem veriyorum. Yoksa diğer türlü ezberin ötesine geçmiyor. Ama kendileri bulurlarsa çok daha mantıklı olur daha akılda kalıcı olur diye düşünüyorum açıkçası sözlü notlarını verirken öğrencilerin bu girişimini dikkate alıp not veriyorum (mantıksal çıkarım yapma, keşfetme).*

Kullanma

Kullanma bileşeni, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirirken en fazla göz önünde bulundurdukları SPUR bileşenidir. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirirken, öğrencilerin özellikle matematiksel kavramları günlük hayatla ilişkilendirebilme becerilerine vurgu yaptıkları görülmüştür. Buna neden olarak ise matematiksel konu ve kavramların günlük yaşamla ilişkilendirilmesinin öğrencilerin derse ilgisini çektiğini ve öğrenilenlerin kalıcılığını artırdığını belirtmişler ve matematik öğrenilirken de hayatın içerisinden bir problem ile öğrenmenin daha kalıcı bir şekilde gerçekleşmesine imkân verdiğini ifade etmişlerdir. Fakat buna rağmen değerlendirmelerinde, matematiksel kavramların günlük hayat problemlerinde kullanımına fazla vurgu yapmadıklarını zira üniversite sınavlarına yönelik çalışmaların bunu engellediğini belirten katılımcıların olduğu da görülmüştür. Kullanma kategorisine ilişkin diğer alt kategoriler için Tablo 2 ye bakınız. Kullanma kategorisine ilişkin dört katılımcının görüşleri aşağıda verilmiştir:

Ö6: *Kavramı öğrenmesi benim için önemli onu günlük yaşamla ilişkilendirmeye çalışıyorum. Bir olaya indirgemeye çalışıyorum. Bir olay üzerinden de sormaya çalışıyorum. Çocuklar bunu nerede kullanıyoruz, nereden çıkmış gibisinden soruları çok fazla soruyorlar somut hale getirmeye çalışıyor belki bizlerde günlük yaşam ile ilişkilendirdiğimizde güdülenme oluyor ve kalıcılığı artıyor. Mesela ben algoritmaları içeren bir trigonometri işlerken bunun günlük hayattaki problemleri sormak, bir balon verip açıcısını 30 derece yapıp balonun ne kadar yükselebileceğini sormak istiyorum (Matematik ile günlük yaşamı ilişkilendirme).*

Ö10: *Öğrenciler daha çok sınava yönelik çalıştıkları için test çözmeye yönelik ödevler veriyoruz. Öğrencinin bilgi işlemeyi öğrenmesi, soru çözebilmesi gibi durumlar beklenmektedir. Bu nedenle ödevlerimiz daha çok işlem gerektiren, bilişsel alanı ölçmeye yönelik ödevler oluyor. Ama ilişkilendirme şu konu şurada kullanılıyor ya da şurada geçiyor gibi örneklerimiz de derslerde oluyor (Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme yapma ve kullanma).*

Ö11: *Matematik konusunda kazanım ön planda ve kazanım odaklı gidiyoruz. Kazanımları ölçmeye yönelik testler işliyoruz. Öncelikle işlem kabiliyeti, hızlı işlem yapabilme becerisi giriyor bunun içine. Bundan ziyade konular arası ilişki kurma çok önemli burada mesela farklı derslerle matematik, fen bilgisi, coğrafya ve benzeri derslerle ilişkilendirme kurduğumuz oluyor. Konular arası geçişin sağlanması LGS Sınavında biraz daha ön plana çıkıyor. Önceden bir soru bir ya da iki kazanım içerirken artık bir soru çok fazla kazanımı çeşitli konulardaki çok fazla kazanımı içilebiliyor. O yüzden konuları arası ilişki kurma önemlidir (Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme yapma ve kullanma)*

Ö12: *Mesela günlük hayatta matematik nerede kullanılır ya da sanatta, müzikte nasıl kullanılırsa ilgili araştırma ödevi verip sunum yaptırıyorum. Araştırmalarda ve yaptıkları sunumlarda puanlama ve ek katkılar sağlıyorum (Matematiksel kavramları başka disiplinlerle ilişkilendirme ve kullanma).*

Temsil

Bu kategori kapsamında, öğretmenlerin bir kısmının değerlendirmelerinde çoklu temsilleri kullandıklarını ifade etmelerine (Ö3,Ö4, Ö6, Ö10) rağmen öğretmenlerin çoğunluğunun çoklu temsillere değerlendirmelerinde yer vermedikleri belirlenmiştir (Ö1, Ö5, Ö7, Ö8, Ö9, Ö11). Bunun sebepleri arasında öğrencilerin çoklu temsilleri anlamıyor ve bunları ilişkilendiremiyor olmaları, ders programının ve bazı konuların buna uygun olmaması ve öğretmen yeterlilikleri gösterilmiştir. Temsil kategorisine ilişkin diğer alt kategoriler için Tablo 2 ye bakınız. Temsil kategorisine ilişkin dört katılımcının görüşleri ise aşağıda yer almaktadır:

Ö1: *Açıkçası öğrencilerin çoklu temsillerle anlatılan kavramların aynı şey olduğunu anladıklarını sanmıyorum. Bu nedenle ben de çok önemsemiyorum (Farklı temsiller kullanma).*

Ö6: *Çoklu temsiller değerlendirmelerimizde yer buluyor. Bu şekilde sorular soruyoruz mesela fonksiyon konusunu örnek vereyim. Grafik olarak da sordum cebirsel olarak da veya tanımıyla alakalı da sordum. Neden fonksiyon olup olmadığını yazdırıyorum da. Ama bunu uygun konularda, çoklu temsil kullanmaya müsait konularda kullanabiliyoruz. Her konuda böyle olmuyor tabi ki (Farklı temsiller kullanma).*

Ö10: *Çoklu temsillerin değerlendirmelerimizde önemi var. Örneğin fonksiyonların grafik olarak da tablo olarak da sorusu geliyor. Sınavda soru seçerken hepsinden eşit ağırlıkta seçmeye çalışıyoruz. (Farklı temsiller kullanma).*

Ö11: *Derslerimizde ve değerlendirmelerimde farklı temsilleri kullanıyorum. Mesela yeni konumuz ondalık gösterimlerde önce kesirleri gördük, sonra ondalık kesirler gördük sonra ondalık kesirleri* *yazma, virgüllü yazma kısmına geçtik. 3 farklı şekilde gösterim yaptık. Onlara hepsini aynı şey olduğunu farklı şekillerde gösterildiğini anlatıyorum, yer veriyorum. Fakat temsilleri çok fazla sormuyorum. Derste anlatıyorum ama yazılıda buna yönelik sormuyorum. Ders değerlendirme de kullanıyorum ama (Farklı temsiller kullanma).*

Tartışma

Matematiksel anlama, karmaşık ve bireysel bir olgudur. Bunun gelişmesinde ve ilerlemesinde öğretmenin ve öğrencilerin genel uygulamaları ile öğretmen tarafından yapılan yerinde müdahalelerin etkisi büyüktür (Pirie & Martin, 2000). Bu bağlamda, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını sağlıklı değerlendirebilmesi ve gerekli ise yerinde müdahalelerde bulunabilmesi için uygun değerlendirme stratejilerini benimsemeleri oldukça önem arz etmektedir. Bu kapsamda araştırmada, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını nasıl değerlendirdiklerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç için, çok boyutlu bir matematiksel anlamayı değerlendirme yaklaşımı olan SPUR yaklaşımı kullanılmıştır (Usiskin, 2003; Thompson & Kaur, 2011). Çalışmanın sonuçları, öğretmen görüşlerinin SPUR yaklaşımının bileşenleri (beceri, özellik, kullanma, temsil) etrafında toplandığını ortaya koymuştur. Ancak, bu bileşenlerin uygulanmasını engelleyen durumlara (sınav sisteminin yapısı, öğrencilerin çoklu temsilleri algılamada sorun yaşamaları, ders programının yapısı ve içeriği, konu ve öğretmen üçlüsünün yeterlilik olarak uyumlu olmaması) da öğretmenlerin görüşlerinde sık sık yer verildiği de görülmüştür. Bu durumun ise genelde matematiğin öğrenim-öğretim ortam ve süreçlerinin özelde de matematiksel kavramların değerlendirilmesinin sağlıklı ve geçerli bir zeminde yapılabilmesinin ancak bu süreç, ortam ve değerlendirmelere yönelik bütüncül bir bakış açısıyla yaklaşmayla mümkün olabileceğini ortaya koyması bakımından önemli olduğu düşünülmektedir.

Öğretmenler, beceri bileşeni için işlem yapabilme kabiliyetine belirleyici olmasa da dikkat ettiklerini ve standart algoritmaları kullanmanın ise yaptıkları değerlendirmelerde çok da önemli olmadığını belirtmişlerdir. Özellik bileşeni için, üst düzey matematiksel gelişim gösterebilmenin prensiplerin ve kaidelerin sebeplerinin bilinmesi ile sağlanabileceği ve bu sayede anlamanın daha kalıcı hale gelebileceği yönündeki yaygın düşüncelerine rağmen ülkemizde yürütülmekte olan sınavların kuralları akıcı bir şekilde kullanmaya yönelik olması nedeniyle değerlendirmelerinde bu bileşene yeterince yer veremediklerini ifade etmişlerdir. Yine günlük yaşamdan seçilen konu ve problemlerin öğrenci öğrenmelerinde kalıcılığı arttırdığını düşünen öğretmenlerin bir kısmı, ülkemizdeki sınav sistemini sebep göstererek kullanma boyutuna da değerlendirmelerinde yeterli düzeyde yer veremediklerini belirtmişlerdir. Benzer şekilde, öğretmenlerin bir kısmı temsil bileşenine değerlendirmelerinde yer verdiğini belirtirken çoğunluğu ise bu bileşeni değerlendirmelerinde yeterli düzeyde dikkate alamadıklarını belirtmiştir. Bu duruma gerekçe olarak öğrencilerin çoklu temsilleri anlamakta zorlanmaları, ders programı, konu ve öğretmen üçlüsünün yeterliliklerinin sorgulanmasını vb. göstermişlerdir. Sonuç olarak öğretmenlerin matematiksel anlama adına SPUR yaklaşımını kısmen de olsa benimsedikleri görülmektedir. Ancak öğretmenler her ne kadar bu durumu benimsemiş ve derslerinde SPUR boyutlarına yer verdiklerini dile getirmiş olsalar da değerlendirmelerini yaparken sadece belli boyutları göz önünde bulundurduklarını belirtmişlerdir. Bu kapsamda çalışmada, SPUR yaklaşımının “beceri” bileşeninin öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirirken en fazla göz önünde bulundurdukları bileşen olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmenler özellikle matematiksel kavramları günlük hayatla ilişkilendirebilme becerisi yani SPUR yaklaşımının “kullanma” bileşenine vurgu yapmalarına rağmen değerlendirmelerinde buna fazla yer veremediklerini belirtmişlerdir. Benzer durumun, diğer iki SPUR bileşeni için de geçerli olduğu belirlenmiştir. İlgili literatürde de öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirirken, anlamanın sadece sınırlı bir bölümünün değerlendirilmesi noktasına yoğunlaşıldığını ortaya koyan çalışmalara rastlanılmaktadır (Yoong, 1987; Hiebert & Carpenter, 1992; Barmby et al., 2007; Wong & Kaur, 2015; Desfitri & Vermana 2019). Örneğin; Desfitri ve Vermana (2019) çalışmalarında, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel anlamalarının değerlendirilmesine çok boyutlu bir perspektiften yaklaşmak yerine sadece öğrencilerin “beceri” bileşeniyle sınırlı bilgilerini değerlendirmeye çalıştıklarını ve öğrencilere kavramların anlamlarını derinlemesine anlamalarından ziyade semboller veya formüller üzerinde çalışacakları sorular sunduklarını belirlemişlerdir. Ayrıca, öğretmenlerin uygulamalarında günlük yaşamla ilgili problemlere yani “kullanma” bileşenine değerlendirmelerinde fazla yer vermediklerini de tespit etmişlerdir. Öğretmenlerin bu basit yolu seçmelerinin nedeni olarak ise öğrencilerin çalışmalarını basit bir şekilde değerlendirmeyi tercih etmeleri olarak belirtilmiştir. Zira öğretmenler, öğrencilerin akıl yürütmelerini değerlendirmenin çok zaman aldığını ancak bunun için yeterli zamanlarının olmadığını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin öğrencilerin akıl yürütmelerini değerlendirmenin her zaman kolay olmadığını savunduklarını da tespit etmişlerdir. Ancak Lunt (2009) öğretmenlerden, öğrencilerin anlamalarına yol gösterebilecek dersin amaçlarını kavrayabilme ve uygulayabilme becerisi ile öğrencilerin problemleri birden fazla şekilde çözmelerini istemek, ayrıntılı açıklama ve yorumlama ile örnekler sunma ve öğrencilerin kendi geçerli yorumlarını kullanarak problemleri çözmelerine imkân tanımak gibi yeni görevler oluşturmalarının beklendiğini ifade etmektedir. Benzer olarak Stein, Grover ve Henningsen (1996) da, öğretmenlerin ders etkinliklerini birden fazla yolla çözülebilen, çoklu temsillerin kullanımını içeren ve öğrencilerinin matematiksel açıklamalar veya gerekçeler üretmelerini gerektirecek şekilde tasarlamaları gerektiğini ifade etmişlerdir. Cai ve Ding (2017) ise öğretmenlerin, kavramlar arası bağlantı kurmanın matematiksel kavramları anlamanın özünü teşkil ettiğini ifade etmişlerdir. Ancak bu bağlantıların zenginliğine bağlı olarak matematiksel anlamanın ileri düzeylere ulaşabileceğini de belirtmişlerdir.

Ülkemizde yapılan çalışmalarda da benzer sonuçlara ulaşıldığı görülmektedir. Örneğin, Karakuş ve Yeşilpınar (2013)'ın çalışma sonuçları, öğretmenlerin çoğunun öğrencilerine yalnızca standart algoritmalar ve işlemlerle ilgili veya bilinen işlem basamaklarının tekrarını esas alan alıştırmalar türünde sorular sormaya eğilimli olduklarını ortaya koymuştur. Yıldız ve Uyanık (2004) ise öğrencilerin sahip oldukları matematiksel bilgi ve kavramların değerlendirilmesinin yolunun, bu bilgilerin ve kavramların yaşam boyunca nerede, ne zaman ve niçin kullanılabileceğinin sorulması ve bunların değerlendirilmesi ile mümkün olabileceğini ifade etmiştir. Benzer şekilde; Baştürk ve Dönmez (2011) de, bir matematiksel kavramın değerlendirilmesinde nelerin bilinmesi gerektiğine yönelik öğretmen adayları ile bir çalışma yürütmüşlerdir. Çalışmanın sonuçları, öğretmen adaylarının sadece sonucun değil sürecin değerlendirilmesini, öğrencinin neden, niçin sorularıyla anlamlı öğrenmesinin sağlanmasını, öğrencilerin zorlandıkları noktaların ortaya konmasını sağlayacak kısa süreli değerlendirmelerin yapılmasını, günlük hayatta kavramın kullanımının araştırmasına dayalı araştırma ödevlerinin verilmesini ve kavramların çoklu temsillerinin öğrencilerden istenmesi gibi boyutları ifade etmişlerdir. Ancak, kendi ders anlatımlarında bu bahsettikleri durumlara yer vermedikleri belirlenmiştir. Halbuki, matematik öğretim programlarının amacı, matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerilerinin kazanılmasını sağlamak ve sağlam, esnek bir matematiksel anlamaya sahip öğrenciler yetiştirmek olduğundan (MEB, 2018), yapılan ders içi etkinliklerde sadece belirli becerilerin göz önüne tutulmasının ve bunların değerlendirmeye alınmasının öğretimin hedeflerine ulaşılmasını engelleyeceği düşünülmektedir. Nitekim matematik derslerinde yapılan değerlendirmelerin öğretim programının hedeflerini yansıtmasını sağlamak ve öğrencilerin matematik problemlerini çözme, matematiksel olarak akıl yürütme ve matematiksel iletişim kurma konusundaki yeterliliklerini ölçmeyi gerçekleştirebilmek adına öğretmenlerden ders planlarını tasarlarken mümkün olduğunca birden çok anlama boyutunu ortaya çıkarması ve bunları değerlendirmek üzere bilinçli bir girişimde bulunmaları beklenmektedir (Wong & Kaur, 2015). Bu kapsamda, şimdiki çalışmanın katılımcılarından bir öğretmenin aşağıda alıntılanan görüşleri, ülkemizdeki matematik öğretim programlarında belirtilen hedeflere ulaşılması ve öğrencilerin matematiksel anlamalarının sağlıklı ve geçerli bir biçimde değerlendirmesi bakımından oldukça umut vericidir.

> ***Ö3:*** *Bizler değerlendirme yaparken öğrencilerin her türlü seviyesini ortaya koyabilecek şekilde değerlendirmeler yapılmasını bekleriz. Öğrencinin sayıları kullanma kabiliyeti, işlem becerisi, üretkenliği, farklı alanlarda bunu kullanabilmesi, öğrendikleri soyut ifadeleri somut hale getirebilmesi, bunu örneklendirebilmesi, yeni problem durumları oluşturabilmesi gibi değerlendirmeler yapılabilir. Genel ortalama olarak bakıldığında elbette ki konusuna bağlı olarak işlenen alan cebir ağırlıklı ise o cebiri farklı kademelerde ortaya koyabilecek değerlendirmeler yapmaya çalışırız. Ama daha farklı konularda biz özellikle görselliği ortaya koymasını sağlayacak değerlendirmeler yaparız. Yani mesela geometride yer alan bir benzerliği, Pisagor'u kullanabilmesi gereken problemlerde onu hazır vermeyiz. Bunu öğrencinin çizmesini bekleriz. Yani ifadeleri öyle bir şekilde kullanırız ki soruyu kendisinin görselleştirerek hazırlaması gerekir. Fakat problem içerisinde bir görsellik yoktur. Çocuğun kendisinin görseli oluşturmasını isteriz. Yani problemin modelinin ne olduğunun ortaya konması. Önce öğrencinin problemi ortaya koyması daha sonra problemin çözümü için stratejiler geliştirmesi ve bu stratejileri neticesinde sonuca varabilmesini bekleriz. … Matematik en başta cebir ile başlar. Sayıları kullanabilme. Burada bile kademe aranabilir. Daha sonra sayıları kullandı, cebiri iyi yaptı ama bir üst düzey düşünce gerçekleştirebildi mi? Bunun için de uygun bir soru sorulmalı ve bu ortaya çıkarılmalıdır. Peki üst düzey bir düşünce gerçekleştirdikten sonra olayı somutlaştırabildi mi? Ya da hayatın farklı alanı ile ilişkilendirebildi mi? Yani matematik yapmanın amacı neydi? Bu amacı ortaya koyabildi mi? Bunu ortaya çıkaracak soruları hazırlamalı, sormalıyız.*

İleri Araştırmalar İçin Öneriler ve Sınırlılıklar

Çalışma, matematik öğretmenlerinin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirme durumlarına ilişkin bir bakış açısı sunsa da, farklı il ve kademelerde görev yapmakta olan 12 matematik öğretmeninin görüşleri ile sınırlıdır. Bu nedenle, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirme noktasında derslerinde yapmış oldukları uygulamaların ortaya konacağı, bu şekilde de bu konuya ilişkin teori ile uygulama (öğretmen görüşleri ile uygulamaları) arasındaki benzerlik ve olası farklılıklar ile bunların nedenlerin araştırılabileceği ileri araştırmalar yapılabilir. Bu bağlamda çalışmanın sonuçlarının bu tür araştırmalar için bir zemin hazırladığı düşünülmektedir. Ayrıca, öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirme noktasında öğretmen görüşlerinin değerlendirilmesinde yararlanılan SPUR yaklaşımının dışında farklı değerlendirme yaklaşımları ve uygulamalardan yararlanan ileri çalışmalar da yapılabilir ve bu ileri çalışmaların sonuçları çalışmanın sonuçları ile karşılaştırılabilir. Ek olarak, çalışmanın sonuçları öğretmenlerin değerlendirmelerinde en fazla SPUR yaklaşımının "beceri" bileşenine yer verdiklerini diğer SPUR bileşenlerini de değerlendirmelerinde kullanmak istemelerine rağmen bunu yeterince gerçekleştiremediklerini ortaya koymuştur. Bu durum ise matematiksel anlamanın değerlendirilmesinin tek boyutlu ve dolayısıyla eksik ve geçerli olmayan bir ortamda yapılmasına neden olmaktadır. Dolayısıyla, buradan eğitimle ilgili paydaşların (politika yapıcılar, ders programı hazırlayıcılar, yazarlar, öğretmenler vb.) matematiksel anlamanın değerlendirilmesinin çok boyutlu yapılmasına (örneğin, SPUR yaklaşımı) imkân verecek ortam ve süreçleri birlikte hazırlamasının önemli olduğu söylenebilir. Diğer taraftan, çalışmanın odak noktası, öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmede öğretmen görüşlerinin belirlenmesi olduğu için, -çalışma içinde kısmen belirtilse de- öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel anlamalarını değerlendirmede karşılaştıkları engeller (sınav sistemi vb.), bu engellerin altında yatan nedenler ve bunların olası çözümleri ile öğrencilerin matematiksel anlamaların geliştirilmesine yönelik ileri araştırmalar da yapılabilir.

Kaynakça

Alkan, H. & Altun, M. (1998). *Matematik öğretmenliği matematik öğretimi*. Açıköğretim Fakültesi Yayınları No: 591.

Argat, A. (2012). *Pirie-Kieren dinamik modeli ile öğrencilerde matematiksel anlamanın gelişiminin incelenmesi.*(Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Arslan, E. (2013). *Ortaokul öğrencilerinin "Pirie ve Kieren modeli"ne göre matematiksel anlama seviyelerinin belirlenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Erzincan: Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, *90*(4), 449-466.

Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, *7*(1), 231-274.

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2007). How can we assess mathematical understanding. In *Proc. 31st Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*. *2*, 41-48.

Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Matematik öğretmen adaylarının pedagojik alan bilgilerinin ölçme ve değerlendirme bilgisi bileşeni bağlamında incelenmesi. *Journal of Kirsehir Education Faculty*, *12*(3), 17-37.

Birinci, D. K., Delice, A., & Aydın, E. (2013). Anlamayı anlamak: matematik eğitimi lisansüstü öğrencile-rinin lineer cebir kavramlarını anlamalarının incelenmesi. *VI. Ulusal Lisansüstü Eğitim Sempozyumu*, 55-60.

Bogdan, R.C. & Biklen, S.K. (1992) *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods,* Boston: Allyn and Bacon.

Byers, V., & Herscovics, N. (1977). Understanding school mathematics. *Mathematics Teaching*, *81*, 24-27.

Cai, J. (2002). Assessing and understanding US and Chinese students' mathematical thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *34*(6), 278-290.

Cai, J., & Ding, M. (2017). On mathematical understanding: Perspectives of experienced Chinese mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(1), 5-29.

Cohen, L., Manion, L., &Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th ed.). London: Routledge Falmer.

Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20(1), 37-46.

Colorado State University (2018). An Introduction to content analysis. 09.09.2018 tarihinde https://writing.colostate.edu/guides/pdfs/guide61.pdf adresinden erişilmiştir.

Common Core State Standards for Mathematics. (2010). 01.05.2017 tarihinde http://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Common_Core_State_Standards/Math_Standards.pdf adresinden erişilmiştir.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions.* Thousand Oaks, California: Sage.

Creswell, J. W. (2012). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. (4th Edition), Sage publications.

Desfitri, R., & Vermana, L. (2019, February). Identifying teachers’ approach in assessing students’ understanding on derivative: SPUR perspective. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1157, No. 4, p. 042114). IOP Publishing.

Doğan, M ve Güner, P. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dilini anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi*. 29.04.2017 tarihinde http://kongre.nigde.edu.tr/xufbmek/dosyalar/tam_metin/pdf/2328-29_05_2012-20_50_06.pdf adresinden erişilmiştir.

Garegae, K. G. (2007). A quest for understanding understanding in mathematics learning: Examining theories of learning. In *Proceedings from Ninth International Conference: The Mathematics Education into the 21st Century Project*, (21).

Gravetter, J. F. ve Forzano, L. B. (2012). *Research methods for the behavioral sciences* (4th Edition).USA: Linda Schreiber-Ganster.

Güler, A., Halıcıoğlu, M. B., & Taşğın, S. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Ankara: Seçkin Yayıncılık*.

Harlen, W., & James, M. (1997). Assessment and learning: differences and relationships between formative and summative assessment. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, *4*(3), 365-379.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics, 65-97.

Hibert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analyis. Conceptual and procedural knowledge; The case of mathematics, 1-23.

Hsieh, H. F., & Shannon, S. E. (2005). Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative health research*, *15*(9), 1277-1288.

Kaba, Y., & Şengül, S. (2015). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel anlamaları ile matematiğe yönelik tutumları arasındaki ilişki. *Eğitim ve Bilim*, *40*(180), 103-123.

Karakuş, M., & Yeşilpınar, M. (2013). İlköğretim altıncı sınıf matematik dersinde uygulanan etkinliklerin ve ölçme-değerlendirme sürecinin incelenmesi: Bir durum çalısması. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, *3*(1), 35-54.

Kilpatrick, J., Swafford, J.& Findell, B. (Eds.) (2001). *Adding it up: helping children learn mathematics.* mathematics learning study committee, center for education, National Research Council. Washington DC: National Academy Press.

Krippendorff, K. (2004). *Content analysis. an ıntroduction to ıts methodology*.Sage Publication, USA-New York.

Landis, J, R., & Koch, G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. Biometrics, *33*, 159-174.

Lauritzen, P. (2012). *Conceptual and procedural knowledge of mathematical functions*. University of Eastern Finland, (Dissertations in Education, Humanities, and Theology).

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry. Newburry Park*, CA: Sage.

Lunt, J. (2009). *The effects of teachers' knowledge and understanding of addition and subtraction word problems on student understanding*. The Pennsylvania State University, (Doctor of Philosophy in College of Education) The USA.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Earlbaum Associates, Inc.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1-8. Sınıflar) öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1-8. Sınıflar), Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara.

National Council of the Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles standards and for school mathematics*, The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Perkins, D. (1993). Teaching for understanding. *american educator: the professional journal of the american federation of teachers*, *17*(3), s. 8,28-35. 11.06.2017 tarihinde https://www.ghaea.org/files/IowaCoreCurriculum/Module2/Teaching_for_Understanding_Perkins_article.pdf adresinden erişilmiştir.

Pirie, S., & Kieren, T. (1994). Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?. *Educational studies in Mathematics*, *26*(2-3), 165-190.

Pirie, S., & Martin, L. (2000). The role of collecting in the growth of mathematical understanding. Mathematics Education Research Journal, 12(2), 127-146.

Shafer, M. C. & Romberg, T. A. (1999). Assessment in classrooms that promote understanding. Fennema, E. & Romberg, T. A. (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 159-184). Mahwah, New Jersey London. ISBN 0-8058-3027-8 (cloth: alk. paper).—ISBN 0-8058-3028-6 (pbk.: alk. paper)

Sierpinska, A. (1994). *Understanding in Mathematics*. The Falmer Press, London, ISBN: 0-7507-0334-2.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching, 77*(1), 20-26.

Skemp, R.R. (1971). *The psychology of learning mathematics*. Middlesex, UK: Pengium Boks Ltd. Bell Library QA11 S57.

Sparkes, J. J. (1999). *NCTM's Vision of Mathematics Assessment in the Secondary School: Issues and Challenges*. Master's Thesis, Faculty of Education Memorial University of New foundland, Canada.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, *33*(2), 455-488.

Şencan, H. (2005). *Sosyal ve davranışsal ölçümlerde güvenilirlik ve geçerlilik,* Seçkin Yayıncılık Sanayi ve Ticaret A. *Ş., Ankara*.

Şengül, Ş ve Kaba, Y. (2016). Ortaokul öğrencilerinin farklı değişkenlere göre matematiksel anlamaları. *The Journal of Academic Social Science Studies, 42,* 345-360. Doi number: http://dx.doi.org/10.9761/JASSS3109.

Tesch, R. (1990). *Qualitative research: Analysis types and software tools.* New York: Palmer.

Thompson, D. R., & Kaur, B. (2011). Using a Multi-Dimensional Approach to Understanding to Assess Students' Mathematical Knowledge. In *Assessment In The Mathematics Classroom: Yearbook 2011, Association of Mathematics Educators* (pp. 17-31).

Thompson, D. R., & Senk, S. L. (2008, July). *A multi-dimensional approach to understanding in mathematics textbooks developed by UCSMP*. Paper presented in Discussion Group 17 of the International Congress on Mathematics Education. Monterrey, Mexico.

Usiskin, Z. (2003). A personal history of the UCSMP secondary school curriculum: 1960-1999. In Stanic, G. M. A., & Kilpatrick, J. (Eds.), *A history of school mathematics,* Volume 1 (pp. 673-736). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Usiskin, Z. (2012). What does it mean to understand some mathematics?. In *Selected regular lectures from the 12th international congress on mathematical education* (pp. 821-841). Springer International Publishing.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S. ve Bay-Williams J.M. (2010). *Elementrary and Middle School Mathematics Teaching Developmentally.* Pearson. USA. ISBN-10: 0-205-57352-5 ISBN-13: 978-0-205-57352-3

Yıldız, İ., & Uyanık, N. (2004). Matematik eğitiminde ölçme-değerlendirme üzerine. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *12* (1), 97-104.

Yin, R. K. (2003). *Case Study Research Design and Methods* (3th Edition), London: Sage Publications.

Yoong, W, K. (1987). Aspects of mathematical understanding. *Singapore Journal of Education*, *8*(2), 45-55.

Wong, L. F., & Kaur, B. (2015). A study of mathematics written assessment in Singapore secondary schools. *The Mathematics Educator*, *16*(1), 19-44.