

Araştırma Makalesi - Research Article

A~160 Civarındaki Çift-Çift Çekirdeklerin Eşevreli Durum Yaklaşımı ile İncelenmesi

Melih Karataş^{1*}, İlyas İnci²

Geliş / Received: 29/01/2020

Revize / Revised: 05/03/2020

Kabul / Accepted: 06/03/2020

ÖZ

Bu çalışmada, kütle numarası 160 civarında bulunan çift-çift çekirdeklerin uyarılma enerji spektrumları incelenmiştir. U(5)-SU(3) bölgesi için Etkileşen Bozon Modeli Hamiltoniyeninin enerji özdeğerleri, düşük enerjili bantlar için Eşevreli Durumlar kullanılarak elde edilmiştir. Analitik olarak elde edilen enerji özdeğerleri, seçilen izotop zinciri için deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Deney ve teori arasında çok iyi bir uyum olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler- Çift-Çift Çekirdekler, Etkileşen Bozon Modeli, Eşevreli Durum Yaklaşımı, Ağır Çekirdekler

^{1*}Sorumlu yazar iletişim: melihkaratasorg@gmail.com (<https://orcid.org/0000-0001-7381-445X>)

Fizik Bölümü, Çankırı Karatekin Üniversitesi, Uluayazı Kampüsü

²İletişim: inci.ilyas@gmail.com (<https://orcid.org/0000-0002-2623-8186>)

Fizik Bölümü, Çankırı Karatekin Üniversitesi, Uluayazı Kampüsü

Investigation of Even-even Nuclei at around $A \sim 160$ with the Coherent State Approximation

ABSTRACT

In this study, excitation energy spectra of even-even nuclei having a mass number around 160 have been investigated. Energy eigenvalues of the Interacting Boson Model Hamiltonian for the U(5)-SU(3) region have been obtained for the low-lying energy bands by using Coherent States. Analytically obtained energy eigenvalues have been compared with the experimental data for some selected isotopic chain. It has been seen that there is a good agreement between theory and experiment.

Keywords- *Even-even Nuclei, Interacting Boson Model, Coherent State Approximation, Heavy Nuclei*

I.GİRİŞ

Atom çekirdeklerinde, nükleon sayısının değişimine bağlı olarak gerçekleşen şekil faz geçişleri, nükleer yapı fiziğinin son yıllarda ilgilendiği en önemli konuların başında gelmektedir. Kütleli az olan veya kapalı bir kabuğu olan çekirdekler, şekil olarak küresel simetrik bir yapıdadır. Proton ve nötron sayısının artmasına bağlı olarak çekirdeğin şekli küresel yapıdan uzaklaşır. Bu durumun sonucu olarak da çekirdeğin elektrik kuadrupol momenti artar. Bu olgu, orta ve ağır çekirdekler için deneysel olarak da gösterilmiştir[1].

Bohr ve Mottelson'un oluşturduğu Kolektif Model küresel yapının dışında kalan nükleonların kolektif hareket ettiğini öngördüğü bir çalışmadır. Kolektif Model, orta ve ağır çekirdekler üzerinde oldukça başarılı bir modeldir[1]. Çekirdeklerde iki tip kolektif hareket durumu gözlenir. Bu hareketler titreşim ve dönmedir. Deformesi fazla olan çekirdeklerde simetri eksenine dik olan eksen etrafında bir dönme gözlenir. Eğer deforme durumu geçiciyse çekirdeğin herhangi bir andaki şekli eksensel asimetriktir (γ -kararsız rotor)[2].

Atomik çekirdeklerin yapılarını açıklamada en başarılı ve Kolektif modele zıt olan modellerden biri Etkileşen Bozon Modeli (IBM)'dir. Bu modelin ilk versiyonunda, protonlar ve nötronlar arasında ayırım yapılmaz ve çiftlenen her nükleon bir bozon oluşturur ve en fazla 0 veya 2 açılal momentum taşıyabilir[3]. Son kapalı kabuğun dışında kalan nükleonlar proton veya nötron olduğu ayırt edilmeden, her iki nükleonun tek bir bozon oluşturacağı kabul edilerek işlem yapılır.

Elde edilen bozonlar sırasıyla s ve d bozonu olarak adlandırılır. s ve d bozonlarının manyetik izdüşümleri dikkate alındığında 6 farklı durumla karşılaşılır ve bu sistem, grup teori dilinde U(6) grubu ile ifade edilir. U(6)'nın alt grupları U(5), SU(3) ve O(6) olup sırasıyla küresel vibratör, deforme rotor ve gama kararsız rotor yapıları olarak adlandırılır[4].

Etkileşen Bozon Modeli zaman içinde farklı parametreler kullanılarak geliştirilmiştir[5]. Bu modelin ilk hali IBM-1olarak adlandırılmıştır. Orta-ağır ve ağır çift-çift çekirdeklerde oldukça başarılı olan IBM-1'de protonlar ve nötronlar simetrik kabul edilmiştir. Fakat düşük uyarılma (<3 MeV) durumlarında uzak sonuçlar verir. Bu uyarılma durumlarının daha iyi elde edilebilmesi için protonlar ve nötronlar arasında ayırım yapılması gerektiği görülmüştür ve geliştirilen model IBM-2 adını almıştır[6,7]. Her iki model de yalnızca çift sayıda proton ve nötron içeren çekirdekler için geçerlidir. Tek sayı nükleonlu çekirdeklerin yapısı ise, tek kalan fermiyonun çift sayıda nükleon içeren kor'a çiftlendiğinin kabul edildiği Etkileşen Bozon-Fermiyon Modeli (IBFM) ile açıklanır[3].

IBM hamiltoniyeni sadece limit durumlarda köşegenleştirilir, limitler arası geçiş bölgelerinde ise çözüm elde edebilmek için PHINT gibi paket programlar kullanmalıdır. Eşevreli Durum Yaklaşımı, geçiş bölgeleri arasında Hamiltoniyen hesaplanmasında yardımcı olur. Bu nedenle bu çalışmada SU(3) ile O(6) arasındaki geçiş bölgesinde yapı sergileyen A~160 civarındaki çekirdeklerin yapıları Eşevreli Durum Yaklaşımı (EDY) ile incelenmiştir. Bu kütle bölgesini EDY kullanarak inceleyen çalışma literatürde olmamasına karşın Değişken Eylemsizlik Momenti (VMI) kullanılarak bu kütle bölgesi incelenmiştir [8]. İncelenen izotopların uyarılma enerji spektrumu ve durumlar arası elektrik kuadrupol geçiş oranları elde edilmiştir. Teorik sonuçların, deneysel verilerle oldukça uyumlu olduğu görülmüştür.

II.MATERYAL VE METOD

Eşevreli Durum Yaklaşımında incelenen çekirdeklerin enerji özdeğerleri, Etkileşen Bozon Modeli Hamiltoniyeni ile Kolektif Model parametreleri (β , γ) kullanılarak yazılan özfonksiyonlar sayesinde hesaplanır. Bu nedenle bu yaklaşım, IBM ile Kolektif model arasında köprü görevi görür. İncelenen U(5) – SU(3) bölgesi için multipol momentler cinsinden IBM hamiltoniyeni aşağıdaki gibi verilir [9],

$$\hat{H} = \kappa_3 \hat{Q} \cdot \hat{Q} - \kappa' \hat{L} \cdot \hat{L} + \kappa'' P^\dagger \cdot \hat{P} \quad (1)$$

Burada Q, L ve P sırasıyla kuadupol moment, açılal momentum ve çiftlenim operatörleri olup s ve d bozon operatörleri cinsinden şöyle tanımlanır [9],

$$\hat{Q} = (d^+ s + s^+ d) + \chi \hat{T}_2 \quad (2)$$

$$\hat{L} = \sqrt{10} \hat{T}_1 \quad (3)$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} (\tilde{d} \cdot \tilde{d} - s \cdot s) \quad (4)$$

$$\hat{T}_{\ell} = (d^+ \tilde{d})^{(\ell)}; \ell=0,1,2,3,4 \quad (5)$$

κ_3 ve κ' , taban durum bandı ile gamma bandı 2^+ enerjilerine bağlı olup

$$\kappa_3 = \frac{E_{\gamma}(2^+) - E_g(2^+)}{3(1-2N)} \quad (6)$$

$$\kappa' = -\frac{3}{8} \kappa_3 - \frac{1}{6} E_{\gamma}(2^+) \quad (7)$$

ifadesiyle belirlenir. κ'' ise, tamamıyla serbest parametredir. Kuadrupol operatöründe bulunan düzen parametresi χ ise U(5) limitinde 0 ve SU(3) limitinde $-\sqrt{7/4}$ değerini alır[10,11].

Kapalı kabuk dışında 2N tane nükleondan yani N tane bozondan oluşan bir çift-çift çekirdek sisteminin taban durumu, bozon yoğunlaşması olarak adlandırılan $|0\rangle$ durumu üzerine N defa taban durum için bozon yaratma operatörü b_g^\dagger uygulanarak elde edilir,

$$b_g^\dagger(a_\mu) = s^+ + \sum_{\mu} a_{\mu} d_{\mu}^\dagger \quad (8)$$

N tane değerlik bozon içeren sistemin taban durumu bozon yoğunlaşması adıyla tanımlanır. IBM'e göre sadece s ve d bozonları sistemde olduğu için bozon üretme operatörleri, bu bozonlara karşılık gelen operatörlerin ortogonal kombinasyonları ile verilir. Taban durumu üreten bozon operatörü aşağıdaki denklemde verilmiştir.

$$b_g^\dagger(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} [s^+ \beta \cos \gamma d_0^\dagger + \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger)] \quad (9)$$

Burada β ve γ , Bohr Hamiltoniyenindeki iç kolektif değişken anlamındadır. N tane bozondan oluşan sistemin taban durumu yukarıda tanımlanan bozon operatörünün N defa $|0\rangle$ ile gösterilen vakum durumuna uygulanmasıyla elde edilir.

$$|\beta, \gamma\rangle^g = \frac{1}{\sqrt{N!}} (b_g^\dagger(\beta, \gamma))^N |0\rangle^g \quad (10)$$

İç uyarılmalar taban durumundaki, bozon sayısının değişmesine neden olacaktır. Böylece durum fonksiyonundaki, taban durum operatörlerinden bir tanesi uyarılmayı sağlayan başka bir operatörlere yer değiştirecektir[10]. İlk uyarılmayı sağlayan operatör β titreşimini üretir. Aşağıdaki operatör ilk uyarılmayı sağlayan operatördür.

$$b_{\beta v}^\dagger(\beta, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{1+\beta^2}} [-\beta s^+ \cos \gamma d_0^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger)] \quad (11)$$

β titreşim bandı durumları ise (12) ve (13) numaralı denklemlerle elde edilir.

$$|\beta, \gamma\rangle^g = \frac{1}{\sqrt{N!}} b_{\beta v}^\dagger(\beta, \gamma) b_{g.s.}^\dagger(\beta, \gamma) I_{g.s.}(\beta, \gamma) \quad (12)$$

$$|\beta, \gamma\rangle^g = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} b_{\beta\nu}^\dagger(\beta, \gamma) (b_g^\dagger(\beta, \gamma))^{N-1} |0\rangle \quad (13)$$

Bir sonraki uyarılma durumu ise γ titreşim bandı olup buna karşılık gelen üretici operatör ve sistemin durumu(14) ve (15) ile verilir[9].

$$b_{\gamma\nu}^\dagger(\beta, \gamma) = [-\sin \gamma a_0^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \gamma (d_2^\dagger + d_{-2}^\dagger)] \quad (14)$$

$$|\beta, \gamma\rangle^\gamma = \frac{1}{\sqrt{N!}} b_{\gamma\nu}^\dagger(\beta, \gamma) b_{g.s.}^\dagger(\beta, \gamma) I_g(\beta, \gamma) \quad (15)$$

$$|\beta, \gamma\rangle^\gamma = \frac{1}{\sqrt{(N-1)!}} b_{\beta\nu}^\dagger(\beta, \gamma) (b_g^\dagger(\beta, \gamma))^{N-1} |0\rangle \quad (16)$$

$$|N; a_\mu\rangle^g = N_N (b_g^\dagger(a_\mu))^N |0\rangle \quad (17)$$

Burada N_N normalizasyon sabiti, a_μ ($\mu = -1, -2, 0, 1, 2$) beş reel değişkeni olup Bohr şekil parametreleriyle orantılıdır[12,13]. Taban durum enerjisi ise Hamiltoniyenin beklenen değerinin hesaplanması ile elde edilir.

$$E_g(N, a_\mu) = {}^g \langle N; a_\mu | \hat{H} | N; a_\mu \rangle^g \quad (18)$$

Taban durum bandından daha yüksek enerjili bandları elde edebilmek için taban durumdaki bir bozon yaratma operatörü, bu operatör ile ortogonal olan başka bir operatör ile yer değiştirmelidir. β ve γ titreşimlerini verecek bozon yaratma operatörleri sırasıyla,

$$E_\gamma(N, a_\mu) = {}^\gamma \langle N; a_\mu | \hat{H} | N; a_\mu \rangle^\gamma \quad (19)$$

Beta bandının enerji ifadesi de bu şekilde tanımlanır.

$$E_\beta(N, a_\mu) = {}^\beta \langle N; a_\mu | \hat{H} | N; a_\mu \rangle^\beta \quad (20)$$

$$I = \frac{(dL_x/da_1)^2}{d^2 E_g/da_1^2} \quad (21)$$

Burada I, çekirdeğin eylemsizlik momentidir. Aynı enerji bandında farklı açılal momentumlu seviyelerin enerjileri ise sırasıyla taban durumu, β ve γ bantları için şu şekildedir.[14,15]

$$E_g^{exc}(N, L) = \frac{L(L+1)}{2I} \quad (22)$$

$$E_\beta^{exc}(N, L) = \frac{L(L+1)}{2I} + (E_\beta - E_g) \quad (23)$$

$$E_\gamma^{exc}(N, L) = \frac{L(L+1)}{2I} + (E_\gamma - E_\beta) \quad (24)$$

$$I_g = \frac{-42Nn\beta^2(1+\beta^2)}{A.\kappa' + B.\kappa'' + C.\kappa_3} \quad (25)$$

$$A = 42(1 + \beta^2)(1 + 2(-1 + Nn)\beta^2) \quad (26)$$

$$B = 7(-1 + Nn)\beta^2(-1 + \beta^2) \quad (27)$$

$$C = [28 + 2\sqrt{14}(-1 + Nn)\beta\chi - 6\sqrt{14}(-1 + Nn)\beta^3\chi - 7\chi^2 + 2(-1 + Nn)\beta^4\chi^2 - \beta^2(28 + 5\chi^2 + 2Nn(-28 + \chi^2))] \quad (28)$$

III. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Elde edilen sonuçları kullanarak, seçilen bir çekirdeğin uyarılma spektrumunu elde etmek için Denk.(1)'de bulunan serbest parametrelerin belirlenmesi gerekir. κ_3 ve κ' parametreleri, tamamen serbest olmayıp Denk.(6,7) ile verildiği gibi deneysel verilerden elde edilir. κ'' ise tamamen serbest olup, deneysel verilerle en iyi uyumu elde etmek için ayarlanır. Bunun için ilk önce seçilen bir izotopun deneysel olarak belirlenmiş uyarılma enerjileri alınır. Daha sonra bu enerjileri en iyi tahmin eden parametre seti, deney ve teori arasındaki fark minimum olacak şekilde belirlenir.

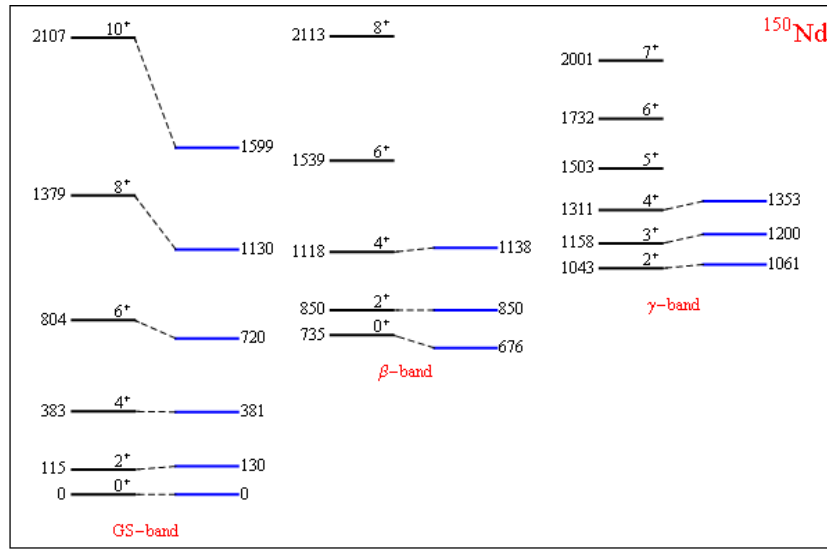
Diğer bir nicelik ise her çekirdek için farklı olan bozon sayısı (N)'dir. Toplam bozon sayısı, son kapalı kabuğa göre işlem yapılarak proton ve nötron sayıları toplanıp ikiye bölünerek bulunur. Her bir çekirdek için bulunan bozon sayısı Tablo.1 de N sütununda gösterilmiştir. Proton ve nötron sayılarının oluşturacağı bozon sayısı hesabı, sihirli sayılara (2,8,20,28,50,82 ve 126) yakınlık kuralına göre yapılmaktadır. Örneğin; $^{152}_{64}Gd$ 'un 64 protonu ve 88 nötronu bulunmaktadır. Başta proton ve nötron sayısının hangi sihirli sayıya yakın olduğu hesaplanarak işlem yapılmaktadır. 88 nötronun en yakın olduğu sayı 82, 64 protonun ise 50 sihirli sayıdır. Sihirli sayılar kapalı kabukta bulunabilecek maksimum nükleon sayılarını göstermektedir. Bozon sayısının hesabı ise şu şekildedir. Nötronun çekirdeğe bozon katkısı $\frac{(88-82)}{2} = 3$, protonun çekirdeğe bozon katkısı ise $\frac{(64-50)}{2} = 7$ 'dir. Buradan $^{152}_{64}Gd$ için toplam bozon sayısı (N), $7+3=10$ olarak bulunur.

Tablo 1. İzotopların deneysel uyarılma enerjilerini veren Hamiltoniyen parametreleri.

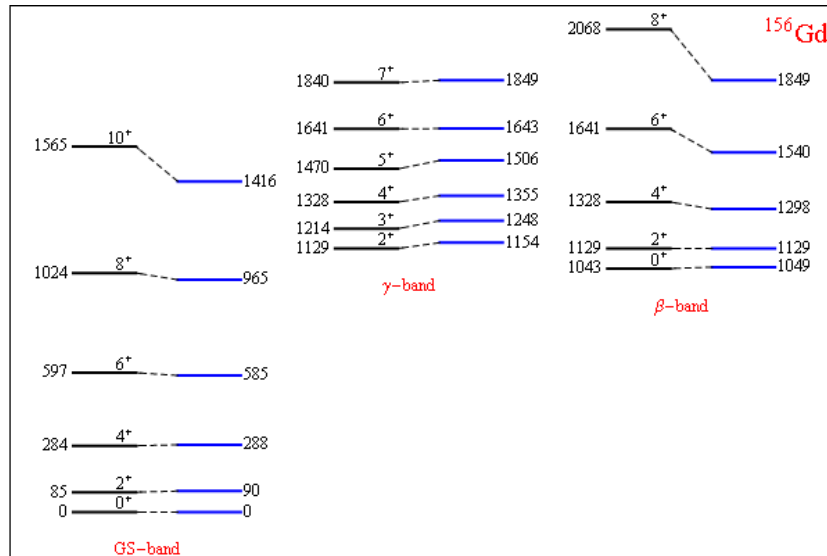
İzotop	N	β	κ_3	κ'	κ''
$^{150}_{60}Nd$	9	1.2733	-18.45	-13.8	-15.2
$^{152}_{64}Gd$	10	0.8216	-13.42	-52.3	3.9
$^{152}_{62}Sm$	10	1.3188	-16.91	-13.82	-23.9
$^{154}_{66}Dy$	11	0.8024	-11	-51.54	7.7
$^{154}_{64}Gd$	11	1.2566	-13.86	-15.3	-12
$^{154}_{62}Sm$	11	1.3936	-21.56	-5.58	-19.7
$^{156}_{66}Dy$	12	1.1561	-10.91	-18.87	0.9
$^{156}_{68}Er$	10	0.8235	-10.26	-53.65	51
$^{156}_{64}Gd$	12	1.2742	-15.43	-9.03	5.8
$^{158}_{66}Dy$	13	1.1859	-11.29	-12.24	19.4
$^{158}_{64}Gd$	13	1.2629	-14.76	-7.71	13.9
$^{160}_{68}Er$	12	1.1292	-10.55	-17	23.7
$^{160}_{64}Gd$	12	1.1669	-11.27	-8.31	43.8
$^{162}_{66}Dy$	15	1.1342	-9.28	-9.96	47.6
$^{162}_{68}Er$	13	1.1484	10.64	-13.01	30.08
$^{164}_{66}Dy$	16	1.1830	-7.38	-9.56	16.2
$^{164}_{68}Er$	14	1.1297	-9.48	-11.67	42.5
$^{166}_{70}Yb$	13	1.1644	-11.06	-12.91	25.6
$^{168}_{72}Hf$	12	1.1239	-10.88	-16.59	25.9
$^{168}_{70}Yb$	14	1.1857	-11.05	-10.52	26.7

Tablo 1'de verilen parametre setleri kullanılarak elde edilen uyarılma enerji spektrumları, elde edilen uyumun daha net görülebilmesi için Şekil 1-6'da en düşük enerjili üç band için verilmiştir. Bu şekillerde tüm

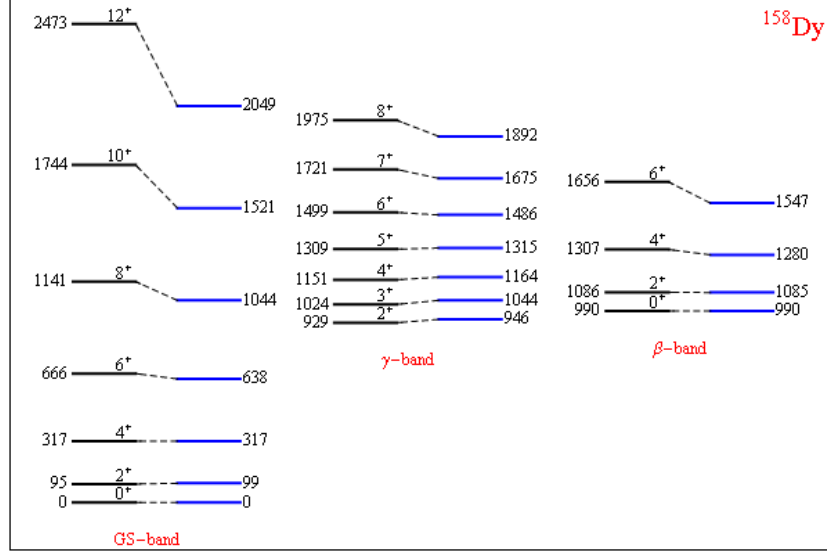
enerjiler keV cinsinden olup siyah renkle gösterilen düzeyler teorik sonuçları, mavi ile gösterilen düzeyler ise deneysel verileri belirtmektedir. Her durumun spin-paritesi, teorik düzeylerin üstünde yer almaktadır ve aynı spin-pariteli deneysel düzeyler, noktalı çizgilerle teorik olana bağlanmıştır. Bu şekiller incelendiğinde ^{150}Nd hariç taban durum (GS-band) bandında 8^+ açısal momentumlu duruma kadar teori ile deney çok uyumludur. Durumların açısal momentum değeri arttıkça teorik sonuçların daha hızlı arttığı görülmektedir. Bununla birlikte tüm izotoplar için γ -bandında tahminler oldukça iyi, taban durum bandında gözlenen hızlı artış bu bandta görülmemektedir. β bandında ise deneysel verilerin kısmen az olması, karşılaştırma yapmayı güçleştirmektedir. Bu şekiller dışında, diğer tüm izotoplar için hesaplanan enerji değerlerinin deneysel verilerle karşılaştırılması, her bir band için Tablo 2-4'te verilmiştir.



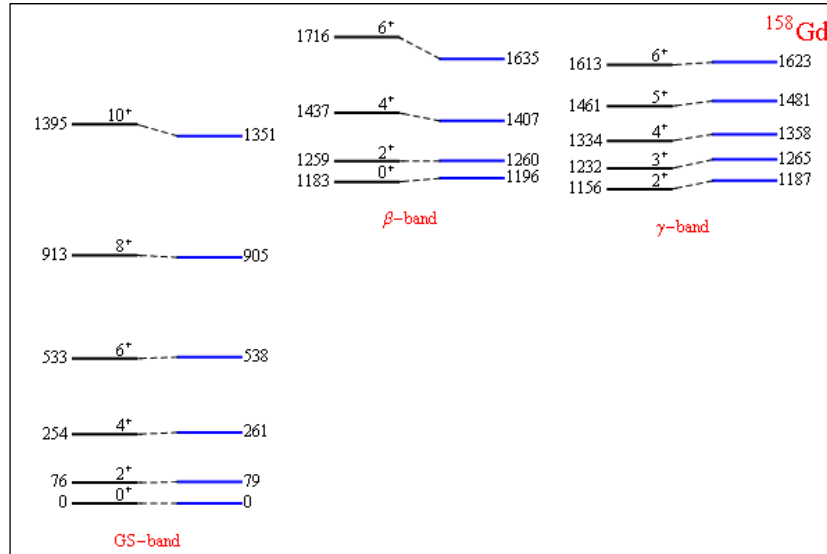
Şekil 1. ^{150}Nd için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [16] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.



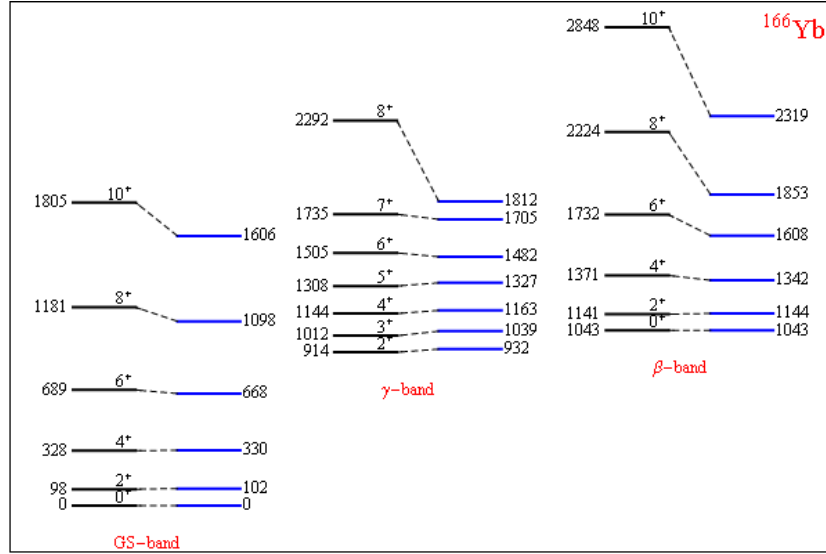
Şekil 2. $^{156}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [17] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.



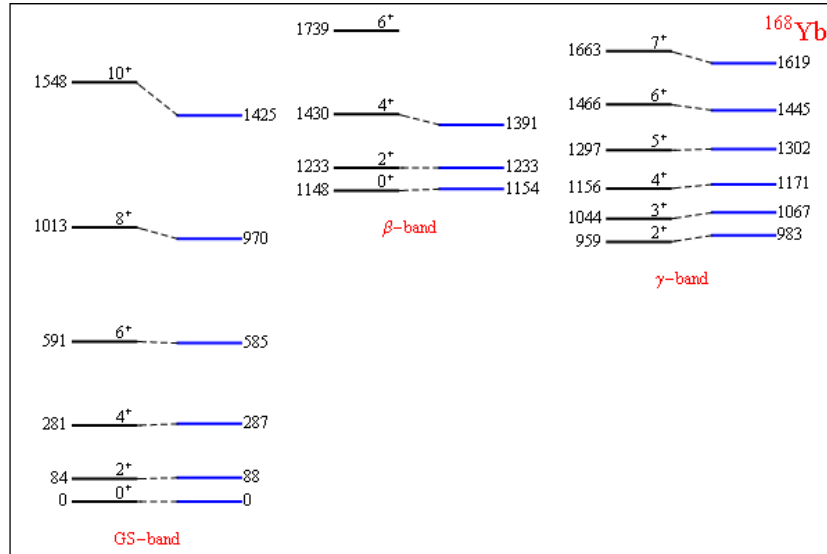
Şekil 3. $^{158}_{66}Dy$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [18] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.



Şekil 4. $^{158}_{64}Gd$ için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [18] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.



Şekil 5. ^{166}Yb için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [19] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.



Şekil 6. ^{168}Yb için teorik (siyah) sonuçların deneysel (mavi) verilerle [20] karşılaştırılması. Enerjiler keV cinsindedir.

Tablo 2. Taban durumu için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler[16-26] (keV cinsinden)

İzotop	$E(2_1^+)$		$E(4_1^+)$		$E(6_1^+)$		$E(8_1^+)$		$E(10_1^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}\text{Nd}$	115	130	383	381	804	720	1379	1130	2107	1599
$^{152}_{64}\text{Gd}$	343	344	1143	755	2400	1227	4114	1746	6286	2300
$^{152}_{62}\text{Sm}$	117	122	389	366	818	707	1402	1125	2142	1609
$^{154}_{66}\text{Dy}$	334	334	1114	747	2340	1224	4011	1748	6128	2304
$^{154}_{64}\text{Gd}$	119	123	396	371	831	718	1425	1144	2177	1637
$^{154}_{62}\text{Sm}$	80	82	266	267	558	543	957	903	1462	1333
$^{156}_{66}\text{Dy}$	133	138	445	404	934	771	1601	1216	2446	1725
$^{156}_{68}\text{Er}$	346	344	1153	797	2422	1340	4152	1959	6344	2635
$^{156}_{64}\text{Gd}$	85	90	284	288	597	585	1024	965	1565	1416
$^{158}_{66}\text{Dy}$	95	99	317	317	666	638	1141	1044	1744	1521
$^{158}_{64}\text{Gd}$	76	79	254	261	533	538	913	905	1395	1351
$^{160}_{68}\text{Er}$	121	126	405	390	850	766	1457	1229	2226	1761
$^{160}_{64}\text{Gd}$	72	75	239	248	501	514	859	871	1313	1308
$^{162}_{66}\text{Dy}$	77	81	258	266	541	548	927	921	1417	1374
$^{162}_{68}\text{Er}$	98	102	327	329	687	667	1177	1097	1799	1602
$^{164}_{66}\text{Dy}$	71	73	238	242	501	501	858	844	1311	1261
$^{164}_{68}\text{Er}$	88	91	293	299	615	614	1054	1025	1610	1518
$^{166}_{70}\text{Yb}$	98	102	328	330	689	668	1181	1098	1805	1606
$^{168}_{72}\text{Hf}$	120	124	399	386	837	757	1435	1213	2192	1736
$^{168}_{70}\text{Yb}$	84	88	281	287	591	585	1013	970	1548	1425

Tablo 3. Beta için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler[16-26] (keV cinsinden)

İzotop	$E(0_2^+)$		$E(2_2^+)$		$E(4_2^+)$		$E(6_2^+)$		$E(8_2^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}\text{Nd}$	735	676	850	850	1118	1138	1539	-	2113	-
$^{152}_{64}\text{Gd}$	587	615	930	931	1730	1282	2987	1668	4702	2139
$^{152}_{62}\text{Sm}$	684	685	801	810	1074	1023	1502	1310	2086	1667
$^{154}_{66}\text{Dy}$	571	660	905	905	1685	152	2910	1658	4582	2163
$^{154}_{64}\text{Gd}$	680	681	798	815	1075	1048	1511	1366	2105	1757
$^{154}_{62}\text{Sm}$	1100	1100	1180	1178	1365	1371	1658	1577	2057	-
$^{156}_{66}\text{Dy}$	676	675	809	829	1121	1089	1610	1438	2277	1859
$^{156}_{68}\text{Er}$	874	930	1220	1220	2027	1546	3296	-	5026	-
$^{156}_{64}\text{Gd}$	1043	1049	1129	1129	1328	1298	1641	1540	2068	1849
$^{158}_{66}\text{Dy}$	990	990	1086	1085	1307	1280	1656	1547	2132	-
$^{158}_{64}\text{Gd}$	1183	1196	1259	1260	1437	1407	1716	1635	2096	-
$^{160}_{68}\text{Er}$	894	894	1016	1007	1299	-	1744	-	2351	-
$^{160}_{64}\text{Gd}$	1380	1379	1451	1436	1618	-	1881	-	2239	-
$^{162}_{66}\text{Dy}$	1376	1400	1453	1543	1634	1574	1917	1767	2303	1985
$^{162}_{68}\text{Er}$	1073	1087	1171	1171	1400	1369	1760	-	2250	-
$^{164}_{66}\text{Dy}$	861	-	932	-	1099	-	1362	-	1719	-
$^{164}_{68}\text{Er}$	1226	1246	1314	1315	1519	1469	1841	1707	2280	2069
$^{166}_{70}\text{Yb}$	1043	1043	1141	1144	1371	1342	1732	1608	2224	1853
$^{168}_{72}\text{Hf}$	939	942	1059	1058	1338	1284	1776	-	2374	-
$^{168}_{70}\text{Yb}$	1148	1154	1233	1233	1430	1391	1739	-	2162	-

Tablo 4. Gama için hesaplanan teorik sonuçlar ve deneysel veriler[16-26] (keV cinsinden)

İzotop	$E(2_1^+)$		$E(3_1^+)$		$E(4_1^+)$		$E(5_1^+)$		$E(6_1^+)$	
	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney	Teori	Deney
$^{150}_{60}Nd$	1043	1061	1158	1200	1311	1353	1503	-	1732	-
$^{152}_{64}Gd$	1126	1109	1469	1434	1926	1550	2497	1861	3183	1998
$^{152}_{62}Sm$	1079	1086	1195	1234	1351	1372	1546	1560	1780	1728
$^{154}_{66}Dy$	1051	1027	1385	1334	1831	1443	2388	1740	3057	1885
$^{154}_{64}Gd$	993	996	1112	1127	1270	1263	1468	1432	1705	1607
$^{154}_{62}Sm$	1411	1440	1491	1539	1597	1665	1730	1805	1889	1946
$^{156}_{66}Dy$	892	890	1025	1022	1203	1169	1426	1336	1693	1525
$^{156}_{68}Er$	986	930	1332	1243	1793	1351	2370	1663	3062	-
$^{156}_{64}Gd$	1129	1154	1214	1248	1328	1355	1470	1506	1641	1643
$^{158}_{66}Dy$	929	946	1024	1044	1151	1164	1309	1315	1499	1486
$^{158}_{64}Gd$	1156	1187	1232	1265	1334	1358	1461	1481	1613	1623
$^{160}_{68}Er$	845	854	967	987	1332	1317	1858	1743	2546	2244
$^{160}_{64}Gd$	953	988	1025	1057	1121	1148	1240	1261	1383	1392
$^{162}_{66}Dy$	860	888	938	963	1041	1061	1169	1183	1324	1324
$^{162}_{68}Er$	882	900	980	1002	1111	1128	1274	1286	1471	1460
$^{164}_{66}Dy$	749	761	821	828	916	916	1035	1025	1178	1155
$^{164}_{68}Er$	838	860	926	946	1043	1059	1189	1197	1365	1359
$^{166}_{70}Yb$	914	932	1012	1039	1144	1163	1308	1327	1505	1482
$^{168}_{72}Hf$	864	875	984	1031	1143	1216	1343	-	1582	-
$^{168}_{70}Yb$	959	983	1044	1067	1156	1171	1297	1302	1466	1445

İncelenen çekirdeklere enerjiyi minimum yapan β değeri, deneysel olarak verilen birinci taban durumu 2_1^+ uyarılma enerjisi ile daha yüksek olan enerji bantlarından β bandının 0_2^+ durum enerjisi veya γ bandının 2_3^+ enerjisini en yakın şekilde doğru verebilmesi için ayarlanmıştır. Deneysel değerleri yakın bir

biçimde tahmin edebilmek için tüm serbest parametreler hassas biçimde ayarlanmıştır. Tablo 1 den deformasyon parametresinin 0 ile $\sqrt{2}$ arasında olduğu görülmektedir. Ayrıca κ'' parametresi pozitif değer alırsa, diğer parametrelerin değerleri ne olursa olsun enerji minimumu daima 0 olmaktadır. Bu parametre belli bir negatif değerde minimum enerjiyi sıfırda verirken, belli bir değer ötesine geçildiğinde faz geçişi gözlenir ve enerji minimumu $\sqrt{2}$ değerine doğru kayar. Bu parametrenin taban durum enerji yüzeyine etkisi farklı κ'' değerlerinde de değişmektedir.

IV.SONUÇLAR

Bu çalışmada, deneysel sonuçları belli olan A~160 civarındaki çift-çift çekirdeklerin Eşevreli Durum Yaklaşımı kullanılarak teorik taban durumu, beta ve gama faz geçiş düzeylerinin bulunması için serbest parametrelerin en iyi sonucu verecek şekilde değiştirilmesi üzerine bir çalışmadır. A~160 kütle numarasına sahip olan 20 çekirdek kullanılarak, her bir çekirdeğin bozon sayısı ayrı ayrı hesaplanarak en uygun Hamiltoniyen parametreleriyle en yakın sonuçlar bulunması amaçlanmıştır. Tablolar ve grafikler kullanılarak hesaplanan değerler karşılaştırılması olarak grafiklerle verilmiş olup hem de taban durum, Beta ve Gama düzeyleri için ilk beş enerji düzeyi tablolarla verilmiştir. Tablolar ve grafikler incelendiğinde son kapalı kabuğa yakın olan çekirdekler için; daha açık bir ifadeyle küreselliğe daha yakın olan çekirdekler için sonuçların daha tutarlı olduğu gözlenmektedir. Nükleon sayısı arttıkça çekirdeğin yüksek enerji düzeylerinde teorik hesaplarla deneysel sonuçların uyuşmaması dikkat çekmektedir. Düşük enerji düzeyleri için çekirdeğin enerji düzeyleri daha yakın sonuçlarla hesaplanmaktadır.

Özet olarak çalışmadaki çekirdeklerin Hamiltoniyenlerinde kullanılan parametreler arttıkça, deneysel sonuçlarla teorik hesapların uyuşma oranının daha yüksek olduğu görülmektedir. Kullanılan Hamiltoniyen yüksek enerji düzeyleri için farklı parametrelerle beraber kullanılması ile daha yakın sonuçlar vermesi üzerine tekrar çalışmalar yapılabilir. Çift-Çift çekirdeklerin enerji düzeylerindeki değişimin, nükleon sayısı ile olan ilişki üzerine yeni çalışmalar hazırlanabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Iachello, F. (2000). Physical Review Letter, 85, 3580-3583.
- [2] Iachello, F. (2001). Physical Review Letter, 87, 052502.
- [3] Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). Relationship Between the Bohr Collective Hamiltonian and the Interacting Boson Model, Physical Review Letter, 44, 1744-1747.
- [4] Arima, A., Iachello, F. (1976). Interacting Boson Model of Collective States I. The Vibrational Limit, Annals of Physics, 99, 253-317.
- [5] Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). Relationship Between the Bohr Collective Hamiltonian and the Interacting Boson Model, Nuclear Physics A, 350, 1744-1747.
- [6] Arima, A., Iachello, F. (1976). Interacting Boson Model of Collective States II. The Vibrational Limit, Annals of Physics, 111, 201-138.
- [7] Arima, A., Iachello, F. (1976). Interacting Boson Model of Collective States IV. The O(6) Limit, Annals of Physics, 123, 468-492.
- [8] Khalaf, A. M., Okasha, M. D., Ahmed, G. S. M., Abdelsalam, A.(2020). Identical Bands in Doubly Even Nuclei in Framework of Variable Moment of Inertia (VMI) and Interacting Boson Models, Nuclear Physics A, 997, 121719.
- [9] Iachello, F., Arima, A. (1987). The Interacting Boson Model, Cambridge University Press, Cambridge.

- [10] Inci, I., (2014). Test of Coherent State Approach in the Axially Deformed Region, Nuclear Physics A, 924, 74-83.
- [11] Schaaser, H., Brink, D. M. (1984). Calculations Away From SU(3) Symmetry by Cranking the Interacting Boson Model, Physics Letters B, 143, 269-272.
- [12] Bohr, A., Mottelson B. R. (1987). Nuclear Structure, vol. I-II, World Scientific, Singapore.
- [13] Dieperink, A. E. L., Scholten, O. (1980). On Shapes and Shape Phase Transitions in the Interacting Boson Model, Nuclear Physics A, 346, 125-138.
- [14] Ginocchio, J. N., Kirson, M. V. (1980). An Intrinsic State for the Interacting Boson Model and Its Relationship to the Bohr-Mottelson Model, Nuclear Physics A, 350, 31-60.
- [15] Inci, I., Alonso, C. E., Arias, J. M., Fortunato, L., Vitturi, A. (2009). Coherent State Approach to the Interacting Boson Model: Test of Its Validity in the Transitional Region, Physical Review C, 80, 034321.
- [16] derMateosian, E., Tuli, J. K.(1995). Nuclear Data Sheets , National Nuclear Data Center Brookhaven National Laboratory, 75, 827-989.
- [17] Reich, C. W. (2003). Science Direct, Nuclear Data Sheets 99, 753-1030.
- [18] Helmer R. G. (2004). Science Direct, Nuclear Data Sheets 101, 325-519.
- [19] Baglin, C. M. (2008). Science Direct, Nuclear Data Sheets 109, 1103-1382.
- [20] Baglin, C. M. (2010). Science Direct, Nuclear Data Sheets 109, 1807-2079.
- [21] Singh, B. (2002). Science Direct, Nuclear Data Sheets 95, 995-1036.
- [22] Reich, C. W. (2009). Science Direct, Nuclear Data Sheets 110, 2257-2532.
- [23] Reich, C. W. (2005). Science Direct, Nuclear Data Sheets 105, 557-774.
- [24] Reich, C. W. (2007). Science Direct, Nuclear Data Sheets 108, 1807-2034.
- [25] Singh, B. (2001). Science Direct, Nuclear Data Sheets 93, 243-446,
- [26] Baglin, C. M. (2002). Science Direct, Nuclear Data Sheets 96, 611-874.