

Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi

Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi

Cilt/Volume: 14 • Sayı/Number: 28 • Haziran/June 2018

e-ISSN: 1308-7215 • DOI: 10.26650/ekoist

Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi'nin uluslararası ve hakemli dergisidir. Yayımlanan makalelerin sorumluluğu yazarına/ yazarlarına aittir.
Econometrics and Statistics e-Journal is the peer-reviewed, international journal of the İstanbul University Faculty of Theology. Authors bear responsibility for the content of their published articles.

Dergi Hakkında/About the Journal

Yayın Sahibi/Owner
İstanbul Üniversitesi

Yayın Sahibi Temsilcisi /Owner's Representative
Nilgün Çil

Sorumlu Müdür/Responsible Director
Burcu Kıran Baygın

YAYIN KURULU/EDITORIAL MANAGEMENT

Baş Editör/Editor-in-Chief

Nilgün Çil, İstanbul University, Turkey

Misafir Editör/Guest Editor

Uğur Soytaş, Middle Eastern Technical University, Turkey

Yardımcı Editörler/Co-Editors

Burak Güriş, İstanbul University, Faculty of Economics,
Department of Econometrics, Turkey.

Burcu Kıran Baygın, İstanbul University, Faculty of
Economics, Department of Econometrics, Turkey.

Hakan Bektaş, İstanbul University, Faculty of
Economics, Department of Econometrics, Turkey.

Alan Editörleri/Section Editors

Ali Nemlioğlu, İstanbul University, Faculty of
Economics, Department of Econometrics, Turkey.

Mustafa Tekin, İstanbul University, Faculty of
Economics, Department of Econometrics, Turkey.

Teknik Editörler/Production Editors

Halil İbrahim Gündüz, Department of Econometrics,
Faculty of Economics, İstanbul University.

Hüseyin İçen, Department of Econometrics, Faculty of
Economics, İstanbul University.

Nimet Melis Esenyel, Department of Statistics, Faculty
of Economics, İstanbul University.

Haydar Ekelik, Department of Operational Research,
Faculty of Economics, İstanbul University.

ULUSLARARASI EDITORYAL KURULU/

INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Ahmet Mucip Gökçen, İstanbul Rumeli University,
Turkey.

Bülent Güloğlu, İstanbul Technical University, Department
of Economics, Turkey.

Erdal Tanas Karagöl, Yıldırım Beyazıt University,
Department of Economics, Turkey.

Ergun Eroğlu, İstanbul University, Department of
Numerical Methods, Turkey.

Fatma Zeren, İnönü University, Department of
Econometrics, Turkey.

Fazıl Güler, Yeditepe University, Turkey.

Galip Altınay, Bandırma 17 Eylül University, Department
of Economics, Turkey.

Hasan Altan Çabuk, Çukurova University, Department of
Econometrics, Turkey.

Hüseyin Özer, Atatürk University, Department of
Econometrics, Turkey.

Hüseyin Taştan, Yıldız Teknik University, Department of
Economics, Turkey.

Levent Şenyay, Dokuz Eylül University, Department of
Econometrics, Turkey.

Mahmut Zortuk, Dumlupınar University, Department of
Econometrics, Turkey.

Mehmet Balçılar, Eastern Mediterranean University,
Department of Economics, TRNC.

Nadir Öcal, Middle East Technical University (MEDU),
Department of Economics, Turkey.

Nezir Kose, Gazi University, Department of Econometrics,
Turkey.

Nurcan Metin, Trakya University, Department of
Econometrics, Turkey.

Recep Tarı, Kocaeli University, Department of Economics,
Turkey.

Selahattin Güriş, Marmara University, Department of
Econometrics, Turkey.

Targan Ünal, Okan University, Department of Economics,
Turkey.

Veli Yılcı, Sakarya University, Department of Financial
Economics, Turkey.

*In alphabetical order by name

Çeviri Editörleri/English Language Editors
Elizabeth Mary Earl, İstanbul Üniversitesi, Türkiye

Yönetim Yeri/Head Office
İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü Beyazıt/Fatih, İstanbul

Yayın Türü/Type of Publication
Yaygın Süreli Yayın/International Periodical

Yayın Dili/Language
Türkçe ve İngilizce/Turkish and English

Yayın Periyodu/Publishing Period
Altı ayda bir Temmuz ve Aralık aylarında yayımlanır/Biannual (July & December)

Tasarım ve Uygulama/Graphic Design
Semih Edis

Baskı ve Cilt/Printing Office
Hamdiogulları İç ve Dış Ticaret A.Ş.
Adres: Zübeyde Hanım Mah. Elif Sokak No: 7/197 Altındağ, Ankara
Sertifika No: 35188
Tel: (0542) 695-7760 • e-Posta: hamdiogullari@hotmail.com

Basım Tarihi: Temmuz 2018



İletişim/Correspondence

İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü
İstanbul Üniversitesi Merkez kampüsü İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü Beyazıt/Fatih, İstanbul, Türkiye

Telefon: +90 (212) 440-0000/11671

Fax: +90 (212) 520 82 86

Web: <https://ekoist.istanbul.edu.tr> & www.dergipark.gov.tr/iuekois

Elektronik posta: ekoist@istanbul.edu.tr

İçindekiler Table of Contents

MAKALELER ARTICLES

Araştırma makalesi/Research article

- Yenilenebilir Kaynaklı Enerji Tüketimi ve Ekonomik Büyüme İlişkisi: Avrupa Birliğine Ait Yeni Bulgular**
The Relationship between Renewable Energy Consumption and Economic Growth: New Evidence from the European Union..... 9
Abdullah Emre Çağlar, Çiğdem Demir

Araştırma makalesi/Research article

- Fisher Hipotezinin MINT Ülkeleri İçin İncelenmesi: Eşik Değerli Adl Eşbütünleşme Testi Yaklaşımı**
An Examination of Fisher Hypothesis for MINT Countries: Threshold Adl Cointegration Test Approach 31
Muhammed Tıraşoğlu

Araştırma makalesi/Research article

- Markov Switching Autoregressive Model for WTI Crude Oil Price**
WTI (West Texas Intermediate) Ham Petrol Fiyatları için Markov Rejim Değişim Otoregresif Modeli..... 45
Nilgün Çil, Çiğdem Yılmaz

Research article/Araştırma makalesi

- Lojistik Regresyon Analizi ile Pisa Araştırmasında Öğrenci Başarısının Modellenmesi**
Modeling Students' Achievement in PISA Research with Logistic Regression Analysis..... 57
Recep Bindak

Araştırma makalesi/Research article

- Türkiye Nüfus Büyümesi ve Tahminleri: Matematiksel Büyüme Modelleri ve İstatistiksel Analiz İle Kuramsal ve Uygulamalı Bir Yaklaşım**
Turkish Population Growth and Estimates 75
Cemil İskender

- MAKALE YAZIM KURALLARI 143
NOTES FOR CONTRIBUTORS 144

EDİTÖRDEN

Değerli okuyucular,

İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü tarafından yayımlanan dergimiz, genel olarak Ekonometri Biliminin temas edebileceği bütün alanlarda akademik-bilimsel bilgi üretimine aracılık etme, yayma ve yeni araştırmalara zemin oluşturma hedefiyle 2005 yılında yayın hayatına başlamıştır. Dergimizin ismi “Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi” iken 29. sayısından itibaren “EKOIST: Journal of Econometrics and Statistics” adıyla yayım hayatına devam edecektir.

Dergimizin Temmuz 2018 döneminde yayımlanan 28. sayısında beş makale yer almaktadır. Bu makalelerden ilki, Araş. Gör. Abdullah Emre Çağlar ve Dr. Öğr. Üyesi Çiğdem Demir tarafından yazılan “Yenilenebilir Kaynaklı Enerji Tüketimi ve Ekonomik büyüme İlişkisi: Avrupa Birliğine Ait Yeni Bulgular” başlıklı makaledir. Bu çalışmada ülkelerde çevre bilincinin uyanmaya başlamasıyla birlikte yenilenebilir enerji yaygınlığı üzerinde durulmaktadır. Bilgi ekonomisine geçiş yapan ülkelerde çevreye duyarlılık arttığı değerlendirilmiştir. Politika yapıcılara yenilenebilir enerji ile ilgili planlarının uzun soluklu olması gerektiği belirtilmektedir.

Bu sayının ikinci makalesi ise, “ Fisher Hipotezinin MINT Ülkeleri İçin İncelenmesi: Eşik Değerli Adl Eşbütünleşme Testi Yaklaşımı “ başlıklı Dr. Öğr. Üyesi Muhammed Tıraşoğlu'na ait makaledir. Bu çalışmada, MINT ülke grubunda nominal faiz oranı ile beklenen enflasyon arasındaki ilişki Fisher hipotezi üzerinden incelenmesi amaçlanmıştır. Makalede, MINT ülkelerinde Fisher hipotezi çerçevesinde nominal faiz oranı ile beklenen enflasyon arasında eşik değerli uzun dönemli ilişkisinin olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çiğdem Yılmaz ve Prof. Dr. Nilgün Çil tarafından yazılan “Markov Switching Autoregressive Model for WTI Crude Oil Price” başlıklı üçüncü makalede ise ham petrol fiyatının doğrusal olmayan yapısı incelenmiştir. İki rejimli markov switching modelinin kullanıldığı makalede rejim değişim modeli ile yapılan öngörünün başarılı sonuçlar verdiği belirtilmektedir.

Dr. Öğr. Üyesi Recep Bindak tarafından yazılan “Lojistik Regresyon Analizi ile Pisa Araştırmasında Öğrenci Başarısının Modellenmesi” başlıklı dördüncü makalede ise Türkiye de öğrencilerin PISA sınavındaki başarıları çeşitli ekonometrik yöntemler aracılığıyla incelenmiştir. Evde yer alan kitap sayısının görece yüksek olması ile ebeveyn eğitim düzeyinin, bilgisayar tutumu ve varlık indeksi (WEALTH) başarılı grupta yer alma olasılığının yükselmesi ile ilişkili bulunduğu ifade edilmiştir.

Cemil İskender tarafından yazılan “Türkiye Nüfus Büyümesi ve Tahminleri” başlıklı beşinci makalede, Türkiye nüfusunun büyüme eğilimi analiz edilmekte ve günümüzde hangi noktada yer aldığı ile gelecekte ulaşacağı maksimum seviyeyi tespit edilmeye çalışılmıştır. Makalede 1925-2015 Türkiye nüfusu hakkında büyüme modelleri, istatistiksel analiz ve geleceğe dönük tahminler ile kuramsal bir anlayış geliştirilmiştir.

Dergimizin bu sayısına makaleleri ile destek veren yazarlarımıza, hakemlik yapan değerli bilim insanlarına ve yayın kurulumuza teşekkürlerimi sunarken, okuyuculara faydalı olmasını diliyorum.

Prof. Dr. Nilgün ÇİL
Baş Editör

Yenilenebilir Kaynaklı Enerji Tüketimi ve Ekonomik Büyüme İlişkisi: Avrupa Birliğine Ait Yeni Bulgular

Abdullah Emre Çağlar¹

Çiğdem Demir²

Öz

Yenilenebilir enerji, ülkelerde çevre bilincinin uyanmaya başlamasıyla birlikte yaygınlığı giderek artmaktadır. Özellikle bilgi ekonomisine geçiş yapan ülkelerde çevreye duyarlılık bilincinin arttığı gözlemlenmektedir. Bu enerji türünün kullanılması için ciddi alt yapı yatırımlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Dahası ülkelerde sağlam bir ekonomik gücün olması gerekmektedir. Dolayısıyla, enerjiyi yoğun olarak kullanan AB ülkelerinde bu iki değişken arasındaki ilişkinin ortaya çıkarılması hem ülkeler hem de dünyanın geleceği için önem arz etmektedir. Çalışmada kısa dönemde değişkenler arasında herhangi bir nedensellik bulunmamasına rağmen, uzun dönemde çift yönlü bir nedensellik ilişkisine rastlanılmıştır. Sonuç olarak, politika yapıcılara yenilenebilir enerji ile ilgili planlarının uzun soluklu olması gerektiği önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler

Yenilenebilir enerji • Ekonomik büyüme • Panel ARDL • Avrupa Birliği

JEL Classifications

Q20 • O40 • C33

The Relationship between Renewable Energy Consumption and Economic Growth: New Evidence from the European Union

Abstract

Renewable energy is becoming more widespread due to a dawning of environmental consciousness in Europe, especially in countries that have transitioned to the information economy. However, the same transition requires serious infrastructure investment. These countries need sound economic potential. Therefore, in the European Union (EU) countries with intensive energy demand, determining the relationship between those two variables carries considerable importance for both the countries and the world. Even though the study found no clear causality between them in the short term, over the long term, we encountered a two-sided causality. Based on that, we suggest that policymakers make long-term plans about renewable resources.

Keywords

Renewable Energy • Economic growth • Panel ARDL • European Union

JEL Classifications

Q20 • O40 • C33

1 Sorumlu Yazar: Abdullah Emre Çağlar (Arş. Gör.). Akdeniz Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü, Dumlupınar Bulvarı 07058 Antalya, Türkiye. Eposta: aecağlar@akdeniz.edu.tr

2 Çiğdem Demir (Yrd. Doç. Dr.), Akdeniz Üniversitesi, İİBF, Ekonometri Bölümü.

Atf: Çağlar, A. E. ve Demir, Ç. (2018). Yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi ve ekonomik büyüme ilişkisi: Avrupa Birliğine ait yeni bulgular. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 14(28), 9–30. <https://dx.doi.org/10.26650/ekoist.2018.14.28.0001>

Extended Summary

Numerous studies in the literature show growth according to energy consumption. For the most part, these studies examine the relationship between fossil fuel energy consumption and growth (cf. Ciarreta and Zarraga, 2009; Narayan and Smyth, 2009; Lee and Chang, 2005; Shahbaz and Lean, 2012; Yoo, 2006; Wolde-Rufael, 2004). However, very few examine the relationship between renewable energy (YEN) and economic growth (GDP). Researchers who see this area as lacking in the literature have focused on studies on YEN and gross domestic product (GDP) (see Apergis and Payne, 2010; Apergis and Payne, 2012; Apergis and Payne, 2011; Öcal and Aslan, 2013; Tuğcu et al., 2012; Sadorsky, 2009). Within the European Union, there appears to have been very little review of the relevant variables.

In the present study, the impact of renewable energy resources on economic growth has not been examined according to the typical, fossil-fuel-based perspective. Rather, following the Sadorsky model (2009), we analyzed the impact of renewable energy on growth in the EU's 28 member states. To the best of our knowledge, such a study has not been previously undertaken.

The five reasons behind the modeling of renewable energy sources are briefly explained below:

First, the European Union's current Renewable Energy Directive set a binding 2020 goal of 20% final energy consumption from renewable sources. Previously, between 2004 and 2014, renewable energy production in member states rose by 73.1% (Key Figures on Europe, 2016, p. 174).

Second, when studies of renewable energy are examined, they appear to indicate reducing greenhouse gas emissions (see Ahmed and Long, 2012; Bilgili et al., 2016; Dogan and Şeker, 2016; Jebli et al., 2016; Shafiei and Salim, 2014; Caglar and Mert, 2017).

Third, the directive states that the share of renewable energy sources in 2012, as a percentage of gross EU energy consumption, was 14%. Renewable energy as a percentage of total energy consumption from past to present is increasing and will undoubtedly continue to do so. Renewable energy enables green technologies to be introduced into the industrial sector. (Smarter, greener, more inclusive?, 2015, p. 90). Therefore, the addition of green technology is important for all of the countries.

Fourth, the development of renewable energy sources contributes to the EU's 2020 employment target by reducing dependence on imported fuels and creating job opportunities. The European Union's 2020 target is to employ 75% of the population aged 20-64 (Savova, 2005, p. 39).

Fifth, economic growth is an attractive prospect for research and development of renewable energy technologies. Economic growth facilitates energy sector growth. As a result, it plays a critical role in infrastructure requirements (Apergis and Payne, 2012, p. 737). It is also a key motivator for people to work.

When the literature is examined, the relation between energy consumption and growth is based on four causal hypotheses. The first is neutrality, which denies a causal connection between energy consumption and economic growth. (Manegaki, 2011, p. 262). The second is conservation, which suggests a one-way causality from growth to consumption. The conservation hypothesis arises in countries where growth has little-to-no effect on energy consumption (Chang and Carballo, 2011, p. 4216). The third is growth, which states that energy consumption plays a key role in economic growth, with the causality leading from the former to the latter. In addition, the contribution to economic growth in the production process of energy, whether direct or indirect, is very important (Öztürk, 2010, p. 341). The fourth is the feedback hypothesis, which finds a mutual causal relationship between energy consumption and economic growth. This premise holds that consumption and growth are determined together (Akinlo, 2008, p. 2398).

In our modeling of renewable energy consumption, the Sadorsky (2009) study will be our guide, along with economic growth variable. In order to achieve this, Peseran et al. (1999) will be used. Later, the causality relationship between YEN and GDP will be evaluated within the framework of the above four hypotheses.

The data used in the study are drawn from the World Bank database (World Development Indicators). The per capita GDP (in USD) and electricity consumption per capita (in kWh of renewable energy) were used for the 28 countries of the European Union. After the natural logarithms of the data were compiled, the results were obtained. Using Sadorsky's model (2009), the relationship between YEN and GDP variables was investigated. Firstly, the integration degree of the variables was determined with the help of panel unit root tests. Then both variables were found to be I (1) stationary in the first difference. After those were assessed, long-term relationships between them were analyzed with the help of cointegration tests, and short- and long-term equations were estimated. Finally, the relationships between short- and long-term causality between variables were examined.

In this study, the Im et al. (2003) test, Maddala and Wu (1999) Fisher ADF test, and Peseran (2007) panel unit root test were used. According to empirical analysis results, when prob values were examined (all probability values > 0.05), variables of YEN and GDP showed unit root characteristics. On the other hand, the YEN and GDP variables seem to be stationary in the first difference. Thus, according to three different tests, the variables are the result of I (1) stationary in the first difference. On that basis, co-movement of these variables is considered.

According to Pedroni (1999, 2004), Kao (1999) and Fisher (Maddala and Hu, 1999) test results, there appears to be a cointegration relationship between renewable energy consumption and economic growth. If there is such a relationship, short- and long-term coefficients are estimated. In order to obtain those results, it must be decided which of the MG or PMG estimators should be used. According to the Hausman test, long-term coefficients are homogeneous and the PMG estimator is called for. According to Panel ARDL estimation results, we see that economic growth variable is significant at a 1% confidence level. The long-term coefficient of economic growth also indicates the elasticity of renewable energy consumption over economic growth. Therefore, in member countries of the European Union, a 1% increase in economic growth increases consumption by about 2%. In addition, the error correction coefficient, which is one of the important outputs of the Panel ARDL approach, is -0.148 . The coefficient is significant at the negative and 1% confidence level as expected. When any shock occurs in renewable energy consumption, approximately 15% of it is corrected in the first year. The model system can pass the long-term level value approximately seven years later. This demonstrates that member countries of the European Union will ultimately reach a long-term, renewable energy consumption equilibrium level.

When the results were finally examined, causality relation was not found between the short-term variables. In this instance, there seems to be no interaction between renewable consumption and economic growth. An important conclusion is drawn from these results; the neutrality hypothesis holds that, in the short term, there is no causal relationship between energy consumption and economic growth in the European Union member states. When long-term causality associations are examined, it is seen that there is mutual causality. Thus, in the long run, the result of the feedback hypothesis is reached.

Yenilenebilir Kaynaklı Enerji Tüketimi ve Ekonomik Büyüme İlişkisi: Avrupa Birliğine Ait Yeni Bulgular

Literatürde enerji tüketimi ile büyümeyi modelleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalar incelendiğinde genellikle elektrik enerjisi tüketimi ile büyüme ya da fosil kaynaklı enerji tüketimi ile büyüme arasındaki ilişkinin araştırıldığı görülmektedir (Ciarreta ve Zarraga, 2009; Narayan ve Smyth, 2009; Lee ve Chang, 2005; Shahbaz ve Lean, 2012; Yoo, 2006; Wolde-Rufael, 2004). Fakat literatürde yenilenebilir kaynaklı enerji (YEN) ile ekonomik büyüme (GSYH) arasındaki ilişkiyi inceleyen çok az çalışma bulunmaktadır. Bu alanın literatürde eksikliğini gören araştırmacılar YEN ve GSYH üzerine çalışmalara odaklanmışlardır (Apergis ve Payne, 2010; Apergis ve Payne, 2012; Apergis ve Payne, 2011; Öcal ve Aslan, 2013; Tuğcu ve ark., 2012; Sadorsky, 2009). Fakat Avrupa Birliği'nde ilgili değişkenleri modelleyen çok az çalışma bulunduğu görülmektedir. Bu çalışmada ise, literatürdeki genel görüş olarak benimsenmiş yenilenebilir enerji kaynaklarının ekonomik büyüme üzerindeki etkisi değil, Sadorsky (2009) çalışması takip edilerek ekonomik büyümenin yenilenebilir enerji kaynakları üzerinde etkisi 28 Avrupa Birliği üye ülkeleri için analiz edilecektir. En iyi bilgimiz dahilinde böyle bir çalışma literatürde yer almamaktadır. Yenilenebilir enerji kaynaklarının modellenmesindeki düşüncenin arkasında yatan beş neden aşağıda açıklanmaktadır.

Birincisi, Avrupa Birliği'nin 2020 stratejisinde, yenilenebilir enerji kaynaklarının nihai enerji tüketimindeki payının %20'ye kadar yükseltilmesi hedeflenmektedir. Bu nedenle 2004- 2014 yılları arasında Avrupa Birliği üye ülkelerinde yenilenebilir enerji üretiminin %73.1 oranında arttığı görülmektedir. Diğer taraftan birincil enerji kaynaklarının üretim seviyelerinin bu periyotta azalma gösterdiği bilinmektedir (KFE, 2016, s. 174). Avrupa Birliğini hedefe ulaştıracak makro değişkenlerden biri de büyüme olduğundan söz konusu iki değişken arasındaki ilişki önem arz etmektedir.

İkincisi, yenilenebilir enerji ile ilgili çalışmalar incelendiğinde yenilenebilir enerjinin günümüzde oldukça fazla tartışılan sera gazı etkisini azalttığı görülmektedir (Ahmed ve Long, 2012; Bilgili ve ark., 2016; Doğan ve Şeker, 2016; Jebli ve ark., 2016; Shafiei ve Salim, 2014; Çağlar ve Mert, 2017). Bu çalışmalar iklim değişikliğinin etkisini incelemektedir. Bulgulara göre, yenilenebilir enerji fosil enerjinin aksine doğadaki karbon emisyon miktarını azaltmaktadır. Ayrıca 2004-2014 yılları arasında Avrupa Birliği'nin sera gazı miktarını %23 azalttığı görülmektedir. Diğer sanayileşmiş ülkeler ile karşılaştırıldığında Rusya'dan sonra sera gazının düşürülmesinde Avrupa Birliği öncülük etmektedir (SDE, 2016, s. 109). Tüm bu nedenlerden dolayı son dönemde yapılan çalışmalarda karbon emisyonunun modellenmesinde yenilenebilir enerji kilit rol oynamaktadır. Dolayısıyla günümüzün en önemli sorunlarından biri olan iklim değişikliğinde hayati rol oynayan yenilenebilir enerjinin araştırılması önem arz etmektedir.

Üçüncüsü, 2020 stratejilerinin açıklandığı çalışmada Avrupa Birliğinde yenilenebilir enerji kaynaklarının 2012 yılında brüt nihai enerji tüketimi içerisindeki payının %14'lere kadar yükseldiği görülmektedir. Geçmişten günümüze kadar yenilebilir enerjinin toplam enerji tüketiminde aldığı payın arttığı ve artmaya devam edeceği düşünülmektedir. Giderek artan yenilenebilir enerji sayesinde yeşil teknolojilerin sanayi sektörüne kazandırılması gerçekleştirilmektedir (SG, 2015, s. 90). Dolayısıyla yenilenebilir enerjinin sanayi sektörüne kazandırdığı yeşil teknoloji kavramı tüm ülkeler için önemli olmaktadır.

Dördüncüsü, yenilenebilir enerji kaynaklarının gelişmesi, AB'nin ithal yakıtlara bağımlılığını azaltmakta ve iş fırsatları yaratarak AB'nin 2020 istihdam hedefine ulaşmasına katkıda bulunmaktadır. AB'nin son yirmi yılda AB üyesi olmayan ülkelerden ithal ettiği toplam enerji miktarının önemli ölçüde artarak 2012 yılında %53.4'e ulaştığı görülmektedir. Bu enerji çeşitlerinin içerisinde fosil yakıtların en büyük paya sahip olduğu bilinmektedir. Bu kadar yüksek bir oranda enerji bağımlılığı olan AB ekonomisi, yüksek fiyat oynaklığı, ciddi mali yükler ve enerji arzının tehlikeye girmesi gibi problemlerle karşı karşıya kalmaktadır (SG, 2015, s. 91). Enerji bağımlılığını azaltıcı bir etmen olarak AB'de yenilenebilir enerji kaynaklarına yönelimler artmalıdır.

Beşincisi ise, ekonomik büyüme yenilenebilir enerji teknolojilerinin araştırılması ve geliştirilmesi için hayati bir öneme sahiptir. Ayrıca, ekonomik büyüme enerji sektörünün büyümesini kolaylaştırmaktadır. Bunun sonucunda ortaya çıkan altyapı gereksinimleri için de ekonomik büyüme oldukça önemli bir role sahip olmaktadır (Apergis ve Payne, 2012, s. 737). Burada çalışmanın motivasyonlarından birini oluşturan ekonomik büyümenin önemi ortaya çıkmaktadır.

Literatür incelendiğinde enerji tüketimi ile büyüme arasındaki ilişki nedensellik bağlamında dört temel hipoteze dayanmaktadır. Bunlardan birincisi, enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasında herhangi bir nedenselliğin olmadığını söyleyen tarafsızlık (neutrality) hipotezidir. Bu hipoteze göre enerji tüketimi büyümeye bağımlı olmamaktadır. (Manegaki, 2011, s. 262). İkincisi, ekonomik büyümeden enerji tüketimine doğru tek yönlü nedensellik ilişkisinin olduğunu belirten koruma (conservation) hipotezidir. Koruma hipotezi, ekonomik büyümenin enerji tüketimine çok az etkisi olan ya da hiçbir etkisi olmayan ülkelerde ortaya çıkmaktadır (Chang ve Carballo, 2011, s. 4216). Üçüncüsü, enerji tüketiminin ekonomik büyüme üzerinde oldukça önemli bir rol aldığını söyleyen büyüme (growth) hipotezidir. Bu hipoteze göre nedenselliğin yönü enerji tüketiminden ekonomik büyümeye doğru gerçekleşmektedir. Buna ek olarak enerjinin üretim sürecinde dolaylı ya da dolaysız olarak ekonomik büyümeye katkısı oldukça önemli olmaktadır (Öztürk, 2010, s. 341). Dördüncüsü ise, enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasında karşılıklı bir

nedenselliğin olduğu iki yönlü (feedback) hipotezidir. Bu hipotez, enerji tüketimi ile ekonomik büyümenin birlikte belirlendiğini ifade eder (Akinlo, 2008, s. 2398).

Yenilenebilir enerji tüketiminin modellenmesinde Sadorsky (2009) çalışması takip edilerek modellemede ekonomik büyüme değişkeni kullanılacaktır. Bu amacı gerçekleştirmek için ise Peseran ve arkadaşları (1999) tarafından geliştirilen Panel ARDL yaklaşımından yararlanılacaktır. Daha sonra YEN ile GSYH arasındaki nedensellik ilişkisi yukarıda bahsedilen dört hipotez çerçevesinde değerlendirilecektir. Çalışmanın ilk bölümünün yer aldığı giriş bölümden sonraki ikinci bölümde ilgili literatür taraması yapılacaktır. Üçüncü bölümde kullanılan veriler ve metod tanıtılacaktır. Dördüncü bölümde ampirik bulgular gösterilecek ve son bölümün yer aldığı sonuç bölümünde ise edilen bulgular kapsamında sonuçlar tartışılacaktır.

Literatür Taraması

Literatürde daha önceki çalışmalar incelendiğinde, enerji ve büyüme arasındaki ilişki tek denklemliler veya çok denklemliler ekonometrik yöntemler ile analiz edildiği görülmektedir. Güncel literatüre bakıldığında ise panel eşbütünlük yaklaşımının en çok kullanılan yöntem olduğu bilinmektedir (Bildirici ve Kayıkçı, 2013; Çetin, 2016; Osman ve ark., 2016; Asafu-Adjaye ve ark., 2017; Manegaki ve Tugcu, 2017; Manegaki ve Tiwari, 2017; Koçak ve Şarkgüneşi, 2017). Ayrıca nedensellik analizleri de literatürde yaygın olarak kullanılmaktadır (Alper ve Oğuz, 2016; Belaid ve Youssef, 2017; Furuoka, 2016; Kahia ve ark., 2017). Bu iki değişken arasında literatürde nedensellik analizleri çerçevesinde ortak görüş bulunmamaktadır. Bazı çalışmalarda enerji tüketiminden büyümeye doğru bir nedensellik ilişkisine rastlanırken, bazı çalışmalarda ise büyümeden enerji tüketimine doğru nedensellik ilişkisinin olduğu görülmüştür. Diğer taraftan bazı çalışmalar iki değişken arasında karşılıklı bir nedensellik ilişkisinin olduğunu savunurken, bazı çalışmalar ise herhangi bir nedensellik ilişkisinin olmadığını göstermiştir.

İktisadi literatür çerçevesinde incelendiğinde tarafsızlık (neutrality) hipotezinin geçerli olduğu çalışmalar; Chang ve arkadaşları (2015), Destek (2016), Alam ve arkadaşları (2011), Chang ve arkadaşları (2017), koruma (conservation) hipotezinin varlığını savunan çalışmalar; Shahbaz ve Feridun (2012), Belaid ve Youssef (2017), Furuoka (2016), Şen ve Uzunöz (2017) büyüme (growth) hipotezini gösteren çalışmalar; Doğan (2015), Rodriguez-Caballero ve Ventosa-Santaularia (2017), Şen ve Uzunöz (2017), Öztürk (2017), iki yönlü (feedback) hipotezin geçerliliğini savunan çalışmalar ise Chang ve arkadaşları (2015), Doğan (2015), Solarin ve Öztürk (2015), Kahia ve arkadaşları (2016), Öztürk (2017) olarak literatürde yer almaktadır. Omri (2014), yenilenebilir enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasındaki nedensellik ilişkilerini ele alan özel olarak seçilmiş spesifik çalışmalar incelendiğinde, %40'ında

tarafsızlık (neutrality) hipotezinin; %40'ında koruma (conservation) hipotezinin; %20'sinde büyüme (growth) hipotezinin geçerli olduğunu ifade etmiştir.

Araştırmacılar enerji tüketimi ve ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi açıklamak için yukarıda da belirtildiği gibi panel eşbütünleşme ve Granger nedensellik analizlerini yaygın olarak kullanmaktadırlar. Aşağıda yenilenebilir enerji ve ekonomik büyüme literatüründe yaygın olarak kaynak gösterilen bazı çalışmalara yer verilecektir.

Sadorsky (2009), literatürdeki diğer çalışmaların aksine ekonomik büyümenin yenilenebilir kaynaklı enerji üzerindeki etkisini incelemiştir. 18 gelişmekte olan ülkenin yer aldığı çalışmada 1994-2003 yılları için panel eşbütünleşme analizini kullanmış ve ekonomik büyümenin yenilenebilir enerji üzerinde pozitif bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Ayrıca hem kısa dönemde hem de uzun dönemde iki değişken arasında herhangi bir nedenselliğin olmadığını ifade etmiştir. Buradan iki değişken için tarafsızlık (neutrality) hipotezinin geçerli olduğu görülmektedir. Ayrıca çalışmanın diğer bölümünde elektrik enerjisi fiyatını çalışmaya dahil ederek gelişmekte olan 10 ülke için ikinci bir analiz gerçekleştirmiştir. Bu analizden elde edilen sonuçlar birinci analizle tutarlılık göstermiştir. Sonuçta ekonomik büyümenin yenilenebilir enerji kaynaklarını pozitif yönde etkilediği ve elektrik enerjisi fiyatlarının ise yenilenebilir enerji kaynaklarını negatif olarak etkilediği görülmüştür. Ayrıca çalışmada, uzun dönemde 18 ülke için hesaplanan yenilenebilir kaynaklı enerjinin gelir esnekliğinin 10 ülke için hesaplanan gelir esnekliğinden daha fazla etkisinin olduğu ve dolayısıyla ekonomik büyümedeki küçük artışların yenilenebilir kaynaklı enerji tüketiminde büyük artışlar meydana getireceği saptanmıştır.

Apergis ve Payne (2010), yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi açıklamak için 1992-2007 yıllarını kapsayan 13 Avrasya ülkesi için panel veri analizi yaklaşımını kullanmışlardır. Hetorejen panel veri analiziyle bu iki değişkenin eşbütünleşik olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Ayrıca Granger nedensellik sonuçları incelendiğinde, iki değişken arasında hem kısa hem de uzun dönemde karşılıklı nedenselliğin olduğunu görülmüştür. Dolayısıyla Avrasya ülkelerinde ele alınan dönem için iki yönlü (feedback) hipotez geçerli olmuştur. Çalışmanın diğer önemli bir bulgusu ise, yenilenebilir kaynaklı enerji kullanımının fosil kaynaklı enerjiye olan bağımlılığı azaltması ve dolayısıyla doğadaki sera gazı miktarının düşürülmesine katkı sağlamasıdır. Çalışmada politika yapıcılara kamu ve özel sektörün yenilenebilir enerji teknolojilerinin kullanımı için teşvik edilmesi önerilmektedir.

Apergis ve Payne (2010), 20 OECD ülkesinde 1985-2005 yılları için yenilenebilir enerji ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi incelemiştirlerdir. Çalışmada heterojenliği dikkate alan panel eşbütünleşme yöntemini kullanmışlardır. Yenilenebilir enerji ve ekonomik büyüme arasında uzun dönemde pozitif bir ilişki olduğunu göstermişlerdir. Yani yenilenebilir kaynaklı enerji kullanımının ekonomik büyümeyi desteklediğini

ifade etmişlerdir. Değişkenler arasındaki nedensellik ilişkisi incelendiğinde iki yönlü (feedback) hipotezinin geçerli olduğu görülmektedir. Dolayısıyla iki değişkenin de karşılıklı olarak nedensellik bağlamında birbirlerini etkilediği sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuçlarla çalışmada, OECD üye ülkelerinde politika yapıcılara yenilenebilir enerji yatırımlarından vergileri düşürmeleri, kredi imkanlarının artırılması ve yenilenebilir enerji teknolojileri için yeni pazarların oluşturulması önerilmiştir.

Apergis ve Payne (2011), yenilenebilir enerji ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi altı Orta Amerika ülkesinde 1980-2006 dönemi için panel eşbütünleşme yöntemi ile analiz etmişlerdir. Panel eşbütünleşme yöntemi kullanırken heterojenliği dikkate alan testleri kullanmışlardır. Değişkenler arası uzun dönem ilişki sonucunda yenilenebilir enerji kaynaklarının kullanılmasının ekonomik büyüme üzerinde pozitif etkisinin olduğu göstermişlerdir. Ayrıca hem kısa dönem hem de uzun dönem de bu değişkenler arasında karşılıklı nedensellik ilişkisi bulmuşlardır. Dolayısıyla altı Orta Amerika ülkesinde iki yönlü (feedback) hipotezin geçerli olduğu görülmektedir. Çalışmada yenilenebilir enerji kaynakları kullanımının; Orta Amerika ülkelerinde ithal edilen enerji kaynaklarına bağımlılığı ve fosil enerji kaynaklarının neden olduğu fiyatlardaki oynaklığı azalttığını ve çevreye karbon salınımını uzun vadede azaltacağını ifade etmişlerdir.

Manegaki (2011), 27 Avrupa Birliği üye ülkesinde 1997-2007 yılları için yenilenebilir kaynaklı enerji ve büyüme arasındaki nedensellik ilişkisini açıklamıştır. Yenilenebilir enerji kaynaklarının kullanılmasının ekonomik büyümeyi pozitif olarak etkilediğini göstermiştir. Ayrıca çalışmada iki değişken arasında herhangi bir nedensellik ilişkisine rastlanılmamıştır. Dolayısıyla Avrupa Birliği ülkelerinde tarafsızlık (neutrality) hipotezinin geçerli olduğu görülmektedir. Sonuç olarak, Avrupa Birliği'ndeki yenilenebilir enerji piyasasının kamu otoritelerinden destek almadan gelişmeyeceği belirtilmiştir. Ayrıca AB'ye üye ülkelerin enerji verimliliğini arttırmaları gerektiği ve iç piyasaların serbestleştirilmesi, yenilenebilir enerji teknolojilerinin geliştirilmesi ve yenilenebilir enerji kaynaklarının önündeki engellerin kaldırılması gerektiği ifade edilmiştir.

Apergis ve Payne (2012), yenilenebilir kaynaklı enerji, yenilenemeyen kaynaklı enerji ve ekonomik büyüme arasındaki ilişki 80 ülke ve 1990-2007 yılları için araştırmışlardır. Heterojenliği dikkate alan panel eşbütünleşme testi ile uzun dönem ilişkileri incelemişlerdir. Yenilenebilir ve yenilenemeyen enerji kaynaklarının büyümeyi pozitif olarak etkilediğini göstermişlerdir. Ayrıca iki enerji kaynağının da uzun dönem katsayıları arasındaki farkın oldukça küçük olduğunu belirtmişlerdir. Değişkenler arası nedensellik ilişkileri incelendiğinde, hem kısa dönemde hem de uzun dönemde bu üç değişken arasında karşılıklı nedenselliğin olduğunu ifade etmişlerdir. Çalışmanın önemli bir sonucu olarak, kısa dönemde iki enerji kaynağı arasında karşılıklı nedenselliğin olmasının ikame edilebilirliğin göstergesi

olacağından bahsetmişlerdir. Sonuç olarak değişkenler arasında karşılıklı ilişki olması iki yönlü (feedback) hipotezin geçerli olduğunu belirtmektedir.

Al-mulali ve arkadaşları, (2013), yenilenebilir enerji tüketimi ve ekonomik büyüme arasındaki çift yönlü uzun dönem ilişkisini yüksek gelirli, üst orta gelirli, düşük orta gelirli ve yüksek gelirli ülkelerde 1980-2009 dönemi için araştırmışlardır. Bu amacı gerçekleştirmek için Tam Değiştirilmiş En Küçük Kareler (FMOLS) tahmincisini kullanmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre, ülkelerin %79'unda yenilenebilir enerji kaynaklı enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasında karşılıklı ilişki olduğunu söyleyen iki yönlü (feedback) hipotezin geçerli olduğunu göstermişlerdir. Diğer taraftan, ülkelerin %19'unda iki değişken arasında herhangi bir ilişki bulunmadığını belirten tarafsızlık (neutrality) hipotezinin kabul edildiğini belirtmişlerdir. Ayrıca ülkelerin %2'si de hem yenilenebilir enerji kaynaklı enerji tüketiminden ekonomik büyüme doğru nedenselliğin olduğunu gösteren büyüme (growth) hipotezinin geçerli hem de ekonomik büyümeden yenilenebilir enerji kaynaklı enerji tüketimine doğru bir nedenselliğin olduğunu savunan koruma (conservation) hipotezinin geçerli olduğunu göstermişlerdir. Ülkelerden elde edilen farklı sonuçlara rağmen çalışmada, değişkenler arasındaki uzun dönem ilişkisinin iki yönlü olduğu belirtilmiştir.

Bhattacharya ve arkadaşları (2016), yenilenebilir enerji kaynaklarını en fazla kullanan 38 ülkeyi kapsayan çalışmalarında 1991-2012 dönemini dikkate almışlardır. Yenilenebilir enerji ile ekonomik büyümeyi açıklamak için yatay kesit bağımlılığını dikkate alan panel eşbütünleşme yöntemini kullanmışlardır. Analize dahil edilen ülkeler arasında yatay kesit bağımlılığı tespit edilmiştir. Uzun dönem katsayıları incelendiğinde, incelenen ülkelerin %57'sinde yenilenebilir enerji kaynaklarının büyüme üzerinde pozitif etkisinin olduğunu göstermişlerdir. Hetorejenliği dikkate alan nedensellik sonuçlarına göre iki değişken arasında herhangi bir nedensellik ilişkisinin olmadığını belirtmişlerdir. Sonuç olarak, analize dahil edilen ülkelerde iki değişken için tarafsızlık (neutrality) hipotezinin geçerli olduğu görülmektedir.

Yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkileri inceleyen birçok çalışma bu bölümde araştırmacılara tanıtılmıştır. Buradan da görüleceği üzere literatürde ortak bir görüş belirlenememiştir. Bu farklılıklar; veri setinin değişmesi, farklı ülke gruplarının seçilmesi, farklı değişkenlerin kullanılması, verilerin dönüştürülmesi ve farklı iktisadi modellerin kullanılması gibi nedenlere bağlanmaktadır.

Veri ve Metod

Çalışmada kullanılan veriler Dünya Bankası (World Bank) veri tabanından alınmıştır³. 28 Avrupa Birliği üye ülkesi için kişi başına gayri safi yurtiçi hasıla (\$

3 http://databank.worldbank.org/data/reports.aspx?Code=NY.GDP.MKTP.CD&id=1ff4a498&report_name=Popular-Indicators&populartype=series&ispopular=y

cinsinden) (GSYH) ve kişi başına yenilenebilir enerji kaynaklı elektrik tüketimi (kWh cinsinden) (YEN) değişkenleri kullanılmıştır. Ülkelere ait veriler incelendiğinde ülkelere göre verilerde değişkenlik görülmektedir ve Ek-1’de ülkelere ait verilerin zaman aralığı verilmiştir. Çalışmada verilerin doğal logaritmaları alındıktan sonra analiz sonuçları elde edilmiştir. Sadorsky (2009) tarafından önerilen model kullanılarak YEN ve GSYH değişkenleri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Öncelikle panel birim kök testleri yardımıyla değişkenlerin bütünleşme dereceleri belirlenmiştir. Daha sonra her iki değişkenin de birinci farklarda $I(1)$ durağan olduğu görülmüştür. Değişkenlerin entegrasyon dereceleri belirlendikten sonra bu değişkenler arasında uzun dönem ilişkisi olup-olmadığı eşbütünleşme testleri yardımıyla araştırılmıştır. Bunun için kısa ve uzun dönem denklemleri tahmin edilmiştir. Son olarak değişkenler arasındaki kısa ve uzun dönem nedensellik ilişkileri incelenmiştir.

Zaman serileri analizinde kullanılan Peseran ve arkadaşları (2001) ARDL yaklaşımı, analizde kullanılacak değişkenlerin $I(0)$ ve $I(1)$ olmaları durumunda dahi eşbütünleşme analizi yapılabileceğini belirtmektedir. Literatürde yaygın olarak kullanılan bu yaklaşım araştırmacılara birim kök analizi sonucunda bazı değişkenler $I(0)$ olsa dahi kolaylıkla değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin varlığının araştırılacağını söylemektedir. Nelson ve Plosser’e (1982) göre makroekonomik değişkenlerin çoğu durumda birinci farklarda durağan oldukları bilinmektedir. Bununla birlikte araştırmacılar ARDL yaklaşımı kullanırken birim kök sonuçlarından etkilenmemektedir. Bu yaklaşımın paralelinde geliştirilen Panel ARDL yöntemi de literatürde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Peseran ve Smith (1995) çok sayıda grup ve çok sayıda zaman periyodu için dinamik panelde Ortalama Grup Tahmincisi (MG) önermişlerdir. Bu yöntemde her bir grup için ayrı modeller hesaplanmakta ve gruplar arasında bu denklemlerin dağılımları incelenmektedir. Parametre tahminleri her bir grup için ayrı modeller vasıtasıyla hesaplanmaktadır. Ancak bu tahmincinin önemli bir eksikliği vardır. Çünkü MG modellerden elde edilen katsayıların aritmetik ortalamasını almaktadır. Gruplar arasında aynı parametrelerin olasılığını dikkate almamaktadır. Peseran ve arkadaşları (1999) Havuzlanmış Ortalama Grup Tahmincisi (PMG) ile literatürdeki bu eksikliği tamamlamışlardır. Bu yöntemde hem ortalamalar dikkate alınmakta hem de grupların birleştirilmesi göz önünde bulundurulmaktadır. Bu nedenle bir ara tahminci olarak düşünülmektedir. Bu yaklaşım, uzun dönem tahmininden elde edilen katsayıların homojen olmasını isterken, hata varyanslarının (hata düzeltme katsayısının) ve kısa dönem değişkenlerinin her bir birim için değişmesine izin vermektedir. Ayrıca modeldeki tüm birimler için ortalamayı dikkate almaktadır. En uygun tahminci seçimi için Hausman testi kullanılmaktadır. Hausman testinde uzun dönem katsayılarının homojen olup-olmadığı sınanmaktadır. Eğer uzun dönem katsayıların homojen olduğu biliniyorsa PMG tahmincisi etkin ve tutarlı olurken, MG

tahmincisi etkin olamamaktadır. Aksine uzun dönem katsayıları heterojen bir yapıya sahipse MG tahmincisi tutarlıyken, PMG tahmincisi tutarsız olmaktadır. Sadorsky (2009) çalışması takip edilerek aşağıdaki uzun dönem modeli tahmin edilecektir.

$$YEN_{it} = \alpha_0 + \alpha_{1t}GSYH_{it} + \delta + \varepsilon_{it}, i = 1,2, \dots, N \text{ ve } t = 1,2, \dots, T \quad (1)$$

Denklem 1’de δ grup etkisini ve ε hata terimini göstermektedir. Birim kök ve eşbütünleşme testlerinin sonuçları serilerin I(1) olduğunu gösterdiğinden hata terimi her bir panel için I(0) olacaktır. Bu nedenle maksimum gecikme bir olarak seçilerek aşağıdaki ARDL (1,1) modeli tahmin edilecektir.

$$YEN_{it} = \vartheta_{10i}GSYH_{it} + \vartheta_{11i}GSYH_{i,t-1} + \gamma_iYEN_{i,t-1}\delta_i + \theta_{it} \quad (2)$$

Denklem 2’den elde edilen hata düzeltme modeli aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\Delta YEN_{it} = \varphi_i(YEN_{i,t-1} - \omega_{0i} - \omega_{1i}GSYH_{it}) + \vartheta_{11i}\Delta GSYH_{it} + \tau_{it} \quad (3)$$

$$\text{Burada, } \varphi_i = -(1 - \gamma_i), \omega_{0i} = \frac{\delta_i}{1-\gamma_i}, \omega_{1i} = \frac{\vartheta_{10i} + \vartheta_{11i}}{1-\gamma_i}$$

olarak gösterilmektedir. Denklem 3’teki φ katsayısı hata düzeltme terimini, ω katsayısı uzun dönem katsayılarını ve ϑ ise kısa dönem katsayılarını belirtmektedir (Mert ve Bölük, 2016, s. 6).

Ampirik Bulgular

Birim Kök Süreci

Zaman serileri analizinde önemli bir yer tutan birim kök testleri, analizlerde bir ön tanı testi olarak kullanılmaktadır. Çalışılan serilerin zaman içerisinde belirli bir ortalama ve varyansa sahip olması beklenmektedir. Zaman periyodu boyunca serinin ortalaması, varyansı veya her ikisi birden değişirse o seri durağanlığını kaybedecektir ve birim kök özelliği gösterecektir. Sahte regresyon problemi serilerin durağan olmamasından kaynaklanan önemli sorunlardandır. Sahte regresyon sonucunda, iki değişken anlamlı bir ilişkiye sahip olmasalar bile belirli bir trend ilişkisinden dolayı yüksek bir R^2 ve t istatistik değerlerinin anlamlı olması gibi yanıltıcı sonuçlar ortaya çıkabilmektedir. Dolayısıyla araştırmacılar tarafından birim kök testleri bir ön tanı testi olarak çalışmalara dahil edilmektedir.

Bu çalışmada dengesiz panel için uygun birim kök testleri olan Im vd. (2003) tarafından geliştirilen Im, Peseran ve Shin testi, Maddala ve Wu (1999) ile literatüre giren Fisher ADF testi ve Peseran (2007) tarafından geliştirilen Peseran panel birim kök testleri kullanılacaktır. Im, Peseran ve Shin testi ve Fisher ADF testi kesitler boyunca ortak bir birim kök süreci olduğunu varsaymaktadır. Aksine Peseran panel birim kök testi, kesitlerde birim kök sürecinin olduğunu baz almaktadır. Her üç test için de sıfır hipotezi birim kök vardır şeklinde belirlenmektedir. Fakat alternatif hipotezler, testten teste değişmektedir. Tablo 1’de değişkenlere ait birim kök test sonuçları gösterilmektedir.

Tablo 1
Birim Kök Sonuçları

Im, Peseran ve Shin testi			$H_0 = \text{Bütün paneller birim kök içerir}$ $H_A = \text{Bazı paneller durağandır}$		
Değişkenler	W_i	Olasılık	Değişkenler	W_i	Olasılık
YEN	-0.770	0.220	Δ YEN	-23.630	0.000
GSYH	4.209	0.999	Δ GSYH	-13.519	0.000
Fisher ADF test			$H_0 = \text{Bütün paneller birim kök içerir}$ $H_A = \text{Bazı paneller durağandır}$		
Değişken: YEN	İstatistik	Olasılık	Değişken: Δ YEN	İstatistik	Olasılık
P	59.326	0.355		242.619	0.000
Z	0.298	0.617		-7.558	0.000
L	0.193	0.576		-11.464	0.000
P_m	0.314	0.376		17.633	0.000
Gecikme uzunluğu: 3					
Değişken: GSYH	İstatistik	Olasılık	Değişken: Δ GSYH	İstatistik	Olasılık
P	21.048	0.999		92.986	0.001
Z	4.447	0.999		-3.262	0.000
L	4.582	0.999		-3.315	0.000
P_m	-3.302	0.999		3.494	0.000
Peseran Panel Birim Kök Testi			$H_0 = \text{Bütün paneller birim kök içerir}$ $H_A = \text{Bazı paneller durağandır}$		
Değişkenler	Z_i	Olasılık	Değişkenler	Z_i	Olasılık
YEN	-0.154	0.439	Δ YEN	-5.214	0.000
GSYH	6.084	0.999	Δ GSYH	-3.040	0.001

Tablo 1’de değişkenlerin hem düzey değerlerinde hem de birinci farklarında sabit ve trendli model için; Im, Peseran ve Shin, Fisher ADF ve Peseran panel birim kök test sonuçları gösterilmektedir. Bütün panel birim kök testleri sonuçları incelendiğinde, YEN ve GSYH değişkenlerinin düzey değerlerinde olasılık değerlerine göre (bütün olasılık değerleri >0.05) birim kök taşıdığı sonucuna ulaşılmaktadır. Diğer taraftan YEN ve GSYH değişkenlerinin birinci farklarında ise durağan oldukları görülmektedir. Dolayısıyla üç farklı teste göre de değişkenlerin birinci farklarda I(1) durağan oldukları sonucuna ulaşılmaktadır. Dolayısıyla bu değişkenlerin birlikte hareket ettikleri (co-movement) düşünülmektedir. Değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisi bir sonraki bölümde incelenecektir.

Eşbütünleşme Süreci

Bu bölümde YEN ile GSYH değişkenleri arasındaki eşbütünleşme ilişkisi araştırılacaktır. Bu amacı gerçekleştirmek için Pedroni (1999, 2004), Kao (1999) ve Fisher (Maddala ve Hu, 1999) testleri kullanılacaktır. Pedroni yaklaşımında grup içi ve gruplar arası olarak iki farklı teste göre karar verilmektedir. Grup içi testinde dört farklı test istatistiğinden yararlanılmaktadır. Bunlar; panel v, panel , panel PP

ve panel ADF istatistikleridir. Grup ortalamasını dikkate alan gruplar arası testte ise, grup ρ , grup PP ve grup ADF istatistikleridir. Kao testi, iki aşamalı Engle Granger eşbütünlüşme yaklaşımını takip etmektedir. Uzun dönem varyansı bulmak için Newey-West tahmincisinden yararlanmaktadır. Ayrıca bu testte ADF test istatistiği kullanılmaktadır. Maddala ve Wu (1999) tarafından geliştirilen diğer bir test ise Fisher eşbütünlüşme yaklaşımıdır. Tablo 2’de Pedroni (1999, 2004), Kao (1999) ve Maddala ve Wu (1999) Fisher testlerinin sonuçları gösterilmektedir.

Tablo 2
Panel Eşbütünlüşme Test Sonuçları

Pedroni testi Sıfır Hipotezi: Değişkenler arasında eşbütünlüşme ilişkisi yoktur				
	Test İstatistiği	Olasılık	Ağırlıklandırılmış Test İstatistiği	Olasılık
Panel v	0.978	0.1713	2.548*	0.005
Panel ρ	-0.289	0.386	-0.182	0.427
Panel PP	-1.682**	0.046	-1.328***	0.092
Panel ADF	-2.173**	0.014	-1.829**	0.033
	Test İstatistiği	Olasılık		
Grup ρ	0.406	0.657		
Grup PP	-3.004*	0.000		
Grup ADF	-4.848*	0.000		

Sabit ve trend modeli dikkate alınmaktadır.

Gecikme uzunluğu seçiminde Schwarz Bilgi kriteri kullanılmaktadır

Newey- West ile bant genişliği belirlenmekte ve Bartlett kernel yaklaşımı seçilmektedir.

Kao testi Sıfır Hipotezi: Değişkenler arasında eşbütünlüşme ilişkisi yoktur

	Test İstatistiği	Olasılık		
ADF	-0.819	0.206		
Gecikme uzunluğu seçiminde Schwarz Bilgi kriteri kullanılmaktadır				
Newey- West ile bant genişliği belirlenmekte ve Bartlett kernel yaklaşımı seçilmektedir.				
Fisher testi				
Eşbütünlüşme sayısı	İz-istatistiği trace	Olasılık	En büyük öz değer max. eigen value	Olasılık
None	133.1	0.000	107.5	0.000
En az 1	119.3	0.000	119.3	0.000

* .01’de, ** .05 ve *** notasyonu ise .10 güven düzeyinde anlamlı olduğunu göstermektedir.

Tablo 2 incelendiğinde, Pedroni (1999, 2004) testi için panel v, panel PP, panel ADF ağırlıklandırılmış test istatistiklerine ve grup PP, grup ADF test istatistiklerine göre %10 güven düzeyinde (olasılık < 0.10) eşbütünlüşme yoktur sıfır hipotezi red edilmektedir. Kao (1999) testi için, ADF test istatistiğinin olasılık değerinin eşbütünlüşme yoktur sıfır hipotezini red edemediği görülmektedir. Fisher testinde ise hem iz değerlerine hem de en büyük öz değer istatistiklerine göre değişkenler arasında eşbütünlüşme ilişkisi vardır. Dolayısıyla Pedroni (1999, 2004) ve Fisher (1999) testlerine göre de yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasında bir eşbütünlüşme ilişkisinin olduğu görülmektedir. Değişkenler arasında eşbütünlüşme ilişkisinin olduğu belirlendikten sonra kısa ve uzun dönem katsayılarının tahminine ilişkin sonuçlar bir sonraki bölümde incelenecektir.

Uzun ve Kısa Dönem Tahmin Sonuçları

Uzun ve kısa dönem tahmin sonuçlarını elde etmek için öncelikle MG veya PMG tahmincilerinden hangisinin kullanılacağına karar verilmelidir. Bunun için uzun dönem katsayılarının homojen olup-olmadığını araştıran Hausman testi kullanılacaktır. Hausman test sonuçları tablo 3'te gösterilmektedir.

Tablo 3
Hausman Test Sonuçları

	Katsayılar			
	(b)	(B)	(b-B)	sqrt [diag(V _b -V _B)]
	MG	PMG	Fark	S.E.
GSYH	2.047	1.709	0.337	0.340

b , H_0 ve H_A hipotezleri altında tutarlıdır ve MG tahmininden elde edilmiştir; B ise, H_A altında tutarsız, H_0 hipotezi altında tutarlıdır ve PMG tahmininden elde edilmiştir.

$H_0 =$ Katsayılar arasında sistematik bir fark yoktur:

$$\text{Chi2}(1) = (b - B)'[(V_b - V_B)^{-1}](b - B) = 0.98 \text{ ve Olasılık} > \text{Chi2} = 0.321$$

Tablo 3 incelendiğinde, Hausman test istatistiğinin 0.98 (olasılık=0.321>0.05) %5 güven düzeyinde istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir. Dolayısıyla uzun dönemde katsayıların homojen olduğu belirlenmektedir ve buna bağlı olarak PMG tahmincisi kullanılacaktır. PMG ile elde edilen sonuçlar tablo 4'te verilmektedir.

Tablo 4'te yer alan Panel ARDL tahmin sonuçlarına göre, ekonomik büyüme değişkeninin pozitif ve %1 güven düzeyinde anlamlı olduğu görülmektedir. Ekonomik büyümenin uzun dönem katsayısı aynı zamanda yenilenebilir kaynaklı enerji tüketiminin ekonomik büyümeye göre esnekliğini göstermektedir. Dolayısıyla Avrupa Birliğine üye ülkelerde, ekonomik büyümedeki %1'lik bir artış yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimini yaklaşık olarak %2 dolaylarında arttırmaktadır. Ayrıca Panel ARDL yaklaşımının önemli çıktılarından biri olan hata düzeltme katsayısı -0.148 olarak saptanmıştır. Hata düzeltme katsayısı beklenildiği gibi negatif ve %1 güven düzeyinde anlamlıdır. Yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi modelinde herhangi bir şok meydana geldiğinde ilk yıl bu şokun yaklaşık olarak %15'i düzeltilecek ve model sistemi uzun dönem seviye değerine yaklaşık olarak 7 yıl sonra geçebilecektir. Bu sonuç, Avrupa Birliğine üye olan ülkelerin yenilenebilir kaynaklı enerji tüketiminde oluşacak bir dengesizliğin 7 yıl gibi geç bir periyotta uzun dönem denge düzeyine ulaşacağını göstermektedir. Son olarak her bir ülkeye ait hata düzeltme katsayıları incelendiğinde, Litvanya ve Malta haricindeki bütün ülkelerde hata düzeltme katsayısının negatif olduğu görülmektedir. Diğer taraftan Estonya'nın hata düzeltme katsayısının %10 güven düzeyinde dahi anlamsız olduğu, ayrıca anlamlı olan hata düzeltme katsayıları içinde -0.679 katsayısı ile Slovak Cumhuriyeti'nin en yüksek hata düzeltme katsayısına sahip olduğu belirlenmiştir. Buradan Slovak

Tablo 4
PMG Tahmin Sonuçları ARDL(1,1)

N= 28		Obs. = 903		
Min. T= 18		Average T=32.3		
Max. T= 53		Log likelihood= 578.2518		
Uzun Dönem Tahminleri				
	Katsayı	Std. Hata	t	Olasılık
GSYH	1.709	0.107	15.850	0.000
Kısa Dönem Tahminleri				
	Katsayı	Std. Hata	t	Olasılık
ECT	-0.148	0.032	-4.528	0.000
D(GSYH)	0.112	0.329	0.340	0.733
C	-1.825	0.421	-4.333	0.000
Her Bir Ülke İçin Hata Düzeltme Katsayıları				
	Katsayı	Std. Hata	t	Olasılık
Avusturya	-0.119	0.0017	-68.242	0.000
Belçika	-0.079	0.0006	-113.912	0.000
Bulgaristan	-0.039	0.0092	-4.279	0.023
Çek Cumhuriyeti	-0.297	0.0282	-10.523	0.001
Danimarka	-0.029	0.0005	-57.379	0.000
Estonya	-0.011	0.0125	-0.950	0.412
Finlandiya	-0.045	0.0001	-264.530	0.000
Fransa	-0.023	0.0010	-22.518	0.000
Hırvatistan	-0.139	0.0174	-7.985	0.004
Hollanda	-0.176	0.0092	-19.128	0.000
İngiltere	-0.034	0.0013	-24.683	0.000
İrlanda	-0.108	0.0033	-32.691	0.000
İspanya	-0.070	0.001	-53.821	0.000
İsveç	-0.112	0.002	-44.874	0.000
İtalya	-0.046	0.0062	-7.339	0.005
İzlanda	-0.501	0.0280	-17.849	0.000
Kıbrıs	-0.107	0.0036	-29.247	0.000
Letonya	-0.016	0.0013	-13.067	0.000
Litvanya	0.023	0.0010	22.800	0.000
Luxemburg	-0.230	0.0082	-28.040	0.000
Macaristan	-0.240	0.0048	-49.313	0.000
Malta	0.002	1.83E-05	163.751	0.000
Polonya	-0.135	0.0137	-9.852	0.002
Portekiz	-0.063	0.0008	-72.422	0.000
Romanya	-0.215	0.0053	-40.662	0.000
Slovak Cumhuriyeti	-0.679	0.028	-23.947	0.000
Slovenya	-0.563	0.035	-16.023	0.000
Yunanistan	-0.093	0.0048	-19.339	0.000

Cumhuriyetinin kısa dönemde meydana gelen dengesizliklerden çok az etkileneceği ve uzun dönem denge düzeyine kısa sürede ulaşacağı anlaşılmaktadır. Diğer taraftan, Letonya'nın hata düzeltme katsayısının -0.016 olduğu görülmektedir. Dolayısıyla hata düzeltme mekanizması Letonya'da çok yavaş işlemektedir. Letonya'da kısa dönemde meydana gelen dengesizliklerin giderilmesi için uzun bir zaman

diliminin geçmesi gerekmektedir. Panel ARDL'den elde edilen uzun dönem katsayı sonuçlarıyla, yenilenebilir kaynaklı enerji ile ekonomik büyüme arasındaki ilişkiyi geliştirmekte olan ülke ekonomileri için inceleyen Sadorsy (2009) çalışma sonuçları tutarlılık göstermektedir. Her iki modelde de ekonomik büyümenin yenilenebilir enerji kaynakları tüketimini pozitif yönde etkilediği sonucuna ulaşılmaktadır.

Panel Nedensellik Sonuçları

Yenilenebilir kaynaklı enerji tüketiminin modellendiği denklem 1'de farklı eşbütünleşme yaklaşımları kullanılarak değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisi olduğu görülmektedir. Değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisi varsa, en az bir yönde Granger nedensellik ilişkisinin de var olduğu bilinmektedir. Dengesiz panel için kısa ve uzun dönem nedensellik sonuçları Tablo 5'de gösterilmektedir.

Tablo 5
Panel Nedensellik Test Sonuçları

Kısa dönem nedensellikler	F-stat	Olasılık	Uzun dönem nedensellikler	ECT
$\Delta YEN \not\propto \Delta GSYH$	0.001	0.998	$f(YEN / GSYH)$	-0.148*
$\Delta SYH \not\propto \Delta YEN$	0.652	0.520	$f(GSYH / YEN)$	-0.049**

$\not\propto$ notasyonu tek taraflı nedenselliğin olmadığını gösterirken, * ve ** sırası ile %1 ve %5 güven düzeyinde katsayıların anlamlı olduğunu göstermektedir.

Tablo 5 incelendiğinde, kısa dönemde değişkenler arasında nedensellik ilişkisine rastlanılmamaktadır. F test istatistiklerinin olasılık değerleri %5 güven düzeyinde nedenselliğin olmadığını belirten sıfır hipotezini kabul etmektedir. Buradan kısa dönemde, yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi ve ekonomik büyüme arasında herhangi bir etkileşimin olmadığı görülmektedir. Örneğin, ekonomik büyüme ile ilgili herhangi bir yeni politika önerisi kısa dönemde yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimini etkilemeyecektir. Tam tersi durum için de aynı yorum yapılabilmektedir. Dolayısıyla kısa dönemde değişkenler arasında herhangi bir nedensellik ilişkisinin olmadığı görülmektedir. Bu sonuçlardan önemli bir sonuç çıkarılmaktadır; kısa dönemde Avrupa Birliği üye ülkelerinde, enerji tüketimi ve ekonomik büyüme arasında herhangi bir nedensellik ilişkisi olmadığını söyleyen tarafsızlık (neutrality) hipotezi geçerli olmaktadır.

Uzun dönem nedensellik sonuçları da Tablo 5'te gösterilmektedir. Uzun dönemde nedensellik ilişkisi araştırılırken, nedenselliğin yönünü PMG tahmincisi yardımıyla oluşturulan modelde bağımlı değişken belirlemektedir. Daha sonra tahmin edilen modelde hata düzeltme katsayısı anlamlı ise bağımlı değişkenden açıklayıcı değişkene doğru nedenselliğin olduğu söylenmektedir. İlk olarak uzun dönemde yenilenebilir kaynaklı enerji tüketiminden ekonomik büyümeye doğru bir nedenselliğin olduğu görülmektedir. Çünkü Tablo 5'ten de görüleceği gibi hata düzeltme katsayısı %1 güven düzeyinde anlamlıdır. Uzun dönemde nedenselliğin diğer yönü incelendiğinde ekonomik büyümeden yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimine doğru da bir nedensellik

ilişkinine rastlanılmaktadır. Uzun dönem nedensellik ilişkileri incelendiğinde karşılıklı nedenselliğin olduğu görülmektedir. Dolayısıyla uzun dönemde Avrupa Birliği üye ülkelerinde, enerji tüketimi ile ekonomik büyüme arasında karşılıklı nedenselliğin olduğunu belirten iki yönlü (feedback) hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Sonuç

Avrupa Birliği'nin 2020 Stratejisinde Akıllı, Sürdürülebilir ve Kapsayıcı Büyüme olarak belirlediği öncelikli alanlar içinde Sürdürülebilir Büyüme, enerji ve kaynakların verimli kullanımı olarak tanımlanmış ve bu alandaki temel öncelikler “rekabet edebilirlik”, “iklim değişikliği” ile “temiz ve verimli enerji kullanımı” olarak açıklanmıştır. “Temiz” yani “Yenilenebilir Enerji” nin, Avrupa Birliği'nin Sürdürülebilir Ekonomik Büyümesinde ön plana çıkarılması yenilenebilir enerji tüketimi ve ekonomik büyüme arasındaki ilişkinin önemini ortaya koymaktadır. Bu bağlamda çalışmada 28 Avrupa Birliği'ne üye ülke için yıllık verilerle kişi başına gayri safi yurtiçi hasıla ve kişi başına yenilenebilir enerji kaynaklı elektrik tüketimi arasındaki ilişki Pesaran ve arkadaşları (1999) tarafından geliştirilen Panel ARDL yaklaşımıyla ele alınmıştır. Sadorsky'nin (2009) çalışması baz alınarak kişi başına gayri safi yurtiçi hasıla ve kişi başına yenilenebilir enerji kaynaklı elektrik tüketimi değişkenleri arasında uzun dönem modeli tahmin edilmiştir. Model tahmin sonuçları değerlendirildiğinde; Avrupa Birliği'ne üye ülkelerde uzun dönemde ekonomik büyümedeki artışın yenilenebilir enerji tüketimini yaklaşık olarak %2 arttıracığı saptanmıştır. Bu demek oluyor ki; ekonomik büyümedeki artış, yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimi üzerinde neredeyse iki kat gibi dikkate değer bir artışa sebep olacaktır. Ayrıca kısa dönemde yaşanacak şokların etkisinin 7 yılda giderilebileceği de görülmüştür. Bu sonuçlar politika yapıcılar için oldukça önem arz etmektedir. Çünkü kısa dönemde yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimine bir şok geldiğinde, karar vericilerin politika önerileri yenilenebilir kaynaklı enerji tüketimini kısa dönemde denge düzeyine getirmeyecektir. Günümüz şartları düşünüldüğünde yedi yıl gibi bir sürenin uzun bir dönem olduğu görülmektedir. Bu enerji türünün iç döngü mekanizmaları araştırılarak dengesizlikten denge noktasına neden bu kadar uzun bir dönemde ulaşılacağı sorusuna cevap aranmalıdır.

Ekonomik Büyüme ve Yenilenebilir Kaynaklı Enerji Tüketimi arasındaki kısa ve uzun dönem nedensellik sonuçlarına bakıldığında ise; kısa dönemde tarafsızlık hipotezinin geçerli olduğu yani iki değişken arasında kısa dönemde nedensellik ilişkisinin olmadığı, uzun dönemde ise iki yönlü (feedback) hipotezin geçerli olduğu yani karşılıklı nedensellik ilişkisinin olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar hata düzeltme katsayısı sonuçlarını desteklemektedir. Sonuç olarak çalışmadan elde edilen bulgular, Avrupa Birliği'nin Yenilenebilir Enerji politikalarında ekonomik büyüme ile

yenilenebilir enerji tüketimi arasındaki uzun dönem dinamiklerinin belirleyici bir rol oynaması yönünde önemli sonuçlar ortaya koymuştur.

Ek-1

Avrupa Birliği Ülkeleri ve Veri Aralıkları

Ülkeler	Veri Dönemi	Ülkeler	Veri Dönemi
Avusturya	1960-2013	İtalya	1970-2013
Belçika	1973-2013	İzlanda	1993-2013
Bulgaristan	1980-2013	Kıbrıs	1975-2013
Çek Cumhuriyeti	1990-2013	Letonya	1995-2013
Danimarka	1970-2013	Litvanya	1995-2013
Estonya	1995-2013	Luxemburg	1977-2013
Finlandiya	1960-2013	Macaristan	1991-2013
Fransa	1970-2013	Malta	1991-2013
Hırvatistan	1995-2013	Polonya	1990-2013
Hollanda	1975-2013	Portekiz	1960-2013
İngiltere	1989-2013	Romanya	1990-2013
İrlanda	1990-2013	Slovak Cumhuriyeti	1992-2013
İspanya	1970-2013	Slovenya	1995-2013
İsveç	1960-2013	Yunanistan	1970-2013

Kaynakça/References

- Ahmed, K., & Long, W. (2012). Environmental Kuznets curve and Pakistan: an empirical analysis. *Procedia Economics and Finance*, 1, 4–13.
- Akinlo, A. E. (2008). Energy consumption and economic growth: evidence from 11 Sub-Saharan African countries. *Energy Economics*, 30(5), 2391–2400.
- Al-mulali, U., Fereidouni, H. G., Lee, J. Y. & Sab, C. N. B. C. (2013). Examining the bi-directional long run relationship between renewable energy consumption and GDP growth. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 22, 209–222.
- Alam, M. J., Begum, I. A., Buysse, J. & Rahman, S. (2011). Dynamic modeling of causal relationship between energy consumption, CO2 emissions and economic growth in India. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15, 3243–3251.
- Alper, A., & Oguz, O. (2016). The role of renewable energy consumption in economic growth: Evidence from asymmetric causality. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 60, 953–959.
- Apergis, N., Payne, J. E., Menyah, K. & Wolde-Rufael, Y. (2010). On the causal dynamics between emissions, nuclear energy, renewable energy, and economic growth. *Ecological Economics*, 69(11), 2255–2260.
- Apergis, N., & Payne, J. E. (2010). Renewable energy consumption and growth in Eurasia. *Energy Economics*, 32(6), 1392–1397.
- Apergis, N. & Payne, J. E. (2010). Renewable energy consumption and economic growth: evidence from a panel of OECD countries. *Energy Policy*, 38(1), 656–660.
- Apergis, N. & Payne, J. E. (2011). The renewable energy consumption–growth nexus in Central America. *Applied Energy*, 88(1), 343–347.
- Apergis, N. & Payne, J. E. (2012). Renewable and non-renewable energy consumption–growth nexus: Evidence from a panel error correction model. *Energy Economics*, 34(3), 733–738.

- Asafu-Adjaye, J., Byrne, D. & Alvarez, M. (2017). Dataset for analysing the relationships among economic growth, fossil fuel and non-fossil fuel consumption. *Data in Brief*, 10, 17–19.
- Bélaïd, F., & Youssef, M. (2017). Environmental degradation, renewable and non-renewable electricity consumption, and economic growth: Assessing the evidence from Algeria. *Energy Policy*, 102, 277–287.
- Bhattacharya, M., Paramati, S. R., Ozturk, I. & Bhattacharya, S. (2016). The effect of renewable energy consumption on economic growth: Evidence from top 38 countries. *Applied Energy*, 162, 733–741.
- Bildirici, M. E. & Kayıkçı, F. (2013). Effects of oil production on economic growth in Eurasian countries: Panel ARDL approach. *Energy*, 49, 156–161.
- Bilgili, F., Koçak, E. & Bulut, Ü. (2016). The dynamic impact of renewable energy consumption on CO₂ emissions: a revisited Environmental Kuznets Curve approach. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 54, 838–845.
- Chang, C. C. & Carballo, C. F. S. (2011). Energy conservation and sustainable economic growth: The case of Latin America and the Caribbean. *Energy Policy*, 39(7), 4215–4221.
- Chang, T., Deale, D., Gupta, R., Hefer, R., Inglesi-Lotz, R. & Simo-Kengne, B. (2017). The causal relationship between coal consumption and economic growth in the BRICS countries: Evidence from panel-Granger causality tests. *Energy Sources*, 12(2), 138–146.
- Chang, T., Gupta, R., Inglesi-Lotz, R., Simo-Kengne, B., Smithers, D. & Trembling, A. (2015). Renewable energy and growth: Evidence from heterogeneous panel of G7 countries using Granger causality. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52, 1405–1412.
- Ciarreta, A. & Zarraga, A. (2009, May). Economic growth and electricity consumption in 12 European countries: a causality analysis using panel data. In *Energy Market*, 2009. EEM 2009. 6th International Conference on the European (pp. 1-8). IEEE.
- Ciarreta, A. & Zarraga, A. (2010). Electricity consumption and economic growth in Spain. *Applied Economics Letters*, 17(14), 1417–1421.
- Çağlar, A. & Mert, M. (2017). Environmental Kuznets Hypothesis and the impact of renewable energy consumption on carbon emissions in Turkey: Cointegration with structural breaks approach. *Yönetim ve Ekonomi: Celal Bayar Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 24(1), 21–38. <https://dx.doi.org/10.18657/yonveek.307485>
- Destek, M. A. (2016). Renewable energy consumption and economic growth in newly industrialized countries: Evidence from asymmetric causality test. *Renewable Energy*, 95, 478–484.
- Dogan, E. (2015). The relationship between economic growth and electricity consumption from renewable and non-renewable sources: A study of Turkey. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52, 534–546.
- Dogan, E. & Seker, F. (2016). The influence of real output, renewable and non-renewable energy, trade and financial development on carbon emissions in the top renewable energy countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 60, 1074–1085.
- Furuoka, F. (2016). Renewable electricity consumption and economic development: New findings from the Baltic countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*.
- Im, K. S., Pesaran, M. H. & Shin, Y. (2003). Testing for unit roots in heterogeneous panels. *Journal of Econometrics*, 115(1), 53–74.
- Jebli, M. B., Youssef, S. B. & Ozturk, I. (2016). Testing environmental Kuznets curve hypothesis: The role of renewable and non-renewable energy consumption and trade in OECD countries. *Ecological Indicators*, 60, 824–831.

- Kahia, M., Aïssa, M. S. B. & Charfeddine, L. (2016). Impact of renewable and non-renewable energy consumption on economic growth: New evidence from the MENA Net Oil Exporting Countries (NOECs). *Energy*, 116, 102–115.
- Kahia, M., Aïssa, M. S. B. & Lanouar, C. (2017). Renewable and non-renewable energy use-economic growth nexus: The case of MENA Net Oil Importing Countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 71, 127–140.
- Kao, C. (1999). Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data. *Journal of Econometrics*, 90(1), 1–44.
- Eurostat. (2016). Key Figures on Europe. Retrieved from: <http://ec.europa.eu/eurostat/documents/>
- Koçak, E. & Şarkgüneşi, A. (2017). The renewable energy and economic growth nexus in Black Sea and Balkan countries. *Energy Policy*, 100, 51–57.
- Lee, C. C. & Chang, C. P. (2005). Structural breaks, energy consumption, and economic growth revisited: evidence from Taiwan. *Energy Economics*, 27(6), 857–872.
- Maddala, G. S. & Wu, S. (1999). A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61(S1), 631–652.
- Menegaki, A. N. (2011). Growth and renewable energy in Europe: a random effect model with evidence for neutrality hypothesis. *Energy Economics*, 33(2), 257–263.
- Menegaki, A. N. & Tiwari, A. K. (2017). The index of sustainable economic welfare in the energy-growth nexus for American countries. *Ecological Indicators*, 72, 494–509.
- Menegaki, A. N. & Tugcu, C. T. (2017). Energy consumption and Sustainable Economic Welfare in G7 countries; A comparison with the conventional nexus. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 69, 892–901.
- Mert, M. & Bölük, G. (2016). Do foreign direct investment and renewable energy consumption affect the CO2 emissions? New evidence from a panel ARDL approach to Kyoto Annex countries. *Environmental Science and Pollution Research*, 23(21), 21669–21681.
- Narayan, P. K. & Smyth, R. (2009). Multivariate Granger causality between electricity consumption, exports and GDP: evidence from a panel of Middle Eastern countries. *Energy Policy*, 37(1), 229–236.
- Nelson, C. R. & Plosser, C. R. (1982). Trends and random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications. *Journal of Monetary Economics*, 10(2), 139–162.
- Ocal, O. & Aslan, A. (2013). Renewable energy consumption–economic growth nexus in Turkey. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 28, 494–499.
- Omri, A. (2014). An international literature survey on energy-economic growth nexus: Evidence from country-specific studies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 38, 951–959.
- Osman, M., Gachino, G. & Hoque, A. (2016). Electricity consumption and economic growth in the GCC countries: Panel data analysis. *Energy Policy*, 98, 318–327.
- Owen, A. D. (2006). Renewable energy: Externality costs as market barriers. *Energy Policy*, 34(5), 632–642.
- Ozturk, I. (2010). A literature survey on energy–growth nexus. *Energy Policy*, 38(1), 340–349.
- Ozturk, I. (2017). Measuring the impact of alternative and nuclear energy consumption, carbon dioxide emissions and oil rents on specific growth factors in the panel of Latin American countries. *Progress in Nuclear Energy*, 100, 71–81.
- Pedroni, P. (1999). Critical values for cointegration tests in heterogeneous panels with multiple regressors. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61(S1), 653–670.

- Pedroni, P. (2004). Panel cointegration: asymptotic and finite sample properties of pooled time series tests with an application to the PPP hypothesis. *Econometric Theory*, 20(3), 597–625.
- Pesaran M. H. & Smith R (1995) Estimating long-run relationship from dynamic heterogeneous panels. *Journal of Econometrics*, 68(1), 79–113.
- Pesaran, M. H. (2007). A simple panel unit root test in the presence of cross-section dependence. *Journal of Applied Econometrics*, 22(2), 265–312.
- Pesaran, M. H., Shin, Y. & Smith, R. J. (2001). Bounds testing approaches to the analysis of level relationships. *Journal of Applied Econometrics*, 16(3), 289–326.
- Pesaran, M. H., Shin, Y. & Smith, R. P. (1999). Pooled mean group estimation of dynamic heterogeneous panels. *Journal of the American Statistical Association*, 94(446), 621–634.
- Rodríguez-Caballero, C. V. & Ventosa-Santaulària, D. (2017). Energy-growth long-term relationship under structural breaks. Evidence from Canada, 17 Latin American economies and the USA. *Energy Economics*, 61, 121–134.
- Sadorsky, P. (2009). Renewable energy consumption and income in emerging economies. *Energy Policy*, 37(10), 4021–4028.
- Sen, S. & Uzunoz, M. (2017). Is Economic growth sensitive to oil consumption shocks in Turkey? *Energy Sources*, 12(1), 70–76.
- Shafiei, S. & Salim, R. A. (2014). Non-renewable and renewable energy consumption and CO 2 emissions in OECD countries: a comparative analysis. *Energy Policy*, 66, 547–556.
- Shahbaz, M., ve Feridun, M. (2012). Electricity consumption and economic growth empirical evidence from Pakistan. *Quality and Quantity*, 46, 1583-1599.
- Shahbaz, M., ve Lean, H. H. (2012). The dynamics of electricity consumption and economic growth: A revisit study of their causality in Pakistan. *Energy*, 39(1), 146-153.
- SG, 2015. Smarter, greener, more inclusive?, Erişim adresi: <http://ec.europa.eu/eurostat/documents/>
- Solarin, S. A. & Ozturk, I. (2015). On the causal dynamics between hydroelectricity consumption and economic growth in Latin America countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52, 1857–1868.
- Eurostat. (2016). Sustainable development in the European Union. Retrieved from: <http://ec.europa.eu/eurostat/documents/>
- Tugcu, C. T., Ozturk, I. & Aslan, A. (2012). Renewable and non-renewable energy consumption and economic growth relationship revisited: evidence from G7 countries. *Energy Economics*, 34(6), 1942–1950.
- Wolde-Rufael, Y. (2004). Disaggregated industrial energy consumption and GDP: the case of Shanghai, 1952–1999. *Energy Economics*, 26(1), 69–75.
- Wolde-Rufael, Y. (2006). Electricity consumption and economic growth: a time series experience for 17 African countries. *Energy Policy*, 34(10), 1106–1114.
- Yoo, S. H. (2006). The causal relationship between electricity consumption and economic growth in the ASEAN countries. *Energy Policy*, 34(18), 3573–3582.

Fisher Hipotezinin MINT Ülkeleri İçin İncelenmesi: Eşik Değerli Adl Eşbütünleşme Testi Yaklaşımı

Muhammed Tıraşoğlu¹

Öz

Faiz oranları ile enflasyon arasındaki ilişki, ekonominin ilgi çeken konuları arasındadır. Bu çalışmada, MINT ülkelerinde nominal faiz oranı ile beklenen enflasyon arasındaki ilişki Fisher hipotezi çerçevesinde incelenmiştir. Çalışmada 1990-2017 yılları arası aylık veriler kullanılmıştır. Analizler doğrusal olmayan zaman serisi alanın güncel konularından olan eşik değerli otoregresif gecikmesi dağıtılmış [Autoregressive Distributed Lag (ADL)] eşbütünleşme testi ile gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, nominal faiz oranı ile beklenen enflasyon arasında eşik değerli eşbütünleşme ilişkisinin olduğu, yani MINT ülkelerinde Fisher hipotezinin geçerli olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler

Fisher Hipotezi • ADL Eşbütünleşme Testi • Doğrusal olmama • MINT ülkeleri

Jel Sınıflaması

C22 • E43 • F39

An Examination of Fisher Hypothesis for MINT Countries: Threshold Adl Cointegration Test Approach

Abstract

The relationship between interest rates and inflation is among the interesting topics of the economy. In this study, the relationship between the nominal interest rate and the expected inflation for MINT countries was examined in the context of the Fisher hypothesis. Monthly data from 1990 to 2017 were used in the study. Analyses were performed with threshold autoregressive distributed lag (ADL) cointegration test, which is from the current issues of the nonlinear time series. According to the results obtained, it is determined that there is a threshold cointegration relation between the nominal interest rate and the expected inflation, that is, the Fisher hypothesis is valid for MINT countries.

Keywords

Fisher Hypothesis • ADL Cointegration Test • Nonlinearity • MINT Countries

Jel Classification

C22 • E43 • F39

1 Sorumlu Yazar: Muhammed Tıraşoğlu (Dr. Öğr. Üyesi), Kırklareli Üniversitesi İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, Kayalı Kampüsü 39020 Kırklareli, Türkiye. Eposta: muhammedtirasoglu@klu.edu.tr

Atf: Tıraşoğlu, M. (2018). Fisher Hipotezinin MINT ülkeleri için incelenmesi: Eşik Değerli Adl Eşbütünleşme Testi Yaklaşımı. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 14(28), 31–43. <https://dx.doi.org/10.26650/ekoist.2018.14.28.0009>

An Examination of Fisher Hypothesis for MINT Countries: Threshold Adl Cointegration Test Approach

Extended Summary

Inflation and interest rates are undoubtedly among the important concepts of economic life. The relationship between inflation and interest rates attracts attention of researchers and policy makers for a long time. The Fisher hypothesis was added to the literature by Irving Fisher (1930). The Fisher hypothesis suggests that there is a relationship between nominal interest rates and expected inflation. The Fisher hypothesis states that real interest rates will not change according to expected inflation in the long run. In this case, changes in the inflation will be reflected to the nominal interest rates and the real interest rates will remain constant.

The use of nominal interest rates as a monetary policy instrument by the Central Bank is an important issue that requires attention. If the Fisher hypothesis is valid in economics, nominal interest rates and inflation rates will move together. One of the methods used in modeling the relationship between inflation and nominal interest rates is the Fisher equation. According to the theoretical framework of the Fisher hypothesis, the nominal interest rate equals the sum of the real interest rate and the expected inflation. The Fisher equation allows us to investigate whether the nominal interest rate and inflation are cointegrated. Information about the validity of the Fisher hypothesis is obtained according to the obtained value of the slope parameter β in the equation.

Fisher's hypothesis, a topic of interest for policy makers, economists and researchers, has been the subject of many theoretical and practical studies. Some of the important studies can be listed as; Summers (1982), Barthold and Dougan (1986), Barsky (1987), Hoover (1988), Mishkin (1992), Owen (1993), Phylaktis and Blake (1993), Dutt and Ghosh (1995), Payne and Ewing (1997), Junttila (2001), Berument and Jelassi (2002), Million (2004), Kasman, Kasman and Turgutlu (2006), Herwartz and Reimers (2006), Nusair (2008, 2009), Ito (2009), Tsong and Lee (2013), Tsong and Hachicha (2014), Everaert (2014), Amonhaemanon et al. (2014), Sjölander, Månsson and Shukur (2017).

When the literature is reviewed, it is seen that the studies investigating the Fisher hypothesis have not reached a common result. Among the reasons of this situation can be considered as differences of the country and / or country groups, the observed data period, the applied econometric methods and variables.

In order to investigate the validity of Fisher hypothesis, are widely used cointegration tests. The cointegration tests indicate that the combination of the non-stationary series may be stationary and show a long-running relationship between these series. When

the time series literature is reviewed, it is seen that many cointegration tests have been developed. One of the tests that investigate the long-term relationship between variables is Li and Lee (2010) test.

The Li and Lee (2010) test is a threshold autoregressive lag distributed (ADL) cointegration test. The use of the threshold ADL cointegration test has significant advantages. First, the most important advantage of the threshold ADL cointegration test approach is that it provides an opportunity to analyze the nonlinearity and cointegration at the same time. Secondly, it can be applied to studies with small samples. The third is that this cointegration test can be applied irrespective of whether the variables are $I(0)$ or $I(1)$. That is, this tests the cointegration relationship without necessarily having to be stationary at the same level for all variables used in the analysis (Chang and Xu, 2012, p. 3).

Threshold ADL cointegration test uses two test statistics, BO and BDM. As a result of Monte Carlo experiments that were obtained in the study, BO test has shown better performance than the BDM test in terms of power and size properties (Güriş, Yaşgöl and Tıraşoğlu, 2016, p. 59). Li and Lee (2010) obtained critical values for the BO and BDM tests, taking into account the indicator A and indicator B functions and different variable numbers.

In this study, the validity of Fisher hypothesis has been examined with nonlinear econometric methods for MINT (Mexico, Indonesia, Nigeria and Turkey) countries. The absence of a study in the literature that examines the Fisher hypothesis for MINT countries, has led to the preference of this country group. The MINT country group was first put forward by British economist Jim O’Neill at the end of 2013.

In this study, where the validity of the Fisher hypothesis was investigated, nominal interest rate and inflation rate data were used. The data was obtained from the International Financial Statistics database of the IMF. The variables used in the study are monthly and cover the period January 1990 - December 2017.

As a result of the threshold ADL cointegration test for MINT countries, cointegration was found in all countries. That is, there is a long-run relationship between the nominal interest rate and inflation. The results show that the Fisher hypothesis is valid for MINT countries under the nonlinear model for the analyzed period. In this case, monetary policy practitioners can use nominal interest rates as a balancer for the fight against inflation.

Fisher Hipotezinin MINT Ülkeleri İçin İncelenmesi: Eşik Değerli Adl Eşbütünleşme Testi Yaklaşımı

İktisadi hayatın önemli kavramları arasında şüphesiz enflasyon ve faiz oranları bulunmaktadır. Enflasyon ile faiz oranları arasındaki ilişki uzun süredir araştırmacıların ve politika yapımcıların dikkatini çekmiş ve birçok uygulamalı çalışmaya konu olmuştur. İlk kez Irving Fisher (1930) tarafından literatüre kazandırılan beklenen enflasyon ile nominal faiz oranları arasındaki ilişki, Fisher hipotezi olarak adlandırılmaktadır.

Fisher hipotezi genel olarak, uzun dönemli dengede, para arzının büyüme oranındaki bir değişimin, nominal faiz oranlarının doğrudan ayarlaması ile birlikte enflasyonda bir değişime neden olduğunu ifade etmektedir. Fisher hipotezi reel faiz oranlarının uzun vadede beklenen enflasyona göre değişmeyeceğini göstermektedir. Bu durumda, enflasyondaki değişiklikler nominal faiz oranlarına yansiyacak, reel faiz oranları sabit kalacaktır (Payne ve Ewing, 1997, s. 683).

Çalışmanın amacı, MINT ülkeleri (Meksika, Endonezya, Nijerya ve Türkiye) için Fisher hipotezinin geçerliliğinin eşik değerli ADL eşbütünleşme testi kullanarak araştırmaktır. Bu kapsamda çalışmanın planı şu şekilde dizayn edilmiştir; Çalışmanın izleyen bölümünde Fisher hipotezi hakkında bilgi verilmektedir. Üçüncü bölümde Fisher hipotezi ilgili literatür taraması sunulmuştur. Dördüncü bölümde, uygulama kısmında kullanılacak ekonometrik yöntem tanıtılmaktadır. Beşinci bölümde, uygulamada kullanılan veri tanıtıldıktan sonra MINT ülkeleri için Fisher hipotezi test sonuçlarına yer verilmektedir. Son bölümde ise çalışma özetlenmekte ve sonuçlandırılmaktadır.

Fisher Hipotezi

Bir ekonomide, Fisher hipotezi uygulanan para politikası açısından önemli sonuçlar doğurmaktadır. Para politikalarının temel amacının finansal piyasalar üzerinde bir etki yaratması olduğu düşünüldüğünde, merkez bankalarının uygulayacağı para politikaları ve nominal enflasyon oranları üzerinde etkili olacaktır. Merkez bankaları tarafından nominal faiz oranlarının para politikası aracı olarak kullanılması dikkat gerektiren bir konudur. Eğer Fisher hipotezi geçerli ise nominal faiz oranları ile enflasyon oranları birlikte hareket edecektir. Bu çerçeveden bakıldığında, nominal faiz oranlarında meydana gelecek artış, beklenen enflasyon oranında da bir artışa neden olabilecektir. Bu noktada reel faiz oranları sabit kaldığı sürece, nominal faiz oranındaki artış beklenen enflasyonu da arttıracaktır (Gürüş ve Yaşgöl, 2014, s. 2550). Dolayısıyla Fisher hipotezinin araştırılması, merkez bankaları tarafından uygulanan para politikası değişikliklerinin finansal piyasalar üzerinde bir etki yaratması nedeniyle, belirli bir dönemde para politikalarının etkinliğinin iyi bir göstergesidir.

Merkez bankaları enflasyonu frenlemek için para politikasını sıkılaştırırsa, para arzı genellikle azalır ve nominal faiz oranları artar. Para politikaları etkili olduğunda,

nominal faiz oranları merkez bankası tarafından kontrol edilebilecek beklenen enflasyon oranına göre hareket etme eğilimindedir. Böyle bir ortamda reel faiz oranları sabit kalmaktadır çünkü para arzındaki ve enflasyon oranındaki beklenen değişikliklerden etkilenmemektedir (Ito, 2009, s. 1019). Bu durumda reel faiz oranları olası parasal şoklardan etkilenmeyecektir. Bunun temel nedeni yatırım ve tasarruf sahiplerinin rasyonel davranarak reel faiz oranlarını takip etmeleri ve satın alma güçlerini korumak istemeleridir (Küçükaksoy ve Akalın, 2017, s. 21).

Enflasyon ile nominal faiz oranı arasındaki ilişkiyi modellemede kullanılan yöntemlerden biri Fisher denklemidir. Fisher denklemi, paranın büyümesindeki sürekli bir artış, önce nominal faiz oranlarında bir düşmeye sebep olmakta, sonra çıktı ve enflasyon artarken faiz oranları da yavaş yavaş artmaktadır. Bu kapsamda, uzun dönemde faiz oranları ekonomideki paranın büyüme oranı ve enflasyonla aynı miktarda artış göstermektedir (Şimşek ve Kadılar, 2006, s. 99). Fisher hipotezi genel olarak, nominal faiz oranları ile beklenen enflasyon arasında bir ilişki olduğunu ifade etmektedir. Fisher hipotezinin teorik çerçevesine göre, nominal faiz oranı reel faiz oranı ile beklenen enflasyonun toplamına eşittir. Bu denklem aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir.

$$i_t = r_t + \pi_t^e \quad 1$$

Denklemde i_t nominal faiz oranını, r_t reel faiz oranını ve π_t^e ise beklenen enflasyon oranını ifade etmektedir. Fama (1975) etkin piyasa varsayımı altında, gözlemlenen enflasyonu beklenen enflasyon oranı ile aşağıdaki gibi ifade edilebileceğini belirtmiştir.

$$\pi_t = \pi_t^e + u_t \quad 2$$

burada π_t gözlemlenen enflasyonu göstermektedir. Fisher hipotezi çerçevesinde regresyon denklemi aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$i_t = a + \beta\pi_t + \varepsilon_t \quad 3$$

Belirtilen Fisher denklemi sayesinde nominal faiz oranı ile enflasyonun eşbütünleşik olup olmadığı araştırılabilmektedir. Denklemde yer alan eğim parametresi β 'nin elde edilen değerine göre Fisher hipotezinin geçerliliği hakkında bilgi edinilmektedir. Bu çerçevede, eğim parametresi bire eşit $\beta = 1$ ise tam Fisher etkisinin geçerli olduğu ve eğim parametresinin birden farklı $\beta \neq 1$ ise kısmi Fisher etkisinin geçerli olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Burada $\beta \neq 1$ durumu için popüler teorik açıklamalar; (i) faiz gelirindeki vergiler nominal faiz oranlarının, vergi sonrası gerçek faiz oranlarını sabit tutmak için enflasyon beklentilerinde bir değişikliğe karşılık olarak birden fazla yükseltilmesi gerektiğini ima eder ($\beta > 1$), (ii) portföy, reel faiz oranlarında aşağı yönlü baskı oluşturan beklentilerin artmasına karşılık olarak para bakiyelerinin faiz taşıyan varlıklara kaydırılmasına neden olmaktadır ($\beta < 1$) şeklindedir (Everaert, 2014, s. 2000).

Literatür Taraması

Politika yapıcılar, ekonomistler ve araştırmacılar için ilgi çeken bir konu olan Fisher hipotezi, teorik ve uygulamalı birçok çalışmaya konu olmuştur. Önemli çalışmalardan bazıları; Summers (1982), Barthold ve Dougan (1986), Barsky (1987), Hoover (1988), Mishkin (1992), Owen (1993), Phylaktis ve Blake (1993), Dutt ve Ghosh (1995), Payne ve Ewing (1997), Junttila (2001), Berument ve Jelassi (2002), Million (2004), Kasman, Kasman ve Turgutlu (2006), Herwartz ve Reimers (2006), Nusair (2008 ve 2009), Ito (2009), Tsong ve Lee (2013), Tsong ve Hachicha (2014), Everaert (2014), Amonhaemanon ve arkadaşları (2014), Sjölander, Månsson ve Shukur (2017) şeklinde sıralanabilmektedir.

Literatürde birçok ülke ve/veya ülke grubu için Fisher hipotezinin geçerliliğini inceleyen ampirik çalışma mevcuttur. Çalışmanın kapsamı gereği burada, güncel veri ile çalışılması ve güncel ekonometrik yöntemler kullanılması nedeniyle 2000 yılı sonrası çalışmaların belirli kısmı özetlenecektir.

Fisher hipotezinin geçerliliğini inceleyen çalışmalardan biri Berument ve Jelassi (2002) tarafından literatüre kazandırılan çalışmadır. Faiz oranları ile enflasyon arasındaki uzun dönemli ilişkinin 26 ülke için araştırıldığı bu çalışmada, inceleme dönemi ülkelere göre farklılık göstermektedir. Uygulama sonuçlarına göre incelemeye konu olan 26 ülkeden 16'sında Fisher hipotezinin geçerli olduğu, 10 ülkede ise bu hipotezin geçerli olmadığı belirlenmiştir. Granville ve Mallick (2004) çalışmasında İngiltere için Fisher hipotezinin geçerliliğini, 1900-2000 yılları arası uzun bir dönem için araştırmıştır. Uygulamalarda nominal faiz oranı ile enflasyon arasındaki ilişki Johansen eşbütünleşme testi kullanılarak irdelenmiştir. Granville ve Mallick (2004), İngiltere için bu iki değişken arasında uzun dönemli bir ilişkinin olduğunu tespit etmiştir. Nusair (2008) çalışmasında 6 Asya ülkesi için Fisher hipotezinin geçerliliğini araştırmıştır. 1978:Q1-2005:Q4 dönemi verileri ile Engle ve Granger eşbütünleşme ve Gregory ve Hansen eşbütünleşme testleri yardımıyla analizler gerçekleştirilmiştir. Nusair'in (2008) elde ettiği bulgular, Kore için tam Fisher etkisinin, Malezya, Singapur ve Tayland için kısmi etkinin varlığını göstermiştir.

Fisher hipotezi geçerliliğini Türkiye için araştıran Yılcı (2009) çalışmasında, Engle ve Granger eşbütünleşme testi ve Kapetanios, Shin ve Snell (2006) doğrusal olmayan eşbütünleşme testi kullanılmıştır. Çalışmada 1989:Q1-2008:Q1 dönemi üçer aylık verileri kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Yılcı (2009) ampirik bulgular sonucunda, Türkiye için Fisher hipotezinin geçerli olmadığını tespit etmiştir. Kiran (2013) çalışmasında Fisher hipotezi geçerliliğini Türkiye için incelemiştir. Kiran (2013) çalışmasında 1990:Q1-2010:Q3 dönemi çeyreklik verileri analize dahil etmiştir. Analizlerde Engle ve Granger eşbütünleşme testi ile Robinson kesirli eşbütünleşme testleri kullanılmış olup, her iki test sonucunda da enflasyon ile nominal faiz oranları arasında uzun dönemli ilişki tespit edilmiştir. Güriş ve Yaşgül (2014) G7 ülkeleri için Fisher hipotezi geçerliliğini

1990:M1-2012:M5 dönemi aylık verileri kullanarak incelemişlerdir. Güriş ve Yaşgöl (2014) alışmada ADL eşikdeğerli eşbütünleşme testini kullanmışlar ve analiz sonucunda Kanada, Almanya, İtalya ve Japonya için hipotezin geçerli olduğu, Fransa, İngiltere ve ABD için hipotezin geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır.

Tsong ve Hachicha (2014) alışmasında seçilmiş bazı gelişmekte olan ülkeler olan Endonezya, Malezya, Rusya ve Güney Afrika için Fisher hipotezinin geçerliliğini incelemiştir. Çalışmada Engle ve Granger eşbütünleşme testi ve Xiao (2009) kantil eşbütünleşme testi kullanılarak 1995:M1-2011:M6 dönemi analiz edilmiştir. Tsong ve Hachicha (2014) Engle ve Granger eşbütünleşme testi sonucunun aksine Xiao (2009) testinde faiz oranı ve enflasyon arasında uzun dönemli bir dengenin olduğunu belirlemiştir. Omay vd. (2016) Fisher hipotezinin geçerliliğini içerisinde Türkiye'nin de bulunduğu 52 ülke için araştırmıştır. Omay vd. (2016) alışmasında 1997-2007 yılları arası aylık verileri kullanarak panel eşbütünleşme yöntemleri ile analizlerini gerçekleştirmiştir. Elde edilen bulgular, 52 ülke ve incelen alt gruplar için panel olarak nominal faiz oranları ile enflasyon arasında ilişki olduğunu göstermektedir. Küçükaksoy ve Akalın (2017) alışmasında 1995:Q1-2014:Q4 dönemi çeyreklik verilerini kullanarak 19 OECD ülkesi için nominal faiz oranı ile enflasyon arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Uygulanan panel eşbütünleşme testi sonucunda, OECD ülkelerinde Fisher hipotezinin geçerli olduğu belirlenmiştir. Bireysel sonuçlara göre ise, 5 ülkede hipotezin geçerli olmadığı bulgularına ulaşılmıştır. Sjölander, Månsson ve Shukur (2017) Fisher hipotezi geçerliliğini NORDIC ülkeleri için 1998:Q1-2011:Q4 dönemi verileri kullanarak araştırmışlardır. Çalışmada Wald (W), Benzerlik oranı (LR) ve Lagrange çarpanı (LM)'na dayalı panel hata düzeltme modelleri (PECM) kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar NORDIC ülkelerinde Fisher hipotezinin geçerli olduğunu göstermiştir.

Literatür incelendiğinde Fisher hipotezini araştıran çalışmalarda ortak bir sonuca ulaşılmadığı görülmektedir. Bu durumun nedenleri arasında ele alınan ülke ve/veya ülke grubu, incelenen veri dönemi, uygulanan ekonometrik yöntemler ve değişkenlerin farklılık göstermesi sayılabilmektedir.

Ekonometrik Metodoloji

Fisher hipotezinin geçerliliğinin araştırılmasında yaygın olarak eşbütünleşme testleri kullanılmaktadır. Eşbütünleşme testleri, durağan olmayan serilerin bileşimlerinin durağan olabileceğini ifade etmekte ve bu seriler arasındaki uzun dönemli ilişkiyi göstermektedir. Eşbütünleşme analizi serilerde fark alınmasından kaynaklanan bilgi kaybını önlemektedir. Zaman serisi literatürü incelendiğinde birçok eşbütünleşme testinin geliştirildiği görülmektedir. İncelenen iktisadi zaman serilerinin ve bu seriler arasındaki ilişkilerin doğrusal olmayan özellik sergilemesi², son dönemde doğrusal olmayan testlerin uygulamalı çalışmalarda sıklıkla tercih edilmesine imkân sunmuştur.

2 Detaylı bilgi için bakınız; Baillie ve Kapetanios (2007), Chen (2011), Teräsvirta vd. (2005), Yılancı ve Tıraşoğlu (2016) ve Yoon (2010).

Ekonometrik çalışmalarda kullanılan klasik eşbütünleşme testleri yapısal kırılmanın varlığından ve doğrusal olmama durumlarından etkilenabilmektedir. Bu tür problemleri önlemek için Li ve Lee (2010) tarafından eşik değerli otoregresif gecikmesi dağıtılmış ADL eşbütünleşme testi geliştirilmiştir.

Eşik değerli ADL eşbütünleşme testinin kullanılmasının önemli avantajları bulunmaktadır. Birincisi, eşik değerli ADL eşbütünleşme testi yaklaşımının en önemli avantajı, doğrusal olmama ve eşbütünleşme konusunda aynı anda analiz yapma fırsatı sunmasıdır. İkincisi, küçük ölçekli örneklerle yapılan çalışmalara uygulanabilmektedir. Üçüncüsü ise bu eşbütünleşme testi değişkenlerin $I(0)$ veya $I(1)$ olup olmadığına bakılmaksızın uygulanabilmesidir. Yani analizde kullanılan tüm değişkenlerin aynı dereceden durağan olmaları gerekmeden eşbütünleşme ilişkisini test etmektedir (Chang ve Xu, 2012, s. 3).

Li ve Lee (2010) çalışmasında $(n + 1)$ boyutlu gözlemlenen bir seri $z_t = (y_t, x_t)'$ $t = 1, \dots, T$, şeklinde ifade edilmiştir. Burada y_t bağımlı değişken ve T ise gözlem sayısıdır. İki rejimli eşik değerli vektör hata düzeltme modeli deterministik terim ile genişletildiğinde aşağıdaki gibi olacaktır.

$$z_t = d_t + w_t \tag{4}$$

$$\Delta w_t = \Pi_1 w_{t-1} I_{1r} + \Pi_2 w_{t-2} I_{2r} + \Phi(L) \Delta w_{t-1} + \varepsilon_t \tag{5}$$

burada d_t deterministik terimi, $\Phi(L)$ p . derece polinom matrislerini göstermekte ve $\varepsilon_t \sim iid(0, \varepsilon_t \varepsilon_t')$ şeklindedir. Li ve Lee (2010) gerekli dönüşümler yapılarak üçgensel (triangular) sistem gösterimi ile Δy_t ve Δx_t 'in aşağıdaki gibi olacağını belirtmiştir.

$$\Delta y_t = K_{11} \Theta z_{t-1} I_{1r} + K_{12} \Theta z_{t-1} I_{2r} + \alpha \Delta x_t + \Phi_1^* \Delta z_{t-1} + u_{1t} \tag{6}$$

$$\Delta x_t = u_{2t} \tag{7}$$

Denklemden $u_{2t} \equiv \Phi_2(L) \Delta z_{t-1} + \varepsilon_{2t}$ gibi tanımlanmaktadır. Eşik değerli ADL eşbütünleşme testi aşağıdaki denklem üzerinden uygulanabilmektedir.

$$y_t = \gamma x_t + e_t \tag{8}$$

Testte, uzun dönemli dengedeki değişimi veya sapmayı kullanan gösterge A ve gösterge B olmak üzere iki farklı gösterge fonksiyonu önerilmektedir. Bu iki gösterge fonksiyonu şu şekilde ifade edilebilmektedir.

$$\text{Gösterge A } I_{1r} = I(e_{t-d} < e_{t-d}(T)), \text{ ve } I_{2t} = 1 - I_t \tag{9}$$

$$\text{Gösterge B } I_{1t} = I(\Delta e_{t-d} < \Delta e_{t-d}(T)), \text{ ve } I_{2t} = 1 - I_{1t} \tag{10}$$

Burada τ eşik değeri ve $d \geq 1$ gecikme parametresini ifade etmektedir. Fisher hipotezinin eşik değerli ADL model gösterimi,

$$\Delta i_t = \beta_0 + \beta_1 i_{t-1} I_t + \beta_2 i_{t-1} (1-I_t) + \beta_3 \pi_{t-1} I_t + \beta_4 \pi_{t-1} (1-I_t) + \beta_5 \Delta \pi_t + \beta_6 \Delta i_{t-1} + \beta_7 \Delta \pi_{t-1} + \varepsilon_t \quad 11$$

şeklindedir (Güriş ve Yaşgöl, 2014, s. 2552). Li ve Lee (2010) eşik değerli ADL eşbütünleşme testi için iki test önermişlerdir. Birincisi Boswijk (1994) tarafından kullanılan BO testtir. İkincisi ise Benerjee vd. (1988) tarafından kullanılan BDM testtir. Bu iki teste ait değerşkenler arasında eşik değerli eşbütünleşme ilişkisi olmadığını gösteren temel hipotezler aşğıdaki gibidir.

$$\text{BO testi } H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0 \quad 12$$

$$\text{BDM testi } H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad 13$$

BO ve BDM testlerine ait alternatif hipotezler değerşkenler arasında eşik değerli eşbütünleşme ilişkisi vardır şeklindedir. Ayrıca çalışmada elde edilen Monte Carlo denemeleri sonucunda güç ve boyut özellikleri açısından BO testinin BDM testinden daha iyi performansa sahip olduğu gösterilmiştir (Güriş, Yaşgöl ve Tıraşoğlu, 2016, s. 59). Li ve Lee (2010) alışmalarında BO ve BDM testlerine ait gösterge A ve gösterge B fonksiyonları ve farklı değerşken sayısı için kritik değerleri Tablo 1’de sunmuşlardır.

Veri ve Uygulama Sonuçları

Bu alışmada, MINT (Meksika, Endonezya, Nijerya ve Türkiye) ülkeleri için Fisher hipotezi geçerliliği doğrusal olmayan ekonometrik yöntemlerle incelenmiştir. Literatürde MINT ülkeleri özelinde Fisher hipotezini inceleyen bir çalışmanın olmaması ve grup içerisinde Türkiye’nin de yer alması, bu ülke grubunun tercih edilmesini ön plana çıkarmıştır. MINT ülke grubu ilk defa Britanyalı İktisatçı Jim O’Neill tarafından 2013 yılı sonunda ortaya atılmıştır. Jim O’Neill MINT ülkelerini, dünya ekonomisinin ‘Yeni Dörtlüsü’ ve ekonominin ‘Yeni Devleri’ olarak tanımlamaktadır. MINT ülkelerinin ortaya çıkmasında, iyi demografik yapıya sahip olmaları, çalışan insan sayılarında artış olması, genç bir nüfusa sahip olmaları ve avantajlı coğrafi konuma sahip olmaları belirleyici olmuştur.

Fisher hipotezinin geçerliliğinin araştırıldığı bu çalışmada nominal faiz oranı ve enflasyon oranı verileri kullanılmıştır. Faiz oranı göstergesi için mevduat faiz oranı, enflasyon oranı göstergesi olarak Tüketici Fiyat Endeksinin logaritmik birinci farkı alınarak kullanılmıştır. Veriler IMF’nin International Financial Statistics veri tabanından temin edilmiştir. Çalışmada kullanılan değerşkenler aylık frekansta olup, Ocak 1990 – Aralık 2017 dönemini kapsamaktadır.

MINT ülkelerinde Fisher hipotezi geçerliliği doğrusal olmayan zaman serisi alanının güncel yöntemlerinden olan eşik değerli ADL eşbütünleşme testi ile

araştırılmış ve sonuçlar Tablo 1’de sunulmuştur. Tabloda, dahi iyi güç özelliklerine sahip olduğu için BO testi sonuçları yer almaktadır.

Tablo 1
Eşik Değerli ADL Eşbütünleşme Testi Sonuçları

	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7
Endonezya								
Gösterge A								
I_t^a	0.1243 (1.069)	-0.0193 (-1.736)	-0.0447 (-7.051)	0.2196 (3.834)	0.5904 (8.225)	-0.0050 (-0.132)	0.5320 (13.126)	-0.1044 (-2.281)
	BO:	87.253***	$E_t^*(\tau)$:	5.7864	τ :	0.1518	AIC:	2.2943
Gösterge B								
I_t^b	0.3386 (4.223)	-0.0469 (-7.457)	-0.0281 (-3.458)	0.1576 (2.733)	0.6706 (8.646)	-0.0024 (-0.058)	0.4618 (10.137)	0.1184 (2.053)
	BO:	116.301***	$E_t^*(\tau)$:	0.9398	τ :	0.244	AIC:	2.2266
Meksika								
Gösterge A								
I_t^a	-0.0167 (-0.136)	-0.0567 (-2.200)	-0.0186 (-0.556)	0.6658 (2.482)	-0.2971 (-0.525)	1.7061 (8.370)	0.2423 (4.370)	-0.3066 (-1.438)
	BO:	19.681**	$E_t^*(\tau)$:	6.7849	τ :	0.1548	AIC:	3.7108
Gösterge B								
I_t^b	0.2488 (2.174)	-0.0361 (-1.630)	-0.0843 (-4.156)	-0.4139 (-1.482)	1.3254 (5.288)	1.3016 (6.437)	0.1699 (3.091)	0.8541 (3.368)
	BO:	61.947***	$E_t^*(\tau)$:	0.1017	τ :	0.4762	AIC:	3.5955
Nijerya								
Gösterge A								
I_t^a	0.8085 (2.647)	-0.0931 (-2.556)	-0.0738 (-3.567)	0.0535 (0.867)	0.1487 (2.920)	0.0237 (0.614)	-0.1873 (-3.475)	-0.0181 (-0.468)
	BO:	16.823	$E_t^*(\tau)$:	-0.5574	τ :	0.4821	AIC:	3.1963
Gösterge B								
I_t^b	0.2339 (1.165)	-0.0241 (-1.412)	-0.0899 (-4.556)	0.1171 (2.510)	0.1569 (1.887)	0.0304 (0.800)	-0.0868 (-1.479)	-0.1087 (-2.467)
	BO:	27.450***	$E_t^*(\tau)$:	1.2222	τ :	0.1518	AIC:	3.1657
Türkiye								
Gösterge A								
I_t^a	3.3285 (4.219)	-0.2802 (-4.451)	-0.1940 (-6.834)	2.4506 (4.339)	2.4555 (6.305)	1.4454 (6.594)	-0.0564 (-1.088)	-0.1821 (-0.774)
	BO:	48.5907***	$E_t^*(\tau)$:	-3.5575	τ :	0.5268	AIC:	6.4516
Gösterge B								
I_t^b	1.8797 (2.9621)	-0.1351 (-3.863)	-0.1493 (-5.343)	1.1728 (2.714)	2.2592 (6.040)	1.3785 (6.284)	-0.0978 (-1.656)	0.3303 (-1.102)
	BO:	47.473***	$E_t^*(\tau)$:	-3.8962	τ :	0.6399	AIC:	6.4546

Not: BO istatistiğine ait kritik değerler Li ve Lee (2010) çalışması Tablo 1’den temin edilmiştir. Gösterge A için kritik değerler %10, %5 ve %1 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 16.90, 19.04 ve 24.00 şeklindedir. Gösterge B için kritik değerler %10, %5 ve %1 anlamlılık düzeylerinde sırasıyla 16.36, 18.66 ve 23.88 şeklindedir. Parantez içerisindeki değerler robust *t*-istatistikleridir. *, ** ve *** sırasıyla %10, %5 ve %1 anlamlılık düzeylerini ifade etmektedir.

Tablo 1’de MINT ülkeleri BO test istatistiği sonuçlarına göre, Endonezya’da gösterge A ve gösterge B için değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını

belirten temel hipotez reddedilmiştir. Endonezya için nominal faiz oranı ile enflasyon oranı arasında uzun dönemli bir ilişkinin olduğu sonucuna varılmıştır, bu da Endonezya için Fisher hipotezinin geçerli olduğunu ifade etmektedir. Benzer şekilde Meksika ve Türkiye için de her iki gösterge sonucunda değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını belirten temel hipotez reddedilmiştir. Nijerya’da ise sadece gösterge B için değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını belirten temel hipotez reddedilmiştir. Elde edilen sonuçlar ele alınan dönem için doğrusal olmayan model yapısı altında MINT ülkelerinde Fisher hipotezinin geçerli olduğunu göstermiştir.

Sonuç

Enflasyon ile makroekonomik değişkenler arasındaki ilişki uzun süredir birçok araştırmacının ve politika yapıcının ilgisini çeken bir konudur. Özellikle gelişmekte olan ve Türkiye gibi enflasyonu belirli bir seviyenin üzerinde olan ülkelerde bu değişkenler arasındaki ilişkiler merkez bankaları para politikaları için ayrıca önem arz etmektedir. Irving Fisher tarafından 1930 yılında literatüre kazandırılan Fisher hipotezi, beklenen enflasyon ile nominal faiz oranı arasında ilişki olduğunu ifade etmektedir.

Çalışmada MINT ülkeleri için Fisher hipotezinin geçerliliği Ocak 1990 – Aralık 2017 dönemi aylık verileri kullanılarak incelenmiştir. MINT ülkeleri ile çalışılma nedeni, bu ülke grubu için Fisher hipotezini inceleyen bir çalışmanın olmaması ve grup içerisinde Türkiye’nin de yer almasıdır. MINT ülkeleri, gelişmekte olan ülkelere dönüşen ve belirli özellikleri açısından ön plana çıkan bir gruptur. Analizlerde doğrusal olmayan zaman serisi literatürünün önemli konularından eşik değerli ADL eşbütünleşme testi kullanılmıştır. Eşik değerli ADL eşbütünleşme testinin kullanılma sebebi, aynı anda hem doğrusal olmama hem de eşbütünleşme konusunda analiz yapma fırsatı sunması, küçük ölçekli örneklere uygulanabilmesi ve kullanılan değişkenlerin aynı dereceden durağan olmaları gerekmeden uzun dönemli ilişkiyi test etmesidir. Yapılan analizler sonucunda MINT ülke grubunu oluşturan dört ülke için nominal faiz oranı ile enflasyon oranı arasında uzun dönemli ilişki belirlenmiştir. Endonezya, Meksika ve Türkiye için her iki göstergede, Nijerya için bir göstergede eşbütünleşme ilişkisi bulunmuştur. Bu sonuçlar MINT ülkelerinde Fisher hipotezinin geçerli olduğunu ifade etmektedir.

Bir ekonomide Fisher hipotezinin geçerli olması, uygulanan ekonomi politikalarının sonuçlarının daha net görülmesini sağlayacaktır. Fisher hipotezinin geçerli olduğu ülkelerde nominal faiz oranları enflasyon için öncü bir gösterge olarak kullanılabilir. Yani para politikası uygulayıcıları enflasyona karşı mücadelede nominal faiz oranlarını dengeleyici olarak etkili bir şekilde kullanabilmektedir.

Kaynakça/References

- Amonhaemanon, D., Annaert, J., De Ceuster, M. J. K. & Long, H. L. (2014). The Fisher hypothesis and investment assets: The Vietnamese and Thai. *International Journal of Financial Research*, 5(4), 180–195.
- Baillie, R.T. & Kapetanios, G., (2007). Testing for neglected nonlinearity in long-memory models. *Journal of Business & Economic Statistics*, 25(4), 447–461.
- Banerjee, A., Dolado, J. J. & Mestre, R. (1998). Error-correction mechanism tests for cointegration in a single-equation framework. *Journal of Time Series Analysis*, 19(3), 267–283.
- Barsky, R. B. (1987). The Fisher hypothesis and the forecastability and persistence of inflation. *Journal of Monetary Economics*, 19, 3–24.
- Barthold, T. A. & Dougan, W. R. (1986). The Fisher hypothesis under different monetary regimes. *The Review of Economics and Statistics*, 68(4), 674–679.
- Berument, H. & Jelassi, M. M. (2002). The Fisher hypothesis: A multi-country analysis. *Applied Economics*, 34, 1645–1655.
- Boswijk, P., (1994). Testing for an unstable root in conditional and structural error correction models. *Journal of Econometrics*, 63, 37–60.
- Chang, T. & Xu, Y. Y. (2012, July). *Rational bubbles in G-7 countries: an empirical note based on the ADL test for threshold cointegration*. Asian Finance Association (AsianFa) and Taiwan Finance Association (TFA) Joint International Conference July, Taiwan.
- Chen, S. W. (2011). Current account deficits and sustainability: Evidence from the OECD countries. *Economic Modelling*, 28, 1455–1464.
- Dutt, S. D. & Ghosh, D. (1995). The fisher hypothesis: Examining the Canadian experience. *Applied Economics*, 27, 1025–1030.
- Everaert, G. (2014). A panel analysis of the fisher effect with an unobserved I(1) World real interest rate. *Economic Modelling*, 42, 198–210.
- Fama, E. F. (1975). Short-term interest rates as predictors of inflation. *The American Economic Review*, 65(3), 269–282.
- Fisher, I. (1930). *The theory of interest*. New York: The MacMillan Company. Retrieved from: <http://files.libertyfund.org/>
- Granville, B. & Mallick, S. (2004). Fisher hypothesis: UK evidence over a century. *Applied Economics Letters*, 11, 87–90.
- Güriş, B. & Yaşgül, Y. S. (2014). Does the Fisher hypothesis hold fort he G7 countries? Evidence from ADL threshold cointegration test. *Quality & Quantity*, 49(6), 2549–2557.
- Güriş, B. Yaşgül, Y. S. & Tıraşoğlu, M. (2016). Do OECD countries' health expenditure catch up to that of US?. *The Empirical Economics Letters*, 15(1), 55–64.
- Herwartz, H. & Reimers, H.-E. (2006, April). *Modelling the Fisher hypothesis: World wide evidence*. Christian-Albrechts- Universität Kiel, Department of Economics, Economics Working Paper, Leibniz. Retrieved from: <https://www.econstor.eu/>
- Hoover, K. D. (1988). On the pitfalls of untested common-factor restrictions: The case of the inverted Fisher hypothesis. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50(2), 125–138.
- Ito, T. (2009). Fisher hypothesis in Japan: Analysis of long-term interest rates under different monetary policy regimes. *The World Economy*, 32(7), 1019–1035.
- Junttila, J. (2001). Testing an augmented Fisher hypothesis for a small open economy: The case of Finland. *Journal of Macroeconomics*, 23(4), 577–599.
- Kapetanios, G., Shin, Y. & Snell, A. (2006). Testing for cointegration in nonlinear smooth transition error correction models. *Econometric Theory*, 22(2), 279–303.

- Kasman, S., Kasman, A. & Turgutlu, E. (2006). Fisher hypothesis revisited: A fractional cointegration analysis. *Emerging Markets Finance and Trade*, 42(6), 59–76.
- Kıran, B. (2013). A fractional cointegration analysis of Fisher hypothesis: Evidence from Turkey. *Quality & Quantity*, 47(2), 1077–1084.
- Küçükaksoy, İ. ve Akalın, G. (2017). Fisher Hipotezi'nin panel veri analizi ile test edilmesi: OECD ülkeleri uygulaması. *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 35(1), 19–40.
- Li, J. & Lee, J. (2010). ADL tests for threshold cointegration. *Journal of Time Series Analysis*, 31, 241–254.
- Million, N. (2004). Central bank's interventions and the Fisher hypothesis: A threshold cointegration investigation. *Economic Modelling*, 21, 1051–1064.
- Mishkin, F. S. (1992). Is the Fisher effect for real? A reexamination of the relationship between inflation and interest rates. *Journal of Monetary Economics*, 30, 195–215.
- Nusair, S. A. (2008). Testing for the Fisher hypothesis under regime shifts: An applications to Asian countries. *International Economic Journal*, 22(2), 273–284.
- Nusair, S. A. (2009). Non-linear co-integration between nominal interest rates and inflation: An examination of the Fisher hypothesis for Asian countries. *Global Economic Review*, 38(2), 143–159.
- Omay, T., Hasanov, M., Yuksel, A. & Yuksel, A. (2016). A note on the examination of the Fisher hypothesis by using panel co-integration tests with break. *Romanian Journal of Economic Forecasting*, 19(2), 13–26.
- Owen, P. D. (1993). Cointegration analysis of the Fisher hypothesis: The role of the real rate and the Fisher identity. *Applied Financial Economics*, 3, 21–26.
- Payne, J. E. & Ewing, B. T. (1997). Evidence from lesser developed countries on the Fisher hypothesis: A cointegration analysis. *Applied Economics Letters*, 4, 683–687.
- Phylaktis, K. & Blake, D. (1993). The Fisher hypothesis: Evidence from three high inflation economies. *Weltwirtschaftliches Archiv*, 129(3), 591–599.
- Sjölander, P., Månsson, K. & Shukur, G. (2017). Testing for panel cointegration in an error-correction framework with an application to the Fisher hypothesis. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(3), 1735–1745.
- Summers, L. H. (1982). The non-adjustment of nominal interest rates: A study of the Fisher hypothesis. *NBER Working Paper Series*, 836, 1–64.
- Şimşek, M. ve Kadılar, C. (2006). Fisher Etkisinin Türkiye verileri ile testi. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 7(1), 99–111.
- Teräsvirta, T., Dijk, D. & Medeiros, M.C., (2005). Linear models, smooth transition autoregressions, and neural networks for forecasting macroeconomics time series: A re-examination. *International Journal of Forecasting*, 21, 755–774.
- Tsong, C. C. & Hachicha, A. (2014). Revisiting the Fisher hypothesis for several selected developing economies: A quantile cointegration approach. *Economic Issues*, 19(1), 57–72.
- Tsong, C-C. & Lee, C.-F. (2013). Quantile cointegration analysis of the Fisher hypothesis. *Journal of Macroeconomics*, 35, 186–198.
- Yılanıcı, V. (2009). Fisher Hipotezinin Türkiye için sınanması: Doğrusal olmayan eşbütünleşme analizi. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23(4), 205–2013.
- Yılanıcı, V. ve Tıraşoğlu, M. (2016). Türkiye'nin makroekonomik zaman serilerinin doğrusallığının testi. *Çankırı Karatekin University Journal of the Faculty of Economics and Administrative Sciences*, 6(2), 1–16.
- Yoon, G. (2010). Nonlinearity in US macroeconomic time series. *Applied Economics Letters*, 17, 1601–1609.

Markov Switching Autoregressive Model for WTI Crude Oil Price

Nilgün Çil¹

Çiğdem Yılmaz²

Abstract

In this study, we aimed to test the nonlinear structure of crude oil prices with Markov Regime Switching Autoregressive Models. In the study of weekly prices covering the period from May 06, 1990 to April 11, 2018, a two-regime Markov switching model was applied. In the case of two regimes, we proved the that the probability the process will be in regime 1 or 2 is given by steady-state probabilities. As a result, it can be seen that the predictions made by the Markov switching autoregressive model were succesful.

Keywords

Regime change • Markov Switching Autoregressive Models • Crude Oil

Jel Classification

C01 • C2 • C24 • N7

WTI (West Texas Intermediate) Ham Petrol Fiyatları için Markov Rejim Değişim Otoresif Modeli

Öz

Bu araştırma ile ham petrol fiyatının doğrusal olmayan yapısını Markov Rejim Değişim Otoresif Modelleriyle test etmek amaçlanmıştır. 06 Mayıs 1990'dan 11 Nisan 2018'e kadar olan dönemi kapsayan, haftalık fiyatların kullanıldığı çalışmada, iki rejimli Markov Switching Modeli uygulanmıştır. İki rejim durumunda sürecin rejim 1 veya rejim 2'de olacağı kararlı yapı olasılıkları ile kanıtlanmıştır. Sonuç olarak ise, Markov Rejim Değişim Modeli ile yapılan öngörünün başarılı sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler

Rejim değişim • Markov Rejim Değişim Otoresif Modelleri • Ham petrol • Lineer-olmayan • Durağanlık durumu

Jel Sınıflandırması

C01 • C2 • C24 • N7

1 Nilgün Çil (Prof.). Department of Econometrics, Institution of Social Sciences, Istanbul University, Fatih 34116 İstanbul, Turkey. Email: nilgun.cil@istanbul.edu.tr

2 Correspondence to: Çiğdem Yılmaz (PhD.) Department of Econometrics, Institution of Social Sciences, İstanbul University, Fatih 34116 İstanbul, Turkey. Email: cigdem_yilmazz@hotmail.com

To cite this article: Çil & Yılmaz (2018). Markov Switching Autoregressive Model for WTI crude oil price. *Econometrics and Statistics e-Journal*, 14(28), 45–56. <https://dx.doi.org/10.26650/ekoist.2018.14.28.0003>

Markov Switching Autoregressive Model for WTI Crude Oil Price

Many economic activities are directly or indirectly dependent on energy. The extent of petroleum use as an energy resource is emphasizing the oil market (Solak, 2012, p. 117). The main reasons for the fluctuating nature of the oil market are the increasing dependence of demand and supply on the political and economic stability of countries, and production is heavily related to external factors such as military conflicts, natural disasters, the presence of speculators (Barunik&Malinska, 2015, p. 2).

The fact that oil price changes is affected by many social, political and economic events in the world and can affect the price of crude oil both negatively and positively (King, Deng & Metz, 2012). Because of the “American Civil War” crude oil prices increased in middle of the 1800s, and at the end of the 1800s, prices fell sharply due to the great recession. In the 1990s, prices rose mainly because of the Iran-Iraq War - oil exports from the Middle East region have been interrupted significantly. As a result of a slowdown in economic growth in Asian countries, a significant drop was seen in the period 1997-1999. In 2000, the price of crude oil become more stable. The attack on the World Trade Center on September 11th2001, and the Global financial crisis in 2008 crude oil prices became more volatile again. In 2011, crude oil price also affected both The “Arab Spring” and the “Libyan Civil War”. OPEC’s decisions also affected market prices in 2015 (Ural, 2016). Following these issues, there were many serious fluctuations in crude oil prices and it has therefore become necessary to investigate this (Karahan, 2014, p. 2).

Researchers are developing various time series models to analyze and estimate the behavior of economic and financial variables such as oil prices. Linear time series models such as autoregressive (AR) models, moving average (MA) models, and mixed ARMA models(which are mostly used in literature on account of their ease of application) have become very popular. Although these models are very successful in many applications, they cannot represent many nonlinear dynamic models (Ahdikari & Agrawal, 2013, p. 18).

Hamilton’s (1989) Markov Switching Regime Shift model, also known as the, is one of the nonlinear time series models that has been used widely in literature. This model includes multiple equations, so that time series behavior can be characterized in different regimes. In the MS regime shift model, it is possible to capture more complex dynamic patterns by allowing the transition between equations or structures. The Markov switching model is different from the structural change models. While the first permits frequent changes at random time points, the latter only accepts external changes (Kuan, 2002, pp. 1-2).

In this study, we aim to test the nonlinear structure of crude oils price with Markov Regime Change Autoregressive Models. Secondly, we look at the literature on

crude oil prices and the Markov switching method. Thirdly, the data, methods and applications used in the study are given and the findings are discussed. In the last part, the main findings in the study are summarized.

Literature

Literature on Oil Prices

Hamilton (1983), investigated the sudden rise in crude oil prices and recessions in the U.S. during World War II. According to Hamilton, the reasons behind fluctuations in oil shocks are mainly supply and demand supply, political events and geopolitical events.

Hamilton (2009), aimed to identify the many reasons for the changes in oil prices. As a result of his study, he showed that physical disruptions in supply were the main cause of the previous oil price crashes.

Chen (2014), used 1984:10 - 2012:8 periods of the monthly data to show the share price indices of oil prices in the energy sector. Short-term nominal and real crude oil prices have strong foresee. This study reflects both market information on time and is ready to predict the spot oil price.

Huang (2017), examined the world economy, oil inventories, futures markets and political stability in the Middle East in terms of fluctuations in oil prices over multiple time periods. As a result of the study, these factors were observed to have some effect on the volatility of oil prices over one or more time periods.

Wong and El (2017), investigated the relation between oil price changes and Gulf Cooperation Council stock markets during the period 2005 - 2015. In this study, they used Granger causality and impulse response function as an econometric model. They found that oil prices are the basis for the stock markets in GCC except Oman.

In the study of Yin, Peng and Tang (2018), they tried to estimate oil prices using a number of estimating variables with a time varying weight combination approach to determine better behavior of a time series. In doing so, the former, they used five different models to predict crude oil prices one by one. The latter, each special model was given a changing weight over time with the new combination approach. They calculated estimated figures for oil prices. According to their calculations, the method gives better and more reliable results than random walk.

Literature on Markov Switching Models

Hamilton (1989), presents an overview of the life cycle of an operator with the Markov Switching Autoregressive Process model, which can be used with various fields such as finance or economy.

Middendorf and Schmidt (2004) modeled the then U.S. current account deficit, (which had continued at a high level for a long time) with three regimes in their study: the rate of increase in current account deficit was high, the rate of increase in current account deficit was low, and the remediation regime. The result was that the current account deficit displayed an asymmetrical structure. In other words the rate of increase in current account deficit is high and the regime lasts long, whereas the correction regime is short-lived, whereas the correction regime is shorter.

Pasaradakis and Spagnolo (2003), investigated the performance of different approaches for Markov Switching AR modes. They used ARMA representation as the selection method and applied Monte Carlo simulation analysis. Eventually they found that TPM and AIC information criteria are more successful than BIC and HQC.

Stale, Kayhan and Koçyiğit (2013), examined the asymmetric behavior of Turkey’s unemployment rate for the period 1923-2011. In doing so, they applied linear unit root tests and the Markov regime switching model. Based on the results of the unit root tests, the unemployment rate was not stable at the level of the series but it is at the first differences. As a result of the application of the Markov regime switching model, it was seen that unemployment continued to exhibit asymmetric behavior during the period 1923-1950. According to this, the unemployment rate has a non-linear structure at this period and there are transitions between the two regimes

Econometric Method

Markov Switching Autoregressive Regression Model (MS - AR)

An MS-AR process is the generalized form of the Hidden Markov Model (HMM) and AR models. This process is characterized by two components: S_t and Y_t . S_t represents the latent state at time t and Y_t represents the observable states at time t. Suppose here that the latent air stream follows the Markov Chain process in the first place. Consequently, an MS (m) -AR (p) model means that the model contains an autoregressive process at the p-th order, and the Markov chain process with the m-state. The conditional distribution of S_t is the Markov chain process in m state and rank 1, and depends on the value of S_{t-1} . The conditional distribution of Y_t over S_t is the autoregressive process at the p-th order. The value of Y_t depends on the value of $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3} \dots Y_{t-p}$ and S_t . In this case Y_t is explained as follows.

$$Y_t = a_0^{S_t} + \sum_{i=1}^p a_i^{S_t} Y_{t-i} + \delta^{S_t} \epsilon_t$$

Where $a_1^{S_t}, a_2^{S_t}, a_3^{S_t} \dots a_{t-p}^{S_t}$ are the coefficients of the autoregressive process in the case of S_t . $a_0^{S_t}$ constant, ϵ_t error term series, δ^{S_t} is the standard deviation of the sequence of error terms. In the model of MS (m)-AR (0), There is m regime in Markov chain and the observable regimes depend only on concealed regimes within the same range,

which is equivalent to HMM. When considered for the MS (2) -AR (1) model, there are two regimes in the Markov chain and the results observed at time t . Y_t is defined by both the concealed regime in the same period and the observed results at time $t-1$, Y_{t-1} (Ailliot ve Monbet: 2012, 96). This relation can be expressed using an equation similar to the following equation: $Y_t = a_0^{S_t} + a_1^{S_t}Y_{t-1} + \delta^{S_t}\epsilon_t$

The flow chart in Figure 1 illustrates this process:

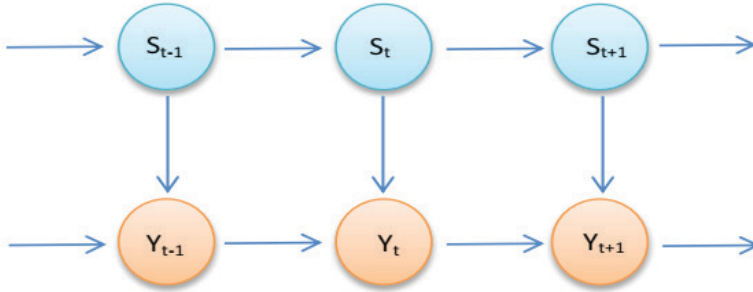


Figure 1. Process of MS(1)-AR (1).

AR(1) model is simply written as follows and it supposes an average and volatility shift in the difference between the regimes

$$Y_t = \mu S_t + \varphi(Y_{t-1} - \mu S_{t-1}) + u_t, \quad u_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2 S_t),$$

Here while $\mu S_t = \mu_0(1 - S_t) + \mu_1 S_t$, $\sigma^2 S_t$ is as described above. If $S_t, t = 1, \dots, T$ is known in advance, then the problem is about a conventional dummy variable autoregression. However, the appropriate regime is usually not directly observable. Then;

$$P(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij}, \quad (i, j = 0, 1),$$

They are called transition probabilities with $p_{i0} + p_{i1} = 1, i = 0, 1$. The Markov process is a type of processing, in which the current regime depends only on the previous regime and is called a mean and variance Markov Switching model. The probabilities in the Markov process can be presented in matrix form as follows:

$$\begin{pmatrix} P(S_t = 0) \\ P(S_t = 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{10} \\ p_{01} & p_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(S_{t-1} = 0) \\ P(S_{t-1} = 1) \end{pmatrix}$$

Transition probabilities (p_{ij}) are generally estimated with maximum likelihood method (<http://lipas.uwasa.fi/~bepa/Markov.pdf>).

Data and Empiric Results

The weekly crude oil price was used in the study. The data was obtained from the “imf.org” website and consisted of 1449 observations covering the period from May

06, 1990 to April 11, 2018. The logarithmic state of the crude oil price series was taken and converted from price series to return series with the help of the following formula. The E-views 9.0 program was used to analyze the crude oil price data.

$$y_t = 100x[\ln(r_t) - \ln(r_{t-1})]$$

In this paper, it would be more accurate to proceed without seasonal adjustments because each adjustment would affect the results of the analysis to be made, the regression would lead to deterioration at the turning points, and in this case the regime would be distorted (Skalin&Terasvirta, 2000; Fattouh, 2005; Mir, Osborn & Lombardi, 2005).

Graphs of crude oil price (crude) and return (Y) series are given in Figures 2 and 3, respectively.

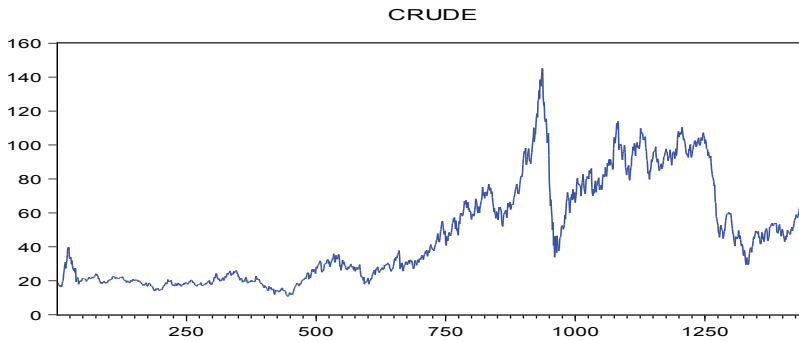


Figure 2. Crude oil price series graph.

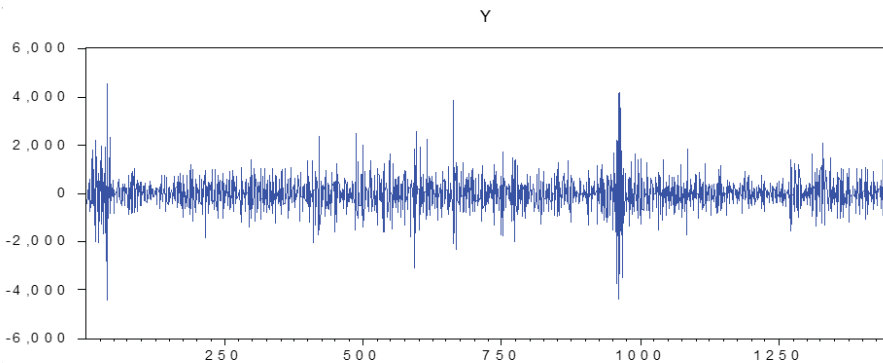


Figure 3. Crude oil return series graph.

As can be seen from Figure 2 and 3, it is clear that rather than a simple random walk, the time series of both up and down trends occur at different time periods. Some test statistics of the crude oil return series are given in Table 1.

Table 1
Descriptive Statistics

Mean	0.082
Median	-11.19507
Max.	4525.5
Min.	-4406.618
Std. Dev.	728.6541
Skewness	0.125772
Kurtosis	9.130907
Jarque-Bera	2270.059
Prob.	0.000000

According to the statistics obtained in Table 1, the series are skewed and kurtosis due to the residuals. According to the JB test statistic value of Jarque and Bera (1980), the error terms of the series do not show normal distribution. Analysis of the stability of the series was made by ADF test.

Table 2
ADF Stationary Test

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-12.98038	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.964507	
5% level	-3.412971	
10% level	-3.128482	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

In Table 2, ADF test statistic showed that the series was stationary at a significance level of 0.05. After this the most appropriate delay length was determined using information criteria and the estimated results of the predicted LSM method are given in Table 3.

Table 3
Least Square Test Result

Parameters	Estimates	SE	t-stat.	Prob.
C	0.39	16.33	0.024316	0.9806
Y(-1)	-0.524	0.02	-23.37676	0.0000
F stat.	546.4729			0.0000
R ²	0.27			
D.W.	2.372			

(Y is dependent variable)

As a result of the LSM test, the lagged variable is statistically significant at the 5% significance level. Since time series are more suitable for nonlinear models than linear models, the linearity must be tested before modeling the series that is found to be stationary. The linearity of the series was tested with the Brock Dechert Scheinkman (BDS) Test. The BDS test was developed by Brock, Dechert and Scheinkman (1987). The test is intended to test for nonlinear dependence. In this test, we are investigating whether there is white noise as a null hypothesis (Çinko, 2006). In the BDS test, if the

number of observations in the series is more than 500, then the value of m is less than 6 and the value of ϵ is chosen between 0.5 and 2 times the standard deviation of the data set in terms of accuracy of the results (Sümer&Hepsağ, 2007, p. 11).

Table 4
BDS Linearity Test

ϵ	m			
	2	3	4	5
0.5	0.006395* (0.000)	0.008145* (0.000)	0.005580* (0.000)	0.003366* (0.000)
1	0.015887* (0.000)	0.033254* (0.000)	0.037585* (0.000)	0.035721* (0.000)
1.5	0.018273* (0.000)	0.046109* (0.000)	0.065055* (0.000)	0.075904* (0.000)
2	0.015842* (0.000)	0.041453* (0.000)	0.063587* (0.000)	0.082142* (0.000)

* The hypothesis that the error terms have no similar distribution with respect to the level of 5% significance is accepted

According to the BDS test results applied to the error terms, the hypothesis that the error terms do not have similar distribution as a result of comparing the values calculated at all ϵ values and m dimensions (at the 5% significance level) with 1.96 values is accepted. According to these results, it is accepted that the models show a nonlinear structure. In this case, a Markov Switching model such as the following can be introduced.

Table 5
Estimating the model from weekly with sample period 1990 to 2018.

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	-1.902433	13.77044	-0.138153	0.8901
Y(-1)	-0.481434	0.025750	-18.69661	0.0000
LOG(SIGMA)	6.156700	0.026283	234.2457	0.0000
Regime 2				
C	13.19119	77.32557	0.170593	0.8645
Y(-1)	-0.564815	0.058224	-9.700672	0.0000
LOG(SIGMA)	7.030000	0.064303	109.3262	0.0000
Transition Matrix Parameters				
P11-C	4.253587	0.343635	12.37822	0.0000
P21-C	-2.467277	0.356959	-6.911943	0.0000
There is mean dependent.	0.375443	There is S.D. dependent.		728.8205
S.E. of regression	620.5122	Sum squared residual		5.54E+08
Durbin-Watson stat	2.375889	Log likelihood		-11211.21
Akaike info criterion	15.51759	Schwarz criterion		15.54678
Hannan-Quinn criter.	15.52848			

In Table 5, it is seen that Markov regime change model coefficients are statistically significant at 5% significance level. Based on these findings, it is decided that the series exhibits a two-phase nonlinear structure. Table 6 shows transition probabilities from Regime 1 to Regime 2 and Regime 1 to Regime 2 respectively. According to these results, regime 1 is quite permanent. When the process is in regime 1, the probability of transition into regime 2 is very low.

Table 6

Transition Probabilities

Constant transition probabilities:		
$P(i, k) = P(s(t) = k s(t-1) = i)$ (row = i / column = j)		
	1	2
1	0.985986	0.014014
2	0.078184	0.921816
Constant expected durations:		
	1	2
	71.35734	12.79030

The estimated average waiting period of the oil price in regime 1 is $1 / (1 - 0.985986) = 71.35734$ weeks, and the estimated average waiting period in regime 2 is $1 / (1 - 0.921816) = 12.79030$ weeks, which is an indication of the stability of the regimes. When predicted results are interpreted; it is seen that crude oil prices have a probability of passing the 2nd regime (P_{12}) of 0.014, while the probability of passing the first regime (P_{21}) of 0.078 is the same in the second regime.

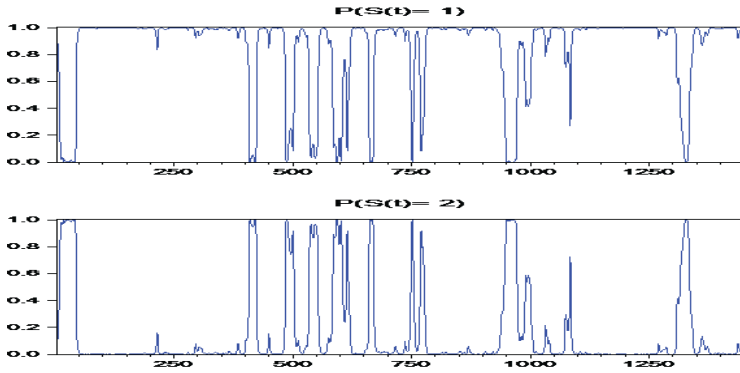


Figure 4. Smoothed regime transition probabilities.

Figure 4 shows the probability of staying in the regime 1 or regime 2 at any given time. When we look at the graph in Figure 4, which shows the probability of transition, the process takes place in regime 1 when there are few fluctuations, while regime 2 takes place when there are more fluctuations.

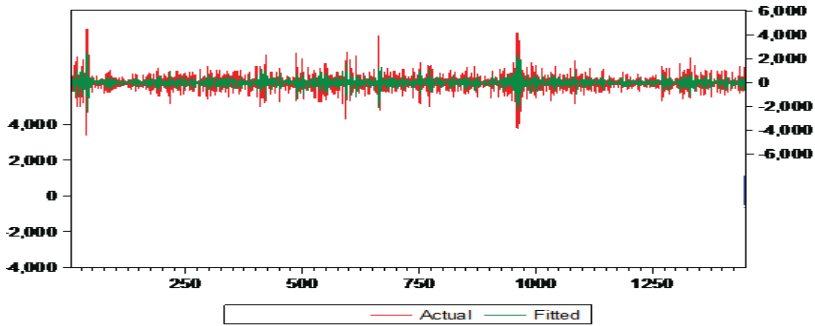


Figure 5. Estimated Values with Observed and 2 Regimes Markov Switching Models.

When examining Figure 5 with the aim of observing whether the Markov switching model is well fitted to the observed values, it is seen that the Markov switching model created with 2 regimes matches the observational values well and catches all the turning points.

Conclusion

This article focuses on the fluctuations in crude oil prices. Some jumps occur in the crude oil price fluctuations. If the jumps in the time series comes up, the regimes of the Markov Switching Regime Change models will also change. For this reason, the MS-AR model will be useful for modeling the movements in the crude oil price data.

The price of crude oil for the period from May 06, 1990 to April 11, 2018 was used in the study. The stationarity of the series was determined by the ADF unit root test. The BDS test was used to show that the error terms of the series (which were stable and not seasonally adjusted), were nonlinear. It is seen that the prediction made by the Markov regime change model is successful, and the model catches all return points of the series at close to one hundred percent.

References

- Ahdikari, R. & Agrawal, R. K. (2013). *An introductory study on time series modeling and forecasting*. Lambert Academic Publishing. Retrieved from: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1302/1302.6613.pdf>
- Ailliot, P. & Monbet, V. (2012). Markov-switching autoregressive models for wind time series. *Environmental Modelling and Software*, 30, 92–101. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2011.10.011>
- Barunik J. & Malinska, B. (2015). Forecasting the term structure of crude oil futures price with neural networks. *Elsevier*, 2–26. Retrieved from: <https://arxiv.org/pdf/1504.04819.pdf>
- Bayat, T., Kayhan, S. ve Koçyiğit, A. (2013). Türkiye’de işsizliğin asimetrik davranışının Rejim Değişim Modeliyle incelenmesi. *Business and Economics Research Journal*, 4(2), 79–90. <http://docplayer.biz.tr/5976565-Turkiye-de-issizligin-asimetrik-davranisinin-rejim-degisim-modeliyle-incelenmesi.html> adresinden edinilmiştir.

- Chen, S. S. (2014). Forecasting crude oil price movements with oil - sensitive stocks. *Economic Inquiry*, 52(2), 830–844. <https://doi.org/10.1111/ecin.12053>
- Çinko, M. (2006). İstanbul Menkul Kıymetler Borsası 100 Endeksinin doğrusallık testi. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 3, 23–31. <http://eidergisi.istanbul.edu.tr/sayi3/ueis3m2.pdf> adresinden edinilmiştir.
- Engel, C. & Rogers, J. H. (2006). The U.S. current account deficit and the expected share of world output. *Journal of Monetary Economics*, 53(5), 1063–1093. Retrieved from: <https://www.ssc.wisc.edu/~cengel/PublishedPapers/CarnegieRochesterCAcct.pdf>
- Fattouh, B. (2005). Capital mobility and sustainability evidence from U.S. current account data. *Empirical Economics*, 30(1), 245–253. <https://doi.org/10.1007/s00181-004-0232-6>
- Hamilton, J. D. (1983). Oil and the macro economy since World War II. *The Journal of Political Economy*, 91(2), 228–248. <http://www.jstor.org/stable/1832055>
- Hamilton, J. D. (1989). A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384. <https://doi.org/10.2307/1912559>
- Hamilton, J. D. (2005). Regime Switching Models. Retrieved from: <http://econweb.ucsd.edu/~jhamilton/palgrav1.pdf>
- Hamilton, J. D. (2009). Causes and consequences of the oil shock of 2007–08. *The National Bureau of Economic Research*, 40(1), 215–283. <https://doi.org/10.3386/w15002>
<http://lipas.uwasa.fi/~bepa/Markov.pdf>
- Huang, S., An, H., Wen, S. & An, F. (2017). Revisiting driving factors of oil price shocks across time scales. *Energy*, 139(C), 617–629. <https://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2017.07.158>
- Karahan H. (2014). Petrol piyasalarında neler oluyor? *SETA Perspektif*, 79. <https://paperzz.com/doc/5060375/petrol-piyasalar%C4%B1nda-neler-oluyor%3F>
- King K., Deng A. & Metz D. (2012). *An econometric analysis of oil price movements: the role of political events and economic news, financial trading, and market fundamentals*. Bates White Economic Consulting. Retrieved from: <https://www.bateswhite.com/assets/htmldocuments/media.768.pdf>
- Kuan, C. M. (2002). Lecture on the Markov Switching Model. Retrieved from: http://homepage.ntu.edu.tw/~ckuan/pdf/Lec-Markov_note.pdf
- Middendorf, T. & Schmidt, T. (2004). Characterizing movements of the U.S. current account deficit. *RWI Discussion Paper*, 24. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.628461>
- Mir, A. M., Osborn, D. R. & Lombardi, M. J. (2005). The effects of seasonal adjustment on the properties of business cycle regimes. *Journal of Applied Econometrics*, 23(2), 257–278. <https://doi.org/10.1002/jae.980>
- Pape, B. (2005). Regime switching models. *Lecture Notes*, 31–43. Retrieved from: <http://lipas.uwasa.fi/~bepa/Markov.pdf>
- Psaradakis, Z. & Spagnolo, N. (2003). On the determination of the number of regimes in Markov-Switching Autoregressive Models. *Journal of Time Series Analysis*, 24(2), 237–252. <https://doi.org/10.1111/1467-9892.00305>
- Skalin, J. & Trasvirta, T. (2000). Modelling asymmetries and moving equilibria in unemployment rates. *Macroeconomics Dynamics*, 6(2), 202–241. <https://doi.org/10.1017/S1365100502031024>
- Solak, A. O. (2012). Petrol fiyatlarını belirleyici faktörler. *International Journal of Alanya Faculty of Business*, 4(2), 117–124. <http://dergipark.gov.tr/download/article-file/201632>

- Sümer, K. ve Hepsağ, A. (2007). Finansal varlık modelleri çerçevesinde piyasa risklerinin hesaplanması: parametrik olmayan yaklaşım, *Bankacılar Dergisi*, 62, 3–24. https://www.tbb.org.tr/Dosyalar/Arastirma_ve_Raporlar/finansalvarlik.pdf adresinden edinilmiştir.
- Ural, M. (2016). The impact of the global financial crisis on crude oil price volatility. *Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, 14(2), 64–76. <http://dx.doi.org/10.11611/JMER810>
- Wong, V. S. & El Massah, S. (2017). Recent evidence on the oil price shocks on gulf corporation council stock markets. *International Journal of the Economics of Business*, 1–16, <https://doi.org/10.1080/13571516.2017.1379216>
- Yin, X., Peng, J. & Tang, T. (2018). Improving the forecasting accuracy of crude oil prices. *Sustainability*, 10(2), 454. <https://doi.org/10.3390/su10020454>

Lojistik Regresyon Analizi ile Pisa Araştırmasında Öğrenci Başarısının Modellenmesi

Recep Bindak¹

Özet

Bu çalışmanın amacı Türkiye örneklemindeki öğrencilerin PISA sınavındaki başarılarını binary lojistik regresyon ile modellemektir. Açıklayıcı değişken olarak bazı sosyo-kültürel özellikler kullanılmış olup Bağımlı değişken iki kategorilidir ve öğrenci puanının OECD ortalaması üzerinde olup olmamasını belirtmektedir. Veriler PISA-2009 Türkiye örneğine aittir. PISA 2009 Türkiye örneği, okul türlerine göre tabakalı rastgele yöntemle belirlenen toplam 170 okuldan 4996 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcıların “başarı” grubuna girme ihtimali üzerine cinsiyet, evde konuşulan dil, evde kitap sayısı, bölge, ebeveyn eğitim düzeyi, bilgisayara yönelik tutum, okula yönelik tutum ve varlık indeksinin etkilerini saptamak için lojistik regresyon analizi uygulanmıştır. Model istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Modelin açıklanabilen değişkenliği %23.8 (Nagelkerke R²), doğru sınıflandırma oranı %67,9’dur. Analiz sonuçlarına göre kızların başarılı grupta yer alması erkeklere göre 1,71 kat daha olasıdır. Evde konuştuğu dil Türkçe olan öğrencinin başarılı grupta yer alması diğerlerine göre 1,65 kat daha olasıdır. Evde bulunan kitap sayısının görece yüksek olması, ebeveyn eğitim düzeyi, bilgisayar tutumu ve varlık indeksi (WEALTH) başarılı grupta yer alma olasılığının yükselmesi ile ilişkili bulunmuştur. Okula yönelik tutum anlamlı bulunamadı.

Anahtar kelimeler

Lojistik regresyon • PISA araştırması • Öğrenci başarısı.

Jel Sınıflaması

C02 • C13 • I21

Modeling Students’ Achievement in PISA Research with Logistic Regression Analysis

Abstract

The aim of this study is to the model the achievements of students in the Turkey sample on the PISA exam with binary logistic regression. Some socio-cultural variables were used as explanatory variables. The dependent variable is dichotomous and indicates whether the student score is above the OECD average. The data were from PISA 2009. The PISA 2009 Turkey sample consists of 4,996 students from 170 schools selected by stratified randomized sampling according to school types. Logistic regression analysis was performed to ascertain the effects of gender, home language, number of books at home, statistical region, parents’ education level, attitude toward computer, attitude toward school, and family wealth index on the likelihood that participants belong to the “success” group. The model was statistically significant. The model explained 23.8% (Nagelkerke R²) of the variance in success and correctly classified 67.9% of cases. According to analysis, girls were 1.71 times more likely to exhibit success than boys. Students whose home language was Turkish were 1.65 times more likely to exhibit success than students with other home languages. Increase in the number of books at home, parents’ educational level, attitude toward computer, and family wealth (WEALTH) index were associated with an increase in the likelihood of belonging to success group. Attitude toward school was not statistically significant.

Keywords

Logistic regression • PISA survey • Student achievement

Jel Classification

C02 • C13 • I21

1 Sorumlu Yazar: Recep Bindak (Dr. Öğr. Üyesi). Gaziantep Üniversitesi Teknik Bilimler Meslek Yüksek Okulu, Gaziantep, Türkiye. Eposta: bindak@gantep.edu.tr

Atf: Bindak, R. (2018). Lojistik Regresyon Analizi ile Pisa Araştırmasında öğrenci başarısının modellenmesi. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 14(28), 57–74. <https://dx.doi.org/10.26650/ekoist.2018.14.28.0010>

Extended Summary

Program for International Student Assessment (PISA) is an international research project organized by the OECD, in which the knowledge and skills of students are evaluated. This research, which is performed in countries covering approximately 90% of the world economy, is carried out every three years. The PISA survey assesses the extent to which 15-year-old students in OECD member and non-member countries have the basic knowledge and skills needed to be relevant in modern society. In the PISA survey, information pertaining to the reading skills and mathematical and science literacies of the students as well as their views about themselves, their motivation, families, and schools, are collected using measuring tools containing various types of questions. PISA is the most comprehensive and detailed international program that assesses students' performance and collects the data necessary to explain the differences in students' performances. The results of the PISA project significantly contribute to understanding both the international and domestic educational outcomes. Therefore, the in-depth examination of the data obtained from the PISA project has become an important research area; this data include records of the obtained results, and it is shared with the scientific community. The degrees of reliability and validity of PISA results are high, and the results significantly aids the understanding of educational outcomes.

The purpose of this study is to examine the relationship of students' achievements in mathematics, reading, and science with psychological, sociological, and cultural variables using the data from PISA 2009 Turkey sample. The data obtained from the questionnaires and tests administered to the students, within the Turkey sample, under the PISA 2009 program are used in this study. This data was obtained from the database at www.pisa2009.acer.edu.au, which is available to all researchers. PISA 2009 Turkey sample consists of 56 provinces from 12 units of statistical regions (NUTS) and 4,996 students from 170 schools, which were selected by stratified random sampling according to the type of school.

Method

The relationship between students' achievement in mathematics, reading, and science and the psychological, sociological, and cultural variables was examined by forming logistic regression models. Logistic regression analysis is a regression method that is used to develop classification and assignment processes.

Dependent variables:

- (i) 1 = group (1). At least one of the mathematics or reading or science score is equal to or above the OECD average;

- (ii) 0 = group (0). Mathematics or reading or science score is below the OECD average.
- (iii) The independent variables used in the study are as follows:
- (iv) X1 = Gender (1 = female; reference category = male)
- (v) X2 = Home language (1= Turkish; reference category = other languages)
- (vi) X3 = Statistical region (reference category = TRC)
- (vii) X4 = Number of books at home
- (viii) X5 = Levels of parents' education (total in years)
- (ix) X6 = Attitude toward computer
- (x) X7 = Attitude toward school
- (xi) X8 = Wealth index

The relationship between the dependent and independent variables was demonstrated by binary logistic regression analysis.

Results

The omnibus test statistics of the models were significant ($c2 = 849.01$; $p < 0.01$). In addition, the models were observed to have a good fit in terms of determination (Hosmer - Lemeshow test statistic was 10.247; $df = 8$; $p = 0.248$). Table 8 contains the coefficients, which show the relationship of all the variables in the analysis with dependent variables; the p-values of Wald test statistics, which determine whether standard errors of coefficients and coefficients are statistically significant; and the odds ratios.

According to the logistic regression analysis results, the X1, X2, X3, X4, X5, X6, and X8 variables had a significant effect in determining the “success” group. The gender variable (X1) was found to be associated with the success group, while the other variables were held constant. The possibility of the female students to be in the success group was 1.711 times higher than that for the male students. The home language variable (X2) was found to be associated with the success group. The possibility of the students who spoke Turkish at home to be in the success group was 1.654 times higher than that for students who spoke other languages. The statistical region variable (X3) was found to be associated with the success group. Additionally the independent variables such as the number of the books at home (X4), the parents' education levels (X5), the attitude toward computer (X6), and the wealth index (X8) were associated with the possibility of the student to be in the success group. However, the variable of attitude toward school (X7) did not significantly affect the mentioned dependent variable.

A correct classification rate of the models was created with a cut-off value of 0.5. The correct classification rate was obtained as 67.9%. Accordingly, using the independent variables in the model, whichever of the groups (pass or fail) the student will be assigned to in these areas could be estimated with an accuracy of 67.9%.

It is clear that PISA is quite an extensive application in terms of both the measured schools, environment, student characteristics, and the sample in which it is applied anywhere in the world. Therefore, it can be said that the output of the program depicts the educational outcomes of the participating countries.

Lojistik Regresyon Analizi ile Pisa Araştırmasında Öğrenci Başarısının Modellenmesi

Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [PISA], Ekonomik İşbirliği ve Kalkınma Teşkilatı [OECD] tarafından düzenlenen, öğrencilerin, matematik, fen ve okuma becerileri alanlarındaki bilgi ve becerilerinin değerlendirildiği uluslararası bir araştırma projesidir. Dünya ekonomisinin yaklaşık olarak %90'ını kapsayan ülkelerde yapılan bu araştırma üç yılda bir yapılmaktadır. PISA araştırmasında OECD üyesi ülkeler ve diğer katılımcı ülkelerdeki 15 yaş grubu öğrencilerin modern toplumda yerlerini alabilmeleri için gereken temel bilgi ve becerilere ne ölçüde sahip oldukları değerlendirilmektedir (MEB EARGED, 2010).

PISA araştırmasında değişik soru türleri bulunan ölçme araçları ile matematik okuryazarlığı, okuma becerileri ve fen okuryazarlığı konu alanları ile öğrencilerin kendileri hakkındaki görüşleri, motivasyonları, aileleri ve okulları hakkında bilgi toplanmaktadır. PISA, öğrenci performansını değerlendiren ve öğrenci performanslarının farklılığını açıklamak için gerekli verileri toplayan en kapsamlı ve en detaylı uluslararası programdır. Değerlendirmenin yapısı ve kapsamı ve anketlerle toplanacak bilgiyle ilgili kararlar, katılan ülkelerdeki uzmanlar tarafından verilmekte, çeviri, örneklem oluşturma ve veri toplama işlemlerinde uyulması zorunlu olan kalite güvence mekanizmaları uygulanmaktadır. Sonuç olarak, PISA sonuçlarının geçerlik ve güvenilirlik derecesi yüksektir ve bu sonuçlar eğitim çıktılarının anlaşılmasına önemli derecede katkı sağlamaktadır (MEB EARGED. 2007).

Tablo 1

Pisa Sonuçları Ortalama ve Standart Sapmaları ile Türkiye Örnekleminde Puanı OECD Ortalaması Üzerinde Olan Öğrencilerin Oranı

Alan	Türkiye ort.±st.sapma	OECD ort±s.sapma	OECD ortalaması üzerinde olanların oranı
Matematik	445±93	496±92	%26.9
Okuma	464±82	493±93	%37.4
Fen Bilimleri	454±81	501±94	%27.9

Kaynak: <http://stats.oecd.org/PISA2009Profiles> (23.05.2013)

PISA 2009 sonuçlarına göre matematik okuryazarlığı, okuma becerileri ve fen alanında en başarılı ülkeler sırasıyla 546 ortalama ile Kore, 556 ortalama ile Çin-Şanghay ve 554 ortalama ile Finlandiya olmuştur. Her bir alan için Türkiye örnekleminde puanı OECD ortalaması üzerinde olan öğrencilerin oranı Tablo 3'te verilmektedir (MEB EARGED, 2007). Türkiye örnekleminde en az bir puanı OECD ortalaması üzerinde olan öğrencilerin oranı %45,93 olduğu belirlenmiştir (bakınız Tablo 1).

Lojistik Regresyon

Lojistik regresyon, makine öğrenimi, veri madenciliği ve istatistikler de dahil olmak üzere birçok alanda sıklıkla kullanılan ve sağlam istatistiksel bir arka plana sahip çok popüler bir sınıflandırma algoritmasıdır. Lojistik regresyonun popülerliği basitlik ve

model parametrelerinin yorumlanabilirliği ile ilişkilendirilebilir (Ngufor ve Wojtusiak, 2016; Buzas, 2009). Lojistik regresyon analizi, sınıflama ve atama işlemi yapmaya yardımcı olan bir regresyon yöntemidir. Normal dağılım varsayımı, süreklilik varsayımı ön koşulları bulunmamaktadır. Lojistik regresyon ile bağımlı değişken üzerinde açıklayıcı değişkenlerin etkileri olasılık olarak belirlenerek risk faktörlerinin olasılık olarak belirlenmesi sağlanır. Lojistik regresyon; kategorik ve ikili (binary, dichotomous), üçlü ve çoklu kategorilerde gözlemlendiği durumlarda yanıt değişkeninin açıklayıcı değişkenlerle neden sonuç ilişkisini belirlemede yararlanılan bir yöntemdir (Özdamar, 1997).

Lojistik regresyon metodunun kullanım amacı herhangi bir model inşa tekniğinin amacı ile aynıdır. Bu da bir bağımlı değişken ile bir açıklayıcı değişkenler takımı arasındaki ilişkiyi tanımlayan en iyi matematiksel modeli bulmaktır. En yaygın bilinen model bağımlı değişkenin sürekli olduğu lineer regresyondur. Lojistik regresyon modelini lineer regresyon modelinden ayıran şey bağımlı değişkenin iki sonuçlu (veya kesikli) olmasıdır. Lojistik ve lineer regresyon arasındaki bu fark, hem parametrik model seçimini hem de varsayımları etkiler (Hosmer ve Lemeshow, 2000).

İki değerli (binary) y rastgele cevap değişkeni π olasılıklı bir Bernoulli dağılımına sahip ve p tane açıklayıcı değişkenin ikinci gözlem vektörü $\mathbf{X} = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi})$ olsun. X verilmişken Y nin koşullu ortalaması olan $E(Y | X) = \pi(x_i)$ denklem (1) ile tanımlanır:

$$\pi(x_i) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi})}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi})} \quad (1)$$

Denklem(1) e Lojistik regresyon fonksiyonu adı verilir. Burada β_i ler bilinmeyen parametrelerdir, ayrıca $E(y_i) = \pi(x_i)$ olduğundan x_i nin tüm değerleri için koşullu ortalama $[0, 1]$ aralığında kalır. Lojistik regresyon fonksiyonuna Lojit adı verilen dönüşüm uygulanırsa parametrelere göre doğrusal olan yeni bir değişken elde edilir:

$$g(x_i) = \ln\left(\frac{\pi(x_i)}{1 - \pi(x_i)}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_p x_{pi} \quad (2)$$

Bu durumda yeni değişken $g(x_i)$, (Lojit) modeldeki parametrelerle doğrusaldır, üstelik sürekli olup $(-\infty, +\infty)$ aralığında değerler alabilir. π ile $g(x)$ aynı yönde artar ve eğer $\pi(x) < 0.5$ ise $g(x)$ negatif, $\pi(x) > 0.5$ ise $g(x)$ pozitif değer alır. Böylece x açıklayıcı değişkeni sonuçta $\pi(x) < 0.5$ ise bir bağımlı değişkenin bir kategorisine ve eğer $\pi(x) > 0.5$ ise diğer kategorisine atanmış olur. Lojistik regresyon modelinde $Y = \pi(x) + \varepsilon$ hata terimi sadece iki farklı değer aldığından normal dağılıma uymaz. Bu nedenle parametreleri tahmin etmede en küçük kareler yerine iteratif bir metot olan maksimum olabilirlik tahmin metodu kullanılır (Hosmer ve Lemeshow, 2000; Beyaztaş ve Alın, 2014). Maksimum olabilirlik metodunda, açıklayıcı değişken de-

ğerleri ve $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$ verildiğinde gözlenen Y değerlerini elde etme olasılığını en yüksek yapan fonksiyonun (yani log-olabilirlik fonksiyonunun) değeri maksimize edilir (Menard, 2001).

Lojistik regresyonda parametre seçim kriteri Log Olabilirlik (log likelihood) ile yapılmaktadır. Paket programlarında -2 ile çarpılmış şekli verilmektedir (kısaca -2LL). -2LL değerinin yüksek olması bağımlı değişkenin kötü yordandığını belirtir. Modelde sadece sabit terim varken ki başlangıç -2LL değeri D_0 ve modelde tüm açıklayıcı değişkenler eklendikten sonraki -2LL değeri D_M olmak üzere $D_0 - D_M$ farkı Model Ki-Kare olarak adlandırılır (Omnibus test tablosunda yer alır). Lojistik regresyonda iki -2LL değeri arasındaki fark χ^2 dağılımına uyar ve modellerin birbirinden farklı olup olmadığını test etmede kullanılır. Testin sıfır hipotezi $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p$ katsayılarının hepsinin aynı anda 0 olduğu biçiminde ifade edilmektedir. Dolayısıyla H_0 in ret edilmesi modele açıklayıcı değişken eklemenin modeli daha da iyileştireceğini belirtir.

Katsayıların bireysel olarak anlamlı olup olmadığı genellikle Wald istatistiği ile belirlenir. $W^2 = [\beta_k / se(\beta_k)]^2$, bu asimptotik olarak χ^2 dağılımına uyar. Veya karekök alınırsa standart normal dağılıma uyar. Cox & Snell R^2 ve Nagelkerke R^2 , bağımsız değişkenlerin modele dahil edilmesinin varyasyonu ne kadar azalttığının bir ölçüsüdür. Nagelkerke R^2 değeri Cox&Snell R^2 değerinin standart biçimi olup 0-1 arasında değer alır ve 1'e yakın R^2 değeri cevap değişkeni ile açıklayıcı değişkenler arasında yüksek ilişki olduğunu belirtmektedir (Menard, 2001).

Literatürde lojistik regresyon analizinin farklı disiplinlerde çok sayıda çalışmada kullanıldığını görmek mümkündür. Tıptan (Bircan, 2004; Coşkun ve ark., 2004; Sağıroğlu ve ark., 2014; Karaman ve arkadaşları, 2015), iktisada (Ege ve Bayrakdaroğlu, 2009; Yörük ve Dünder, 2012); davranış bilimlerinden (Girginer ve Cankuş, 2008; Aktaş, 2009; Tokmak ve Aksoy, 2016), mühendisliğe (Aktaş ve Erkuş, 2009; Takma, İşçi-Güneri ve Gevrekçi, 2016); spordan (Ergül, Yavuz ve Yavuz, 2014) eğitim bilimlerine (Güneri ve Apaydın, 2004; Çokluk, 2010; Alkharusi, 2012) daha çok sınıflama amacıyla lojistik regresyonun kullanıldığı görülmektedir.

Türkiye örnekleminin PISA sınavlarındaki başarılarını çeşitli değişkenler açısından inceleyen çalışmalara rastlamak mümkündür. Örneğin öğrencilerin puanlarını etkileyen faktörler (Anıl, 2009; Alacacı ve Erbas, 2010; Acar, 2012; Aydın, Sarier ve Uysal, 2012; Gürsakal, 2012; Yılmaz ve Aztekin, 2012), okuma becerileri alanında başarılı-başarısız okulları ayırt eden okul içi etmenleri ve sosyo-ekonomik faktörler (Güzle-Kayır, 2012), (Özer-Özkan ve Doğan, 2013), öğrencilerin duyuşsal özelliklerini sınıflandıran değişkenlerin belirlenmesi (Tatlı, Ergin ve Demir, 2016), matematik başarısını etkileyen sosyo-demografik özellikler (Gürsakal, Murat ve Gürsakal, 2016) incelenmiştir. Ayrıca Yurtdışında yapılmış bazı çalışmalarda araştırmacılar kendi ulusal verilerini değerlendirmiş ve ülke içi bölge farklılıklarını ele almıştır (ör-

neğin Bradshaw ve ark., 2007; Cordero Ferrera ve ark., 2011; Gamboa ve Waltenberg, 2012; Sun ve Bradley, 2012; Yuan-Hsuan ve Jiun-Yu, 2012; Cornoldi, Giofrè ve Martini, 2013).

Bu çalışmanın temel amacı lojistik regresyon analizi ile PISA sınavına ait Türkiye örnekleme verilerinin derinlemesine incelenmesidir. PISA projesinin sonuçları gerek ülkeler arası gerek ülke içi eğitim çıktılarının anlaşılmasına önemli derecede katkı sağlamaktadır. Bu nedenle PISA projesinde ortaya çıkan verilerin derinlemesine incelenmesi, elde edilen sonuçların ortaya konulması ve bilim dünyası ile paylaşılması oldukça önemli bir araştırma alanı olarak karşımıza çıkmaktadır. PISA projesinin bu önemi dikkate alınarak bu çalışmada 2009 Türkiye örnekleminde elde edilen verilere göre öğrencilerin performansları, sosyo-ekonomik değişkenlere göre analiz edilmiştir. Sonuçta lojistik regresyon modeli ile “başarılı” öğrencilerden oluşan grubun sosyo - kültürel özelliklerinin ortaya konulması hedeflenmiştir. Bu yönüyle çalışmanın literatüre bir katkı sağlaması hedeflenmiştir.

Materyal ve Metot

PISA projesinde elde edilen veriler üzerinde yapılmış çalışmalar bir bütün olarak incelendiğinde “başarı” için standart bir ölçütün olmadığı, daha çok ulusal ortalama puan, ülke sıralaması, veya en başarılı ülkeye göre durumun başarı ölçütü olarak alındığı görülmektedir. Bu çalışmada başarı için farklı bir ölçüt ele alınmış ve Türkiye örnekleme için başarı ölçütü olarak en az bir puanı OECD ortalaması üzerinde olanlar “başarılı” grupta kabul edilmiştir.

Çalışmada Türkiye örnekleminde yer alan öğrencilere PISA 2009 programı kapsamında uygulanan anket ve testlerden elde edilen veriler kullanılmıştır. Bu veriler tüm araştırmacıların kullanımına açık olan veritabanından (www.pisa2009.acer.edu.au) elde edilmiştir. PISA2009 Türkiye örnekleme, 12 istatistiki bölge biriminden (NUTS) 56 il ve okul türlerine göre tabakalı rastgele yöntemle belirlenen toplam 170 okuldan 4996 öğrenciden oluşmuştur.

Öğrenci başarısının açıklayıcı değişkenlerle ilişkisi için lojistik model oluşturulurken öğrenciler “başarılı grup” ve “başarısız grup” olarak iki kategoriye ayrılmıştır. İki kategoriye ayırmada OECD ortalama puanları esas alınmış, eğer öğrencinin matematik, okuma ve fen puanlarından en az biri OECD ortalamasına eşit veya üzerinde ise öğrenci “başarılı” gruba, aksi halde “başarısız” gruba atanmıştır. Bu şekilde oluşturulan iki grup lojistik regresyon analizinde bağımlı değişken olarak kullanılmıştır. Çalışmada sosyo-kültürel yapı ile ilgili açıklayıcı değişkenler ele alınmıştır. Bağımlı değişken kodları ile açıklayıcı değişkenler aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

Bağımlı Değişken: 1 = grup(1) Matematik/Okuma /Fen puanlarından en az biri OECD ortalamasına eşit veya üstünde, 0 = grup(0) Matematik/Okuma /Fen puanı

OECD ortalaması altında

Çalışmada kullanılan açıklayıcı değişkenler şunlardır:

- (i) X1 = Öğrencinin cinsiyeti. (1=Kız, Referans kategorisi = Erkek)
- (ii) X2 = Evde konuşulan dil (1= Türkçe, referans kategorisi=başka dil)
- (iii) X3 = İstatistiki Bölge. Türkiye İstatistik Kurumu tarafından kullanılan bu sınıflama İstatistiki Bölge Birimleri Sınıflaması Düzey 1 olarak adlandırılmaktadır. Bu sınıflamaya göre Türkiye 12 bölgeye ayrılmıştır. TR1 İstanbul, TR2 Batı Marmara, TR3 Ege, TR4 Doğu Marmara, TR5 Batı Anadolu, TR6 Akdeniz, TR7 Orta Anadolu, TR8 Batı Karadeniz, TR9 Doğu Karadeniz, TRA Kuzeydoğu Anadolu, TRB Ortadoğu Anadolu ve TRC Güneydoğu Anadolu biçiminde tanımlanmıştır. Bu çalışmada Türkiye'nin 12 istatistiki bölgesi kukla değişken olarak kodlanmıştır (referans kategorisi= TRC)
- (iv) X4 = Evde kitap sayısı, kişinin beyanına göre evdeki kitap sayısını göstermektedir.
- (v) X5 = Anne baba eğitim durumu, anne ile babanın eğitim durumlarının (yıl olarak en son bitirdikleri okul) toplamı alınmıştır.
- (vi) X6 = Bilgisayara yönelik tutum; öğrencilerin bilgisayara yönelik tutumları 4 maddeden oluşan 4'lü Likert tipinde bir ölçek ile belirlenmiştir. Teorik puan ranjı 1-4 olup yüksek puan olumlu tutumu ifade etmektedir.
- (vii) X7 = Okul tutumu; öğrencilerin okula karşı tutumları okul ile ilgili anket maddelerine verdikleri cevapların ortalaması 0 varyansı 1 olan puanlara dönüştürülmesi ile belirlenmektedir. Yüksek puan okula yönelik olumlu tutumu göstermektedir.
- (viii) X8 = Aile Varlık indeksi (WEALTH index); öğrencinin ailesinin veya kendisinin sahip olduğu varlıklardan hesaplanmış ve standartlaştırılmış bir indekstir (örneğin kendine ait oda, internet, bulaşık makinesi, klima, video kamera, ile evde sahip olunan cep telefonu, tv, bilgisayar araba ve banyo sayısı).

Verilerin analizi

PISA anketlerinde öğrencinin sosyo-kültürel yapısını ifade edebilecek çok sayıda madde bulunmaktadır. Bunlardan birçoğu birleştirilerek bir indeks ile ifade edilmiştir (Bu indekslerin hesaplanması için bakınız: (OECD, 2013). Bu indekslerden çoğu birbirleri ile yüksek ilişki gösterdiğinden bu çalışmada yukarıda kısaca açıklanan aile varlık indeksi (X8) ve okul tutumu (X7) açıklayıcı değişken olarak kullanılmıştır.

Açıklayıcı değişken değerleri herhangi bir dönüşüme tabi tutulmamış, orijinal değerler olduğu gibi kullanılmıştır. Yukarıda tanımlandığı gibi açıklayıcı değişkenlerden X1, X2 ve X3 değişkenleri kategorik değişken olarak işlem görmüş; X4, X5, X6, X7 ve X8 değişkenleri ise sayısal değişken olarak işlem görmüştür. Tablo-2’de kategorik değişkenlerin bağımlı değişken gruplarına göre frekansları ile Ki-kare bağımsızlık test sonuçları verilmiştir. Tüm kategorik değişkenler için test sonucu anlamlıdır ($p < 0.01$). Dolayısıyla bütün kategorik değişkenlerin lojistik model için birer aday açıklayıcı değişken olabilecekleri değerlendirilmiştir.

Tablo 2
Kategorik Açıklayıcı Değişkenlerin Bağımlı Değişken Kategorilerine Göre Frekansları

	n	Grup(0)	Grup(1)	Ki-Kare
<i>Cinsiyet</i>				
Kız	2432	%49.8	%50.2	77.48**
Erkek	2534	%62.2	%37.8	
<i>Evde Konuşulan Dil</i>				
Türkçe	4740	%55.0	%45.0	56.69**
Diğer	206	%81.6	%18.4	
<i>Bölge</i>				
TR1	798	%56.0	%44.0	133.50**
TR2	244	%52.0	%48.0	
TR3	618	%53.7	%46.3	
TR4	523	%56.0	%44.0	
TR5	478	%47.7	%52.3	
TR6	631	%54.4	%45.6	
TR7	295	%49.5	%50.5	
TR8	474	%55.6	%44.4	
TR9	212	%46.2	%53.8	
TRA	141	%52.5	%47.5	
TRB	217	%73.3	%26.7	
TRC	435	%76.8	%23.2	

** : $p < 0.01$

Sürekli değişken değerleri içinde uçdeğer olup olmadığını belirlemek için sadece sürekli değişkenlerin yer aldığı bir regresyon modeli oluşturulmuş ve Mahalanobis uzaklıkları incelenmiştir. Mahalanobis uzaklık değerleri için $p < 0.001$ olan toplam 54 verinin uçdeğer olduğuna karar verilmiş ve sonraki analizlerde bunlar hariç tutulmuştur. Açıklayıcı değişkenlerin birbirileri ile korelasyonlarına bakılmış (Tablo 4), değişkenlerin birbirileri ile çok yüksek düzeyde ilişkili olmadıkları görülmüş ve çoklu bağlantı probleminin olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmanın başında açıklayıcı değişkenler ile bağımlı değişken arasında var olan herhangi teorik bir model önerisi bulunmadığından lojistik regresyon analizi Enter metodu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. İstatistiksel analizler SPSS programı ile yapılmıştır. İstatistiksel anlamlılık düzeyi 0.05 olarak alınmıştır. Analiz sonucunda tahmin edilen katsayıların istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıklarına Wald istatistiğine bakılarak karar verilmiş, eğer katsayılar istatistiksel olarak anlamlı ise Odds [Exp(B)] oranlarına bakılarak yorum yapılmıştır.

Bulgular ve Tartışma

Araştırmada kullanılan değişkenlere ait betimsel istatistikler Tablo-2 ve Tablo-3'te sunulmuştur. Açıklayıcı değişkenlerden sürekli olanların bağımlı değişken kategorilerine göre ortalama ve standart sapmaları Tablo -3'te özetlenmiştir.

Evdeki kitap sayısı (X4) değişkenine ait veriler sınıflandırılmış seri biçimindedir. Sınıf frekansları ve sınıf orta noktaları kullanılarak seri sürekli değişkene dönüştürülmüştür. X4 ile birlikte diğer sürekli değişkenlerin lojistik regresyon modeli için birer aday açıklayıcı değişken olup olmadıklarına karar vermek amacıyla söz konusu değişkenlerin ortalamaları gruplara göre karşılaştırılmış, sonuçlar Tablo-3'te verilmiştir. T-test sonuçlarına göre tüm sürekli değişken ortalamalarının gruplara göre farklılık gösterdiği anlaşılmış ve tümünün analize alınmasına karar verilmiştir. Değişkenlerin birbirleri ile korelasyonları Tablo-4'te verilmiştir. Tablo 4'ten, açıklayıcı değişkenler arasındaki en yüksek ilişkinin baba eğitim düzeyi ile ekonomik sosyal kültürel statü indeksi arasında ve en düşük ilişkinin baba eğitim durumu ile kültürel varlık indeksi arasında olduğu görülmektedir.

Tablo 3

Nümerik Açıklayıcı Değişkenlerin Bağımlı Değişken Kategorilerine Göre Betimsel İstatistikleri ()

Değişken	n	X ± Ss	t-test
<i>X4, Evde Kitap sayısı^(a)</i>			
Grup(0)	2741	53.22±93.16	17.840**
Grup(1)	2174	114.3±145.7	
<i>X5, Annebaba Eğitim durumu</i>			
Grup(0)	2789	4.206±3.626	14.905**
Grup(1)	2177	5.742±3.574	
<i>X6, Bilgisayar Tutum</i>			
Grup(0)	2603	2.813±0.819	10.814**
Grup(1)	2123	3.061±0.735	
<i>X7, Okul Tutum</i>			
Grup(0)	2596	0.257±1.021	3.495**
Grup(1)	2102	0.150±1.067	
<i>X8, Aile Varlık İndeksi</i>			
Grup(0)	2781	-1.334±1.212	21.401**
Grup(1)	2177	-0.611±1.139	

** : $p < 0.01$ ^(a): sınıflandırılmış seri sayısal değerlere dönüştürüldü

grup(0): puanı OECD ortalamasının altında olan öğrenciler; grup(1): puanı OECD ortalaması üzerinde olan öğrenciler

Tablo 4

Modele sayısal değişken olarak alınan açıklayıcı değişkenlerin birbirleri ile korelasyonları

	Ebeveyn Eğitim d.	Bilgisayar tutumu	Okul tutumu	Kültürel Varlık indeksi
Evde kitap sayısı	.316**	.136**	-.071**	.445**
Ebeveyn eğitim d.		.084**	-.106**	.325**
Bilgisayar tutumu.			-.038*	.272**
Okul tutumu				-.144**

** : $p < 0.01$

Tablo 5

Başlangıç Modeli için Sınıflandırma Tablosu

		Tahmin edilen		Doğru sınıflandırma
		Grup (0)	Grup (1)	
Gözlenen	Grup(0)	2314	0	%100
	Grup(1)	2017	0	%0
Toplam				%53.4

Tablo 6

Model Özeti ve Modelin Açıklanabilen Değişkenliği

Step	-2 LL	Cox & Snell R ²	Nagelkerke R ²
1	5134.647	.178	.238

Başlangıç modelinde sadece sabit terim bulunmakta, dolayısıyla sadece bir kategoriye göre doğru sınıflama olmaktadır (Tablo 5). Modelde olmayan açıklayıcı değişkenlerin modele eklenmesi durumunda tahmin gücünü istatistiksel açıdan anlamlı derecede artıracığı genel istatistik skorundan (Overall statistic $\chi^2=775,95$; $sd=18$; $p < 0.01$) anlaşılmıştır.

Analiz sonuçları incelendiğinde Omnibus Ki-kare istatistiğinin model için anlamlı ($\chi^2 = 849.01$ $p < 0.01$) olduğu anlaşılmaktadır. Omnibus Ki-kare testi için sıfır hipotez “ H_0 : Lojistik regresyon katsayılarının hepsi aynı anda sıfıra eşittir” şeklinde ifade edildiğinden modele ilave edilen değişkenlerin modele katkılarının önemli olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca lojistik regresyon modelinin bir bütün olarak uyumunu değerlendiren Hosmer Lemeshow Ki-kare uyum iyiliği testi sonuçlarına göre “ H_0 : parametreler belirleyicilik açısından iyi bir ayrımcılığa sahiptir” şeklindeki sıfır hipotezi kabul edilmiştir ($\chi^2 = 10.247$, $sd = 8$ ve $p = 0.248$). Bu sonuçlara göre elde edilen modelin verilere uygun olduğu söylenebilir.

Modelde yer alan her bir açıklayıcı değişkenle ilgili lojistik regresyon katsayısı, standart hata, Wald istatistiği, serbestlik derecesi, Wald istatistiğinin anlamlılık düzeyini gösteren p değeri, Odds oranı ile Odds oranı için %95 güven aralığı Tablo 8’da sunulmuştur.

Wald istatistiğine göre öğrencinin başarılı gruba atanmasında X7 dışındaki tüm değişkenler anlamlı katkı sağlamaktadır. Bir başka deyişle Lojistik regresyon analizi sonuçlarına göre başarı gruplarını belirlemede X1, X2, X3, X4, X5, X6 ve X8 değişkenleri anlamlı etkiye sahiptir.

Tablo 7
Hosmer-Lemeshow Testi için Kontenjans Tablosu

Grup	Y = 0		Y = 1	
	Gözlenen	Beklenen	Gözlenen	Beklenen
1	378	372.44	55	60.56
2	325	333.54	108	99.46
3	295	306.13	138	126.87
4	269	278.90	164	154.10
5	271	252.53	162	180.47
6	218	223.82	215	209.18
7	201	193.79	232	239.21
8	168	161.70	265	271.30
9	129	122.20	304	310.80
10	60	68.93	374	365.07

$\chi^2 = 10.247$; $sd = 8$; $p = 0.248$

Tablo 8
Lojistik Regresyon Modeli için Bulunan Katsayılar, Katsayıların Standart Hataları, Wald İstatistikleri, Odds Oranları ve Odds Oranları İçin %95 Güven Aralıkları

	B	S.hata	Wald	sd	p	Odds	Exp(B) için %95 G.A.	
							alt	üst
Sabit	-3.368	.308	119.97	1	.000	.034		
X1.Cinsiyet(1=kız)	.537	.068	61.56	1	.000	1.711	1.496	1.957
X2.Evde k. Dil (1=Tür.)	.503	.247	4.16	1	.041	1.654	1.020	2.683
X3.Bölge (Referans=TRC)			81.46	11	.000			
TR1	.178	.164	1.18	1	.277	1.195	.866	1.648
TR2	.608	.202	9.09	1	.003	1.837	1.237	2.729
TR3	.365	.170	4.61	1	.032	1.441	1.032	2.012
TR4	.329	.174	3.57	1	.059	1.389	.988	1.954
TR5	.664	.175	14.34	1	.000	1.942	1.378	2.739
TR6	.722	.169	18.35	1	.000	2.059	1.479	2.865
TR7	.850	.195	19.10	1	.000	2.340	1.598	3.426
TR8	.538	.186	8.33	1	.004	1.713	1.189	2.468
TR9	1.191	.212	31.52	1	.000	3.290	2.171	4.986
TRA	1.003	.242	17.18	1	.000	2.727	1.697	4.383
TRB	-.078	.228	.12	1	.734	.925	.591	1.447
X4.Evde Kitap Sayısı	.376	.031	147.05	1	.000	1.457	1.371	1.548
X5.Annebaba Eğitim d.	.108	.012	76.21	1	.000	1.114	1.087	1.141
X6.Bilgisayar Tutum	.239	.046	27.32	1	.000	1.270	1.161	1.388
X7.Okul Tutum	-.023	.033	.47	1	.493	.978	.916	1.043
X8.Aile Varlık İndeksi	.208	.036	33.787	1	.000	1.231	1.148	1.321

Bağımlı değişken; (Y = 0; tüm puanları OECD ortalaması altı, Y = 1; en az bir puanı OECD ortalaması üstü)

Açıklayıcı değişkenlerden X7 (Okul tutumu) dışındaki değişkenlerin modele katkıları istatistiksel olarak anlamlıdır. X7 değişkeninin modele katkısı ihmal edilebilecek kadar küçüktür ($p > 0.05$). Lojistik regresyon katsayıları ve odds oranları göz önüne alındığında her bir açıklayıcı değişken için aşağıdaki sonuçlar ifade edilebilir:

Cinsiyet değişkeni için elde edilen odds oranına göre, diğer tüm değişkenler sabit iken kız öğrencinin başarılı grupta yer alması olasılığı erkeklere göre 1.711 kat daha yüksektir.

Tablo 9
Modelin Doğru Sınıflandırma Oranı

		Tahmin edilen		Doğru sınıflandırma ^a
		Grup (0)	Grup (1)	
Gözlenen	Grup(0)	1708	606	%73.8
	Grup(1)	784	1233	%61.1
Toplam				%67.9

^a: Kesme değeri 0.500 alınmıştır.

Evde konuşulan dil de başarılı gruba atamada istatistiksel olarak anlamlı etkiye sahiptir. Evde test dili (yani Türkçe) konuşan bir öğrencinin başarılı grupta yer alması evde başka bir dil konuşan öğrenciye göre 1.645 kat daha yüksektir.

Evde bulunan kitap sayısı sıralama değişkeni olduğu göz önüne alınarak modele eklenmiştir. Modelde pozitif ve anlamlı katsayıya sahiptir ($B = 0.376$; $Wald = 147.05$; $p < 0.001$). Evde bulunan kitap sayısına göre 1 kategori üst sırada olmak başarılı gruba atanmayı 1.457 kat arttırmaktadır.

Bölge değişkeni lojistik modele istatistiksel olarak anlamlı katkı sağlamaktadır ($Wald = 81.460$; $sd = 11$; $p < 0.01$). Bölge değişkeni göz önüne alındığında referans kategorisi olan TRC bölgesi başarı yönünden TR1 ve TRB ile benzer bulunmuştur. Diğer bölgelerde yaşayan öğrencilerin başarılı grupta yer alma olasılığı TRC bölgesinde yaşayan öğrencilere göre anlamlı derecede daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Söz gelimi diğer bütün değişkenler bakımından aynı olan iki öğrenciden TR9 bölgesindeki öğrencinin başarılı gruba atanması olasılığı TRC bölgesindeki öğrenciye göre 3.29 kat daha yüksektir.

Anne-baba eğitim seviyesi değişkeni başarılı gruba atanmada istatistiksel olarak anlamlı etkiye sahiptir ($B = 0.108$; $Wald = 76.21$; $p < 0.001$). Anne-baba eğitim seviyesinin 1 puan yüksek olması başarılı grupta atanmada 1.114 kat etkiye sahiptir.

Okula yönelik tutum ile öğrencinin başarı gruplarından birine atanması arasında anlamlı ilişki bulunamamıştır ($B = -0.23$; $Wald = 0.470$; $p > 0.05$).

Aile varlık indeks puanı öğrencinin başarılı gruba atanmasında anlamlı etkiye sahiptir ($B = 0.208$; $Wald = 33.787$; $p < 0.001$). Varlık indeks puanının 1 puan yüksek olması öğrencinin başarılı grupta yer alma olasılığını 1.231 kat yükseltmektedir.

Modellerin doğru sınıflandırma oranı kesme değeri 0.5 alınarak oluşturulmuştur. Tablo 9'dan modelin doğru sınıflandırma oranının %67,9 olduğu görülmektedir. Buna göre modele alınan açıklayıcı değişkenler kullanılarak öğrencinin söz konusu alanlarında başarılı/başarısız gruplarından hangisine atanacağı %67,9 doğrulukla tahmin edilebilir. Bu değer şanstaki kaynaklı başarı olan %50,23'ün $((2314/4331)^2 + (2017/4331)^2 = .2854 + .2169 = .5023)$ 1.25 katı olan %62.79'dan ($\%50.23 \cdot 1.25 = .6279$) daha büyüktür. Dolayısıyla modelin başarılı bir sınıflama yaptığı söylenebilir.

Sonuç ve Öneriler

Analiz sonucu elde edilen sonuçlara göre Öğrencinin başarılı grupta yer alması, cinsiyet (kız), evde konuşulan dil (Türkçe), bölge, evde bulunan kitap sayısı, ebeveyn eğitim düzeyi, bilgisayar tutumu ve aile varlık indeksi değişkenlerinin başarılı-başarısız grup kategorilerini anlamlı biçimde yordadığı görülmüştür (Tablo 6). Ayrıca okula yönelik tutum değişkeninin başarılı-başarısız grup kategorileri ile anlamlı ilişki göstermedikleri ortaya çıkmıştır. Analiz sonucu elde edilen modele göre öğrencinin başarılı grupta yer alması, cinsiyet (kız), evde konuşulan dil (Türkçe), bölge, evde bulunan kitap sayısı, ebeveyn eğitim düzeyi, bilgisayar tutumu ve aile varlık indeksi değişkenlerinin başarılı-başarısız grup kategorilerini anlamlı biçimde yordadığı görülmüştür (Tablo 6). Ayrıca okula yönelik tutum değişkeninin grup kategorilerine atamada anlamlı etkiye sahip olmadığı ortaya çıkmıştır.

Literatürde bu sonuçları destekleyen bağımsız araştırmaların bulgularına rastlamak mümkündür. Sözelimi, cinsiyet değişkeni söz konusu olduğunda genellikle matematikte erkekler lehine ve okumada kızlar lehine anlamlı farklılar elde edildiği rapor edilmiştir (Gürsakal, 2012; Özer-Özkan ve Doğan, 2013; Kılıç, Çene ve Demir, 2012; Stoe ve Geary, 2013). Bununla birlikte ebeveyn eğitim durumunun görece yüksek olması (Akyüz ve Pala, 2010; Gamboa ve Waltenberg, 2012; Gürsakal, Murat ve Gürsakal, 2016); refah düzeyi yüksek çevrenin (Alacacı ve Erbaş, 2010; Güzle-Kayır, 2012; Anıl, 2011; Demir ve Kılıç, 2010); sosyo-ekonomik düzeyin yüksekliğinin (Yıldırım, 2012; Aydın, Erdağ ve Taş, 2011; Gürsakal, Murat ve Gürsakal, 2016) başarı ile pozitif ilişkili olduğu rapor edilmiştir. Ayrıca test dili ile evde konuşulan dilin etkisi farklı olması başarı için bir dezavantaj olduğu (Sökmen, 2016) ve okula yönelik tutumun başarı ile ilişkili olmadığına dair literatürde (Lee, 2016) bulgular bulunmaktadır.

Uyum istatistikleri, doğru sınıflandırma oranı ve model kullanılarak yapılan sınıflandırmanın yapılmış bağımsız çalışmaların bulguları ile örtüşmesi, bu çalışmada elde edilen lojistik modelin başarılı olduğunu ve ekolojik olarak geçerli olduğunu işaret etmektedir.

Çalışma 2009 yılı PISA sınavına dayanmaktadır. Bu da bir sınırlılık olup çalışmanın zayıf tarafını oluşturmaktadır. Çünkü bu sınavdan sonra PISA tarafından iki sınav daha yapılmıştır. 2012 yılı sınavı rapor ve sonuçları açıklanmış, 2015 yılında yapılan sınavın henüz tümü olmasa da, belli raporları nisan ayında açıklanmıştır. Bununla birlikte bu çalışma, çıkarsamalı istatistikte önemli bir yeri olan binary lojistik regresyon metodunun gerçek verilere bir uygulamasını ele aldığından literatüre katkı sağladığı söylenebilir.

Kaynakça/References

- Acar, T. (2012). 2009 yılı uluslararası öğrenci başarılarını değerlendirme programında Türk öğrencilerin başarılarını etkileyen faktörler. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, 3(2), 309–314.
- Aktaş, C. (2009). Lojistik regresyon analizi: öğrencilerin sigara içme alışkanlığı üzerine bir uygulama. *Erciyes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 1(26), 107–122.
- Aktaş, C. ve Erkuş, O. (2009). Lojistik regresyon analizi ile Eskişehir'in sis kestiriminin incelenmesi. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 8(16), 47–59.
- Akyüz, G. ve Pala, N. M. (2010). Pisa 2003 sonuçlarına göre öğrenci ve sınıf özelliklerinin matematik okuryazarlığına ve problem çözme becerilerine etkisi. *İlköğretim Online*, 9(2), 668–678. <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden edinilmiştir.
- Alacacı, C. & Erbas, A. K. (2010). Unpacking the inequality among Turkish schools: Findings from PISA 2006. *International Journal of Educational Development*, 30, 182–192.
- Alkharusi, H. (2012). A logistic regression model predicting assessment literacy among in-service teachers. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 7(2), 280–291
- Anıl, D. (2009). Uluslararası öğrenci başarılarını değerlendirme programında (Pisa) Türkiye'deki öğrencilerin fen bilimleri başarılarını etkileyen faktörler. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 87–100.
- Anıl, D. (2011). Türkiye'nin Pisa 2006 Fen Bilimleri başarısını etkileyen faktörlerin yapısal eşitlik modeli ile incelenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(3), 1253–1266.
- Aydın, A., Erdağ, C. ve Taş, N. (2011). 2003-2006 Pisa okuma becerileri sonuçlarının karşılaştırmalı olarak değerlendirilmesi: En başarılı beş ülke ve Türkiye. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 11(2), 651–673.
- Aydın, A., Sarier, Y., & Uysal, Ş. (2012). Sosyoekonomik ve sosyokültürel değişkenler açısından PISA matematik sonuçlarının karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(164), 20–30.
- Beyaztaş, U., & Alın, A. (2014). Jackknife-after-Bootstrap as logistic regression diagnostic tool. *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 43, 2047–2060.
- Bircan, H. (2004). Lojistik regresyon analizi: Tıp verileri üzerine bir uygulama. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 2, 185-208.
- Bradshaw, J., Sturman, L., Vappula, H., Ager, R. & Wheeler, R. (2007). *Achievement of 15-year-olds in England: PISA 2006 National Report*. Slough: NFER. Retrieved from: <http://www.nfer.ac.uk/>
- Buzas, J. S. (2009). A note on corrected scores for logistic regression. *Statistics and Probability Letters*, 79, 2351–2358.
- Cordero Ferrera, J. M., Cebada, E. C., Chaparro, F. P. & González, D. S. (2011). Exploring educational efficiency divergences across Spanish regions in Pisa 2006. *Revista de Economía Aplicada*, XIX(57), 117–145.
- Cornoldi, C., Giofrè, D. & Martini, A. (2013). Problems in deriving Italian regional differences in intelligence from 2009 PISA data. *Intelligence*, 41, 25–33.
- Coşkun, S., Kartal, M., Coşkun, A. ve Bircan, H. (2004). Lojistik regresyon analizinin incelenmesi ve dış hekimliğinde bir uygulaması. *Cumhuriyet Üniversitesi Dış Hekimliği Fakültesi Dergisi*, 7(1), 41–50.
- Çokluk, Ö. (2010). Lojistik regresyon analizi Kavram ve uygulama. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 10(3), 1357–1407.

- Demir, İ., & Kılıç, S. (2010). Using PISA 2003, examining the factors affecting students' mathematics achievement. *Hacettepe University Journal of Education*, 38, 44–54.
- Ege, İ., & Bayrakdaroğlu, A. (2009). İMKB şirketlerinin hisse senedi getiri başarılarının lojistik regresyon tekniği ile analizi. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, 5(10), 139–158.
- Ergül, B., Yavuz, A. A. & Yavuz, H. S. (2014). Classification of NBA league teams using discriminant and logistic regression analyses. *Pamukkale Journal of Sport Sciences*, 5(1), 48–60.
- Gamboa, L. F. & Waltenberg, F. D. (2012). Inequality of opportunity for educational achievement in Latin America: Evidence from PISA 2006–2009. *Economics of Education Review*, 31, 694–708.
- Girginer, B. & Cankuş, B. (2008). Tramvay yolcu memnuniyetinin lojistik regresyon analiziyle ölçülmesi Estram örneği. *CBÜ İİBF Yönetim ve Ekonomi Dergisi*, 15(1), 181–193.
- Güneri, N. & Apaydın, A. (2004). Öğrenci başarılarının sınıflandırılmasında lojistik regresyon analizi ve yapay sinir ağı yaklaşımı. *Gazi Üniversitesi Ticaret ve Turizm Fakültesi Dergisi*, 1, 170–188.
- Gürsakal, S. (2012). PISA 2009 Öğrenci başarı düzeylerini etkileyen faktörlerin değerlendirilmesi. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 17(1), 441–452.
- Gürsakal, S., Murat, D. & Gürsakal, N. (2016). Assessment of Pisa 2012 results with quantile regression analysis within the context of inequality in educational opportunity. *Alphanumeric Journal*, 4(2), 41–54
- Güzle Kayır, Ç. (2012). Pisa 2009-Türkiye verilerine dayanarak okuma becerileri alanında başarılı okullar ile başarısız okulları ayırt eden okul içi etmenler ve sosyo-ekonomik faktörler. (Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Antalya). <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/> adresinden edinilmiştir.
- Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2000). *Applied logistic regression* (Second edition). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Karaman, E., Turtay, M., Çolak, C., Oğuztürk, H., Gürbüz, Ş., Kamışlı, S. ve Çelik, E. (2015). İşlem risk faktörleri ve etkileri. *Turgut Özal Tıp Merkezi Dergisi*, 22(4), 225–230
- Kılıç, S., Çene, E. ve Demir, İ. (2012). Türkiye'deki matematik başarısının öğrenme stratejileri açısından 8 ülkeyle karşılaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(4), 2585–2598
- Lee, J. (2016). Attitude toward school does not predict academic achievement. *Learning and Individual Differences*, 52, 1–9.
- Lee, Y. H. & Wu, J.-Y. (2012). The effect of individual differences in the inner and outer states of ICT on engagement in online reading activities and Pisa 2009 reading literacy: Exploring the relationship between the old and new reading literacy. *Learning and Individual Differences*, 22, 336–342. Retrieved from: <https://ir.nctu.edu.tw/>
- Menard, S. (2001). *Applied logistic regression analysis* (Second edition). Thousand Oaks: Sage, CA.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2007). *Pisa 2006 ulusal ön raporu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2010). *Pisa 2009 ulusal ön raporu*. Ankara, Milli Eğitim Bakanlığı.
- Ngufor, C. & Wojtusiak, J. (2016). Extreme logistic regression. *Advances in Data Analysis and Classification*, 10, 27–52.
- OECD. (2012). *PISA 2009 technical report*. OECD Publishing. Retrieved from: <https://www.oecd.org/pisa/>
- Özdamar, K. (1997). *Paket programlar ile istatistiksel veri analizi I*. Eskişehir: Kaan Kitabevi
- Özer Özkan, Y. ve Doğan, B. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin okuma becerilerinin kestirilmesinde etkili olan değişkenlerin belirlenmesi. *International Journal of Social Science*, 6(4), 667–680.

- Sağıroğlu, Ő., olak, C., olak, M., Atıcı, M. ve Alasulu, N. (2014). Koroner arter hastalığının sınıflanmasında Radial Basis fonksiyonu sinir ağı ve lojistik regresyon analizi. Ankara Üniversitesi Tıp Fakültesi Mecmuası, 60(3), 97–102.
- Sökmen, A. (2016). Anadilde eğitim ve başarı üzerine etkileri: Almanya örneği. <http://www.tepav.org.tr> adresinden edinilmiştir.
- Stoet, G., & Geary, D. C. (2013). Sex differences in mathematics and reading achievement are inversely related: Within- and across-nation assessment of 10 years of PISA Data. PLoS ONE 8(3), e57988
- Sun, L. & Bradley, K. D. (2012). Using the U S Pisa results to investigate the relationship between school computer use and student academic performance. Retrieved from: <http://www.uky.edu/>
- Takma, ., İşçi-Güneri, Ö. & Gevrekçi, Y. (2016). Investigation of stillbirth rate using logistic regression analysis in Holstein Friesian calves. *Ege Üniversitesi Ziraat Fakültesi Dergisi*, 53(3), 245–250.
- Tatlı, C. E., Ergin, D. A. ve Demir, E. (2016). Pisa 2012 Türkiye verilerine göre öğrencilerin matematik kaygısının sınıflandırıcıları. *İlköğretim Online*, 15(2), 696–707. <http://ilkogretim-online.org.tr> adresinden edinilmiştir.
- Tokmak, G. ve Aksoy, R. (2016). Futbol taraftarlarının takımın forma sponsor markasına olan satın alma niyetlerini etkileyen faktörlerin lojistik regresyon analizi ile tespit edilmesi. *Spor Bilimleri Dergisi*, 6(2), 1303–1414.
- Yıldırım, K. (2012). Pisa 2006 verilerine göre Türkiye’de eğitimin kalitesini belirleyen temel faktörler. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 10(2), 229–255.
- Yılmaz, H. B. ve Aztekin, S. (2012, Haziran). *Türkiye’deki 15 yaş grubu öğrencilerin matematik okuryazarlığı başarılarını etkileyen bazı faktörlerin okul ve öğrenci düzeyine göre incelenmesi*. X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde.
- Yörük, D. ve Dündar, S. (2012). Tüketicilerin internette alışveriş yapma olasılıklarının lojistik regresyon yöntemiyle tahmini. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 25, 451–462.

Türkiye Nüfus Büyümesi ve Tahminleri: Matematiksel Büyüme Modelleri ve İstatistiksel Analiz İle Kuramsal ve Uygulamalı Bir Yaklaşım

Cemil İskender¹

Öz

Bu çalışmanın amacı, Verhulst ve Gompertz tarafından ilk tanımlamaları yapılan ve nüfus analizlerinde geniş uygulama imkânları bulan matematiksel büyüme fonksiyonlarıyla, 1925-2015 dönemi için yeterli veri arz eden Türkiye nüfusunun büyüme eğilimini ve özelliklerini analiz gelecekte ulaşacağı maksimum seviyeyi tespit etmektir. İlaveten bu dönem zarfında sağlanan mutlak ve nispi büyüme oranlarını yine bu eğriler üzerinden hesaplamaktır. Geliştirdiğimiz matematiksel analiz ve istatistiksel uygulamayla Türkiye nüfus verilerinin soyut düzeyde temsiliyeti hedeflenmiş, yapılan ileri istatistiksel çalışmayla keyfiyet test edilmiştir. Daha sonra söz konusu fonksiyonlarla geleceğe dönük tahmin çalışmaları yapılmıştır. Bu şekilde Türkiye nüfusu hakkında matematiksel büyüme modelleri, istatistiksel analiz ve geleceğe dönük tahminler ile kuramsal bir çerçeve tanımlanmıştır. Türkiye'nin 1925-2015 dönemi toplam nüfus sayımı istatistikleri çalışmamızda kullanılmıştır. Lojistik fonksiyon ve Gompertz fonksiyonunda alt ve üst asimptot arasında nüfusun gelişimi önce süratle artan sonra azalarak artan bir seyir halinde olacağı varsayımı ile hareket edilir. Nüfusun gelişimi üst sınır olan taşıma kapasitesi ile sınırlıdır. Büyüme fonksiyonlarında nüfus bağımsız değişkene göre sonsuz büyüzem. Fonksiyonlarının birinci türevleri yıllık mutlak büyüme rakamlarının hesabında ve ortalama yıllık büyümenin hesaplanmasında, ikinci türevler ise değişimlerdeki değişimin ve fonksiyon dönüm noktalarının hesabında kullanılmıştır. Çalışmamızda SAS bilgisayar yazılımı kullanılmıştır. Gompertz fonksiyonu üzerinden yapılan ilave çalışmalara ve Amerikalı bilim adamlarının nüfus çalışmasına da ayrıntılı olarak değinilmiştir

Anahtar Kelimeler

Türkiye Nüfusu • Matematiksel Büyüme Fonksiyonları • Lojistik Fonksiyon • Gompertz Fonksiyonu • Nüfus tahminleri

Turkish Population Growth and Estimates

Abstract

This study aims to analyze the population growth trend and properties of Turkey between 1925 and 2015 and estimate the maximum level to be reached in the future by using mathematical growth functions of Verhulst and Gompertz. The study used SAS software. Additionally, the study calculates and charts absolute and relative growth rates of population through the curves. The representation of Turkish population data at an abstract level was targeted with mathematical analysis and statistical application. After the successful results were taken from the mathematical representation and statistical proof stages, predictions for the future were made. Thus, a theoretical framework with mathematical growth models, statistical analyses, and predictions related to the future of Turkish population is defined. The necessity of using logistic and Gompertz growth functions for population analysis is explained in detail. These functions analyze growth with the assumption that population rapidly increases first, then the rate of increase slows down, reaching a maximum level at upper asymptote (carrying capacity). There is a limit to growth in these functions based on the geography and resources of the country. The first derivatives of the growth functions are used for calculating annual absolute growth and average annual growth rates of population. The second derivatives have been used for calculating change amount of absolute growth figures and reflection points of functions. Additionally, some thoughts on Gompertz function and American experience on population are explained in detail.

Keywords

Turkish Population • Logistic Growth Function • Mathematical Growth Functions • Gompertz Growth Function • Population Estimates

1 Sorumlu Yazar: Cemil İskender, Ekonomist, Tuzla 34959 İstanbul, Türkiye. Eposta: iskenderc@ttmail.com

Atf: İskender, C. (2018). Türkiye nüfus büyümesi ve tahminleri: Matematiksel büyüme modelleri ve istatistiksel analiz ile kuramsal ve uygulamalı bir yaklaşım. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, 14(28), 75–141. <https://dx.doi.org/10.26650/ekoist.2018.14.28.0004>

Extended Summary

This study aims to analyze the population growth trend and properties of Turkey for the period 1925–2015 and estimate the maximum level to be reached in the future by using commonly accepted mathematical growth functions of which the first definitions were developed by Verhulst (Belgium) and Gompertz (England) in the nineteenth century. Additionally, the study calculates and charts the absolute and relative growth rates of population studied during this period through the curves. Turkish population statistics of Turkish Statistical Institute were analyzed by using logistic growth functions, two-stage logistic growth function and Gompertz growth functions, and on the basis of this purpose, non-linear function solutions were used in statistical applications. Representation of the Turkish population data at an abstract level was targeted with mathematical analysis and statistical application, and all population data were processed with advanced statistical tests. After the successful results were taken from the mathematical representation and statistical proof stages, predictions were made with the aforementioned functions and the results obtained are discussed. Thus, a theoretical framework is defined with mathematical growth models, statistical analyses, and predictions related to the future of Turkish population with data of the 1925–2015 period.

Pierre François Verhulst (1804–1849, Belgium) anticipated that population cannot continue to grow all the time according to the exponential function of the Malthusian model; on the contrary, after a rapid increase in speed, growth will decrease to nearly zero, which adds a restrictive variable to the function. This variable is carrying capacity—the limiting factor of growth.

In 1825, the mathematician and actuarial and insurance specialist Benjamin Gompertz (1779–1865) wrote his famous article about human mortality tables, putting forward a non-linear growth function for this purpose. Although Gompertz developed this function for calculating human mortality tables, today’s intended framework has already been surpassed and the relevant function has been used in many areas of sciences as a growth function. The concept of “carrying capacity” is already included in Gompertz function, as in the logistic function, as a limiting variable.

We can calculate growth by simply dividing figures with each other in discrete units of time (by years) or by means of continuity of a mathematical function. Simple and compound growth formulas are used for short periods of time. For studying long-term data, functional analysis with growth functions is required. According to our knowledge about the data at hand, we can choose what best suits them. This also applies to the human population statistics. It is preferable to apply statistical methods to the data at hand by adopting growth functions and calculating absolute and relative growth rates of population for the long term.

An increase in the number of available mass of population is based on the existence of resources at hand, which is a restrictive variable. In this case, it is useful to apply logistic growth function to data over a long period of time with the assumption that nothing will permanently increase or decrease and there will be increasing, slowing, and decreasing period of time for the variable at hand. When applied with non-linear statistical techniques, growth functions and curves with the flexibility to provide predictions of multiple parameters on the same function at a time draw a close model to actual data. Initially, there is exponential growth in the logistic function. Following the exponential growth period, an inflection point is reached. This is the beginning of second phase growth, which slows down and reaches an upper limit. Logistic models have upper and lower asymptotes. The turning point is right in the center of the curve, which is symmetric here. Symmetry is an element restricting the structure of the curve. But the growth curve developed by Gompertz overcomes the symmetry restriction and provides us with a better functional analysis. In the analysis with the logistic function, the independent variable is time and the dependent variable is population. It is useful to work with this function when the variable starts from a point close to the horizontal axis with a slow acceleration, reaches the inflection point rapidly, and then slows down toward the upper asymptote. This is the restrictive point where carrying capacity—the region where the population reaches the limits in place—comes in. Moving the carrying capacity to an upper level is only possible with the introduction of new resources and geography. Because human population is closely related to the economy, it will be more meaningful to add the national income to carrying capacity. Apart from geography, natural resources, energy, etc., national income is also an effective variable for carrying capacity; this is the point where economics comes in to the function.

There are more than one unknown parameters in the logistic function to be estimated, and ordinary least squares methods of estimation are not sufficient for statistical tests. There is one equation but more than one parameter to be estimated. Specially developed least squares methods based on minimization of the error sum of squares are required for solving and determining parameters of non-linear functions. Fortunately, techniques developed by theoretical statisticians in the last fifty years have made the job easier in terms of solving non-linear functions. All these methods are used in our statistical analysis.

The Turkish census statistics from 1927 to 2015 were used in our study. Preliminary statistical studies have been made to prepare a series for 5-year periods and to provide estimated data for missing years. In these studies, estimations have been made for 1925, 1930, and 1995, which have no census results, with the help of simple curve fitting and regression analysis. Together with census statistics of Turkish Statistical Institute and estimations for missing years, 19 observations have been obtained

for basic statistical analysis and non-linear curve fitting. Additionally, qualitative analysis has been done over this period, and this analysis has been included in the quantitative analyses as a variable. The development of the Turkish population over the aforementioned period has been divided into three sub-phases: stagnation period (1925–1950), development and growth period (1950–1985), and growth and maturity period (1990–2015). The qualitative aspects of these periods are given in detail in the main article. These three phases were indexed as 1, 2, and 3 and used in two-phase logistic function (James H. Ricketts/Geoffrey A. Head function) and Gompertz function as dummy variables. Thus, it includes a qualitative variable in addition to the time variable. More successful results can be obtained with this approach.

Two groups of functions used in the statistical analysis are logistic function and Gompertz function.

In addition to basic logistic function, two-phase logistic function—successfully developed by authors James H. Ricketts and Geoffrey A. Head—has been extensively used in our study. Furthermore, adding inverse hyperbolic sine variable to this function gave more fruitful results. The two-phase logistic function has given far better results than the original logistic function. We added the allometric variable (v) of Richards’ logistic function to obtain accurate, meaningful statistical tests. The first and second derivatives of the logistic function have been used for calculations of annual absolute growth figures, average annual growth rates, and changing amount of the first derivative in absolute growth figures. Inflection points were calculated from second-degree derivatives. Re-parametrization of variables to be determined is calculated for curves in order to find more linear equations. Otherwise, meaningless statistical results were obtained from calculations of the curves.

Gompertz functions, which give more flexible results than the logistic functions used in the study, have confirmed same upper asymptote levels (115 million people) for the Turkish population, along with the two-phase logistic function. Hyperbolic variable is also included in the Gompertz function for better results.

Logistic and Gompertz growth functions do not have a linear structure. A non-linear function has a non-linear relation between parameters. Therefore, least squares estimation methods used in the estimation of parameters of ordinary linear equations cannot be used here. Non-linear least squares methods developed for non-linear functions are used for the estimation of parameters of the non-linear functions. We have also followed this method in our work. On the contrary, it is impossible to make these calculations manually or with entry-level computer software. In this case, Microsoft Excel can be used only to prepare the data. There are no standard non-linear regression models in Excel; therefore, we used Excel as a data-preparation tool. The software “SAS University Edition NLIN Procedure” was used in this study

for statistical analysis of non-linear functions. In this software, convergence criteria/iterative phase, minimization of error sum of squares, compliance diagnosis charts, F-tests, standard errors, 95% confidence limits and bootstrap confidence limits, Box bias criteria and Hougaard skewness criteria, global non-linearity measures, etc. were used for statistical tests of the functions. In order to find the required linearity of tested growth functions, parametrization and calibration of the parameters of functions to be estimated have been necessary in many functions, and this has been done in the SAS software. Detailed explanations are given in the main article for the aforementioned criteria followed and applied in the SAS NLIN procedure.

Logistic functions have passed all the advanced statistical tests in the SAS NLIN procedure. The lower asymptote and upper asymptote (carrying capacity) figures of logistic function have been found as 9.5 and 94 million people, respectively. Turkey has a long way to go if we consider that Turkey's population as of 2015 is 78.1 million people. The intrinsic growth rate of the logistic function has been found to be 4.93%. This is not an annual average growth rate of population that we analyze. Intrinsic growth rate is a general growth rate for the function, and it is valid throughout the period under study. A higher intrinsic growth rate means a sharper increase of the curve during the reach to the upper asymptote. We mentioned that the logistic function is symmetric around the reflection point. In order for the curve to follow this symmetry, carrying capacity is lower than expected, as will be confirmed by Gompertz functions having asymmetrical structures. The carrying capacity is 115 million people in Gompertz functions, which is more realistic than the logistic function's 94 million people.

The error sum of squares as a percentage of the total sum of squares of logistic function is 0.0121%, which is negligible. Data representation of the function is high and acceptable. But the Ricketts/Head logistic function has produced far better results than a simple logistic function from an error sum of squares point of view. The reflection point of the curve is 51.7 million people at the year 1986.38. Top level in relative growth was in 1965, with 2.55% growth rate. This figure has reached below 1% circa 2015.

A two-phase asymmetric logistic function developed by James H. Ricketts and the Geoffrey A. Head for medical purposes, was used in our population analysis with some modifications. The Richards parameter was added to the function and, with the other arrangements made, contributed to the success of the function in representing the Turkish population. Intrinsic growth rate of the function is 12.82%; the lower asymptote and upper asymptotes are 7 and 115 million people, respectively. This is a sharper curve upwards than that of the logistic function. Hundred and fifteen million people is a more realistic figure and can also be confirmed by Gompertz function. The error sum of squares has been found as 0.006318% of the total sum of squares.

We have achieved successful statistical results with the Gompertz functions as well. The intrinsic rate of growth is 2.71% and the upper asymptote is 113.8 million people for the first Gompertz function. The inflection point was the highest in 1984, with a population of 50.4 million people. The highest relative rate of growth was calculated as 2.7% in 1960.

We have dealt with two properties of the functions. The first is the ability to represent the data to which they apply. The second is whether they are powerful enough for predictions. The method that we used to prove the ability of functions at representing the Turkish population was to get the test results of non-linear equations—part of an advanced stage of statistics—with the relevant computer software. I believe that we have achieved this goal in the study. Verhulst’s logistics function, a two-stage Ricketts/Head function that is a continuation of logistic function and Gompertz function and their mathematical properties, was successful and gave the expected results for our Turkish population analysis. Nineteen observations over 90 years between 1925 and 2015 comprise enough data for our population analysis. After the mathematical representation and statistical proof, successful results were obtained for the future population discussed. It is expected that Turkey’s population will level off at 115–120 million people.

Additionally, some thoughts on Gompertz function and interesting experiences by American scientists on population are detailed in our study. Detailed statistical outputs of the growth functions can be found in the appendices.

Türkiye Nüfus Büyümesi ve Tahminleri: Matematiksel Büyüme Modelleri ve İstatistiksel Analiz İle Kuramsal ve Uygulamalı Bir Yaklaşım

Bu çalışmanın amacı, on dokuzuncu yüzyılda Verhulst ve Gompertz tarafından ilk tanımlamaları yapılan ve daha sonra nüfus analizlerinde geniş uygulama imkânları bulan ve birçok yönden geliştirilerek bugüne kadar kullanılan genel kabul görmüş matematiksel büyüme fonksiyonlarıyla, 1925-2015 dönemi için yeterli veri arz eden Türkiye nüfusunun büyüme eğilimini ve özelliklerini analiz edip bugün hangi noktada olduğunu ve gelecekte ulaşacağı maksimum seviyeyi tespit etmektir. İlâveten bu dönem zarfında sağlanan mutlak ve nispi büyüme oranlarını yine bu eğriler üzerinden hesaplayıp grafiklemektir. Söz konusu fonksiyonlar, hesaplama teknolojilerinin ve istatistiksel yöntemlerin bugün ulaştığı seviyede ciddi imkânlar sağlamaktadır. Doğrusal olmayan bir nitelik arz eden bu fonksiyonların elle istatistiklere uygulanması hemen hemen imkânsızdır. Yirminci yüzyılda matematik ve istatistik yazarlarının, hem fonksiyonları hem istatistik uygulamadaki sorunların çözümlerini geliştirmeleri sonucu iktisat, biyometri, çevrebilim, ormancılık, zooloji, nüfus vs. gibi çeşitli bilim dallarında bu fonksiyonlarla başarılı uygulama çalışmaları yapılmıştır.

Pierre François Verhulst (1804-1849, Belçika) Malthus'un² öngördüğü gibi nüfusun üstel fonksiyona göre $Y(t) = Y_0 e^{rt}$ sürekli büyümeye devam edemeyeceğini, hızlı artışıtan sonra hızının yavaşlayacağını ve giderek büyüme hızının sifıra yaklaşacağını düşünerek üstel büyüme fonksiyonuna kısıtlayıcı bir değişken ilave etmiştir. Bu değişken taşıma kapasitesi olarak tanımlanmıştır. Taşıma kapasitesi büyümeyi sınırlayan faktördür. Fonksiyon, Tsoularis ve Wallace'nin (2002) tanımıyla $Y(t) = KY_0(Y_0 + (K - Y_0)e^{-rt})^{-1}$ şeklindedir³. Bu şekilde nüfus fonksiyonunda başlangıç nüfus miktarı (Y_0), içsel büyüme oranı (r) ve üst asimptot (taşıma kapasitesi K) bir arada yer alarak insan nüfusu için nüfus büyümesiyle kaynaklar, yaşam coğrafyası (büyüklüğü ve yaşama elverişliliği), iklim koşulları, sahip olunan arazi ve tarımsal güç, sahip olunan enerji ve su kaynakları ve ulusal üretim gücü ve milli gelir arasındaki ilişkilerin tespiti modellenmiştir. Bu saydığımız değişkenlerin tamamı Verhulst tarafından amaçlanmamış olmakla birlikte bugün yaşamı ve nüfus artışını mümkün kılan öğelerin bunlar olduğunu bilmekteyiz. Verhulst bu çalışmayı logistic⁴ olarak tanımlayarak bugüne kadar gelen bir modellemeyi başlatmıştır. Hesaplanması zordur ve ancak ileri bilgisayar yazılımlarıyla mümkün olmaktadır. Hesaplanan fonksiyon, sigmoidal (s-biçimli) ve doğrusal olmayan bir yapıya sahiptir. Doğrusal olmayan fonksiyon, türevi alındığı zaman türev denklemindeki parametreler ile ana fonksiyon arasında ilişki taşıyan matematiksel modeldir. Bu durum hesaplamalarda özel yöntemlerin uygulanmasını zorunlu kılar. R-Project, SAS, SPSS ve MAXIMA gibi ileri istatistik yazılımları bugün bize bu imkânları sağlamaktadır.

2 Ünlü İngiliz iktisatçı Thomas Malthus (1766-1834). İlk nüfus teorisini yazan bilim adamıdır. Nüfusun üstel fonksiyona göre gıda üretiminin aritmetik olarak artacağını ileri sürerek çelişkiye dikkat çekmiştir.

3 Y : nüfus, K : taşıma kapasitesi, Y_0 başlangıç nüfusu, t : zaman, r : içsel büyüme oranı.

4 Logistic kelimesinin bir izahı: kıt kaynaklarla ilgili anlamında olarak Fransızca logis (yaşam alanı) kelimesinden alındığı şeklindedir (<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Verhulst.html>).

Keza İngiltere’de ünlü matematikçi, aktüer ve sigorta uzmanı Benjamin Gompertz (1779-1865) doğrusal olmayan bir fonksiyonu 1825 yılında yazdığı ünlü makalesinde⁵ ortaya koyarak sigortacılık ve aktüerya hesaplarının (human mortality) yapılmasında kullanmıştır. Fonksiyon Fekeduleng ve arkadaşlarında (1999) tanımlanan büyüme uygulamasıyla, $Y_{(t)} = Ke^{-Qe^{-rt}}$ şeklindedir⁶. Diğer bir deyimle e üstü $-e$ ’dir. Benjamin Gompertz bu formülü sigorta ve hayat istatistiklerinde, aktüerya tablolarında kullanmak üzere geliştirmişken bugün amaçladığı çerçeve çoktan aşılmış, geliştirdiği fonksiyon sigorta ve hayat istatistikleri dışında da birçok sahada uygulama imkânı bulmuştur. Aşağıda kullandığımız fonksiyonların tanımları hakkında bilgi vermekteyiz. Bu nedenle tarihi bilgilere daha fazla girmenin bu yazının amacı dışında kaldığını belirtmeliyim⁷. İlgilenenler ekte verilen kaynaklara -özellikle şu kaynağa bakabilirler⁸.

Ülkemizde beş yılda bir yapılan nüfus sayım sonuçlarını kullanarak nüfusun büyüme hızı hakkında hesaplamalar yapılmakta, bu hesaplamalar ile yorumlar oluşturulmaktadır. Yıllık rakamları birbirine oranlayarak artış/azalış hızları hesaplanmakta ve elde edilen sonuçlar çeşitli amaçlar için kullanılmaktadır. Oysa nüfusun matematiksel trend yapısı büyüme fonksiyonlarıyla tespit edildiği zaman ara yıllar dahil tüm keyfiyeti bütünsel bir perspektiften izleyerek mevcut ve gelecekte ulaşılabilecek seviyeler hakkında bilgi sahibi olmak mümkün olacaktır. İnsan topluluklarının belirli siyasi ve ekonomik coğrafyalarda yaşayıp gelişmek zorunda oldukları, sahip oldukları doğal ve ekonomik kaynakların sınırlı olduğu ve bu kaynakların artışları için de bir zaman gereksinimi olduğu dikkate alınırsa bu çerçeveye göre gelişecek olan insan nüfusunun büyüme trendini tespit etmek en azından bir iktisatçı için önemlidir. Çalışmamın amacı budur.

Büyümeyi; ayrık (discrete) zaman birimlerini (çoğu zaman yıllara ait verileri) birbirine oranlayarak veya bir fonksiyon yapısı içinde süreklilik arz eden bir şekilde hesaplayabiliriz. Yıllara ait verilerden büyümeyi hesaplarken ilk ve son yılı orandıktan sonra yıl sayısına bölerek yıllık ortalama sonuç elde edilir. Veya yıllara ait değerlerden büyüme hesaplandıktan sonra bunların ortalaması alınır. Biraz daha ileri giderek ilk ve son yıl değerleri oranlanıp logaritmaları alındıktan sonra yıllık büyüme oranı bulunur (birleşik büyüme oranı). Her hesaplamada birbirine yakın ama farklı sonuçlar elde edilir. Elimizdeki veri hakkındaki bilgilerimize göre bunlardan uygun olanı seçebiliriz. Bu anlatılanlar nüfus istatistikleri için de geçerlidir.

Daha kapsamlı ve anlamlı sonuçlar elde etmek için istatistiksel yöntemlerle elimizdeki veriye büyüme fonksiyonlarının uyarlanması ile elde edilecek değerler üzerinden

5 Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 115, 513–583.

6 Y: nüfus, K: taşıma kapasitesi, t: zaman ve Q sabit parametre r: içsel büyüme oranı ve $e = 2.71$ ’dir.

7 Söz konusu fonksiyonlar insan nüfusu dışındaki canlı nüfusları, bitkiler, çeşitli hastalıklar vs. için de biyometristler tarafından yoğun olarak uygulanmaktadır.

8 Kirkwood, T. B. L. (2015). Deciphering death: a commentary on Gompertz. *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci*. 19, 370. <https://dx.doi.org/10.1098/rstb.2014.0379>

giderek mutlak ve nispi büyümeyi hesaplayıp yorumlamak biyolojik hareket nitelikleri göz önüne alındığında insan nüfus hareketleri için daha anlamlı olur. İnsan nüfusu ve bu nüfusa ait özellikler diğer kategorilerdeki büyümelere göre daha yavaş (uzun ömürlü) olduğu için uygulanacak istatistik daha çok başarı şansı elde eder. İnsan nüfusu ile çalışmanın dezavantajı ise, yeterli ve sıhhatli veriyi elde etmek için çok uzun süre beklemek ve veri elde etmenin maliyetidir. İnsan nüfusuna göre diğer canlılara ait nüfus hareketleri veya çeşitli mallara ait piyasa hareketleri çok fazla değişim gösterebilir ve daha kısa sürelerde gözlemlenebilir. Bu da istatistiksel yaklaşımlarda ortaya çıkacak çok sayıda sorunun çözümünü gerektirir. İnsan nüfusu ile yapılan ilk çalışmalardan birisi Pearl ve Reed'in (1920) ABD nüfusuyla ilgili olarak yaptığı lojistik eğrisine dayanan mükemmel analizdir. Ayrıntılarını aşağıda Amerika bahsinde ele alacağız.

Ülkemizde Cumhuriyetin kuruluşuyla başlayan ve bugüne kadar devam eden nüfus sayımlarıyla elde edilen verilerin büyüme analizi için ziyadesiyle yeterli olduğunu düşünerek bu çalışmamızda matematiksel büyüme modellerine göre yapacağımız istatistiksel çalışmanın daha anlamlı olduğunu düşündük. Bu çerçevede nüfusun alt asimptot ve üst asimptot değerleri tespit edilerek ilerde varacağı maksimum seviyeler hakkında bilgi sahibi olacağız. Yıllara göre mutlak ve nispi büyümeyi, içsel büyüme oranını bu çerçevede elde edeceğiz.

Bu amaçla öncelikle büyüme konusu ve uygulayacağımız matematiksel büyüme fonksiyonları daha sonra nüfus sayım verileri, istatistik uygulama sonuçları sırasıyla ele alınacak ve varılan sonuçlar değerlendirilecektir. Sonuçta uygulanan büyüme fonksiyonlarının Türkiye nüfusunu temsil ve özelliklerini yansıtmaya kabiliyeti, bu temsiliyetin istatistiksel olarak test edilip ispat edilmesi ve devamında geleceğe dönük tahminlerin yapılabilmesi ayrıntılı olarak araştırılmış olacaktır.

Büyüme

İktisat, demografi ve diğer birçok disiplinde belirli bir konu incelenirken konuya bakış araçlarından biri de büyümenin hesaplanmasıdır. Nüfus, milli gelir, istihdam, fiyatlar, dış ticaret, sanayi üretimi, tarımsal üretim vs. analizinde konu öncelikle büyüme açısından ele alınır. Bu nedenle büyümenin teknik tanımı ve nüfustaki kullanımını ile ilgili olarak bu bahsi zorunlu gördük.

En basit tanımıyla büyüme ele alınan değişkenin dönemler itibarıyla artışını mutlak ve nispi olarak belirlemektir. Bu tanımlama zaman boyutunu da içerir. Mutlak ve nispi büyüme: tanımlanan ayrık dönemler (discrete time), dönemsel birleşik (compounding each period) olarak ve, sürekli dönemler (continuous time), sürekli birleşik (compounding continuously) olarak iki ayrı başlık altında incelenir.

Ayrık Dönemlere (Yıl) Göre Büyüme, Dönemsel Birleşik Büyüme, (Discrete Periods, Compounding Each Period)

Mutlak büyüme.

Y_t , ilk dönem nüfusu Y_{t+1} sonraki dönem nüfusu olmak üzere mutlak büyüme $\Delta Y = Y_{t+1} - Y_t$ olarak tanımlanır. t döneminde 100 kişi olan nüfus $t+1$ döneminde 120 kişi olmuşsa artış 20 kişidir. İki rakam arasında beş dönem ($t+5$) varsa ortalama yıllık nüfus 4 kişi artmıştır. Nüfus artış miktarını dönem sayısına bölerek ortalama mutlak büyümeye ulaşırız.

Nispi büyüme (büyüme oranı).

Ayrık dönemlerde büyüme oranı $g = (Y_{t+1} - Y_t) / Y_t$ olarak tanımlanır. Dönem sayısı birden fazlaysa bulunan rakam dönem sayısına bölünür. Örnek tablo 1’de 5 dönemde büyüme oranı %20’dir. Beşe bölersek dönemsel büyüme oranı %4’tür denir. Bu yöntem büyümeyi fazla gösterir. Örneğe uyguladığımızda beşinci yıl sonundaki rakamı 120 değil 121.67⁹ olarak gösterir (tabloda 3. kolon).

Dönemsel nispi büyümeyi, ayrık dönemler için birleşik büyüme formülüne göre $Y_t = Y_0(1 + r)^t$ olarak hesaplamak daha gerçekçi bir yaklaşım olur. Hesaplama, logaritmik dönüşümden sonra ortalama nispi büyüme formülü $r = \text{EXP}(\text{LN}(Y_t/Y_0)/t) - 1$ ile yapılır. Genelde en çok kullanılıp uygulanan formül budur. Ara dönem değerlerini dikkate almayan bir hesaplama tarzıdır. Örneğe göre bu formülle büyüme beş yıllık dönemde yıllık %3.7137’dir (tabloda 4. kolon).

Beş yıllık dönemde ara yıl değerlerinin de tablo 1 kolon 1’deki gibi olduğunu varsayalım. Bu durumda izleyen yıl değerlerini birbirine bölüp büyümeyi hesaplayabiliriz (kolon 2). Yıllık hesaplanan bu büyüme oranlarının aritmetik ortalamasını hesapladığımızda dönem büyümesi bulunur (%3.724).

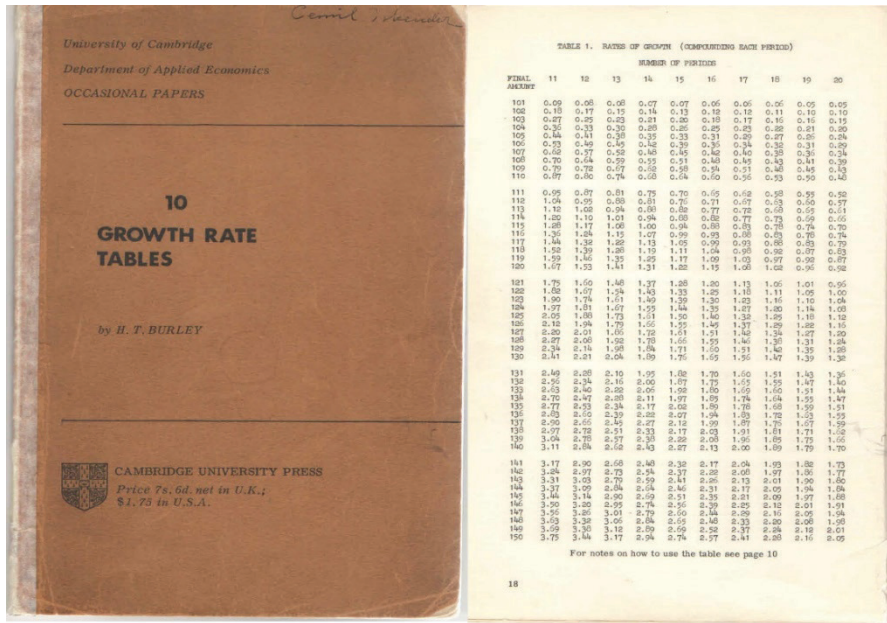
Dikkat edilirse yöntemlere göre hesaplanan büyüme rakamları, sırasıyla %3.724, %4, %3.7137, %3.646, birbirinden tamamen farklıdır. Analizini yaptığımız olayın mahiyetine göre bunlardan uygun olan birini kısa dönem nispi analizi için seçip uygulamak durumundayız.

⁹ Kullandığımız istatistik yazılımını (SAS University Edition) izleyerek bu çalışmamızda rakamların hanelerini virgülle, ondalık kesirleri noktayla ayırdık.

Tablo 1

Büyüme Hesapları

	1	2	3	4	5
Dönem	Hipotetik	Hipotetik (% büyüme)	Ortalama yıla bölme (% 4)	Dönemsel birleşik (r) (discrete) (0.037137)	Sürekli birleşik (g) (continuous) (0.03646)
0	100	0.0000	100.00	100.00	100
1	106	6.0000	104.00	103.71	103.71
2	110	3.7736	108.16	107.57	107.57
3	112	1.8182	112.49	111.56	111.56
4	117	4.4643	116.99	115.70	115.70
5	120	2.5641	121.67	120.00	120
Ortalama		3.7240			



Resim 1. Büyümenin el kitabı.

Not: Türkiye İsmail Kalkınma Bankasında (İstanbul) iktisatçı olarak çalıştığım yıllarda (1977-2002) iktisatçılara proje hesapları için Banka tarafından verilmiş olan “Büyüme Oranı Tabloları” kitabı. Kişisel bilgisayarların olmadığı 60 ve 70’li yıllarda bir büyüme oranı hesaplamak için ilk ve son yıl değeri hesap makinesinde orandıktan sonra dönem sayısına göre büyüme rakamı kitaptaki tabloların bakılarak tespit edilirdi. Kitabın birinci bölümü ayrı dönemlere göre büyüme tablolarını ikinci bölümü ise sürekli dönemlere göre büyüme tablolarını içerirdi (Basım yılı 1966, Cambridge University Press).

Sürekli Dönemlere Göre Büyüme, Sürekli Birleşik Büyüme, (Continuous Periods, Compounding Continuously)

Mutlak büyüme.

Ayrık dönemlerden sürekli dönemlere geçtiğimizde keyfiyetin daha ileri fonksiyonlarla ifadesi edilmesi gerekir. Zira büyüme burada zamanın sonsuz olması halinde bağımlı değişkenin aldığı değerdir. Hem mutlak hem nispi büyüme için süreklilik arz eden fonksiyon üzerinden hesaplamalar yapılır. Fonksiyonun tespiti ise en küçük kareler yöntemine göre yapılır. Yöntemin uygulanması için en az 12-15 döneme ait verilerin bulunması gerekir. Bu şekilde en kısa zaman birimi için fonksiyonun değişimi (türev) hesaplanır ve ilgili dönemin değerinin fonksiyonda yerine konmasıyla mutlak büyüme tespit edilir.

İki dönemli veri için en basit büyümeyi doğrusal denklemden elde ederiz. $Y = at + b$ fonksiyonunda mutlak büyüme sayısı a 'dır. İki noktası belli olan veriye ilgili cebir kuralları uygulanarak denklemin katsayılarına ulaşılabilir. Örneğe uygularsak denklem $Y = 4t + 100$ şeklindedir ve mutlak büyüme denklemin türevi ($Y' = \frac{dY}{dt}$) olan 4 kişidir. Her tip fonksiyon için mutlak büyüme, fonksiyonun türevinin alınmasıyla zamanın aldığı değere karşılık gelen bağımlı değişken değeri olarak hesaplanır. Ve bu değer her dönem için aynı olmayabilir. Bu yazımızda kullanılan doğrusal olmayan değişkenlerin mutlak büyümesi de türev hesaplanarak grafiğe dönüştürülecektir.

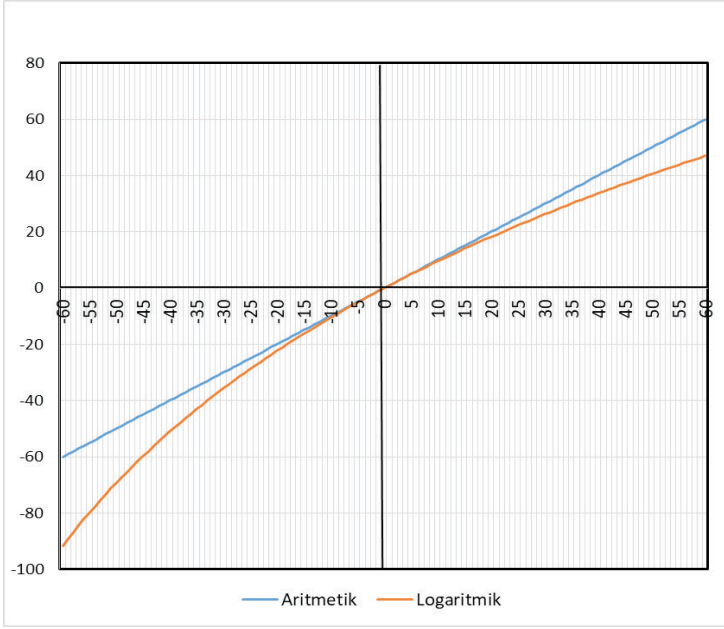
Nispi büyüme (büyüme oranı).

Nüfus analizlerinde iki dönem arasında sürekli büyüme $Y_t = Y_0 e^{gt}$ formülünden g 'nin değeri olan nispi büyüme $g = \ln\left(\frac{Y_t}{Y_0}\right) / t$ olarak hesaplanır. Tabloda bu oran %3.6464'tür. Bu logaritmik büyümedir. Dikkat edilirse logaritmik büyüme daha önce aynı veri için hesaplanan ayrık dönem büyümesinden (%3.7137) daha küçüktür. Sıfır noktasından yükseldikçe iki büyüme oranı arasındaki fark açılır. %10-15 büyümeye kadar ayrık dönem formülü kullanılabilir. Ancak sürekli fonksiyon daha gerçekçidir.

r (aritmetik) ile g (logaritmik) büyüme oranları arasında geçişler aşağıdaki formüllere göre sağlanır.

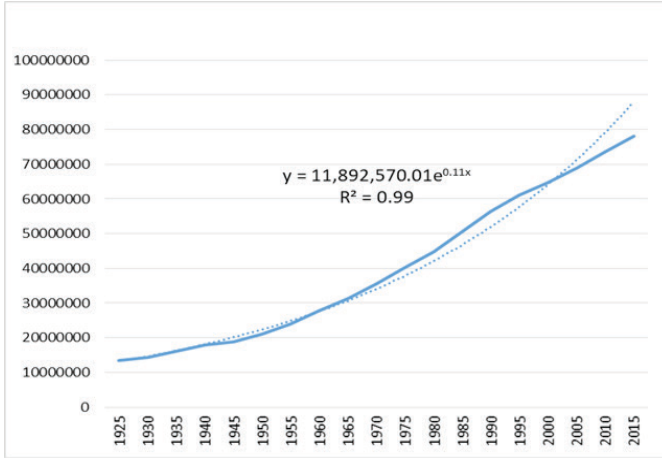
r 'den g 'ye geçiş $g = \ln(r + 1)$. $g = \ln(1+0.037137)=0.03646$, sonuç ondalık kesirdir.

g 'den r 'ye geçiş $r = \exp(g) - 1$. $r = \exp(0.03646)-1=0.037137$, sonuç ondalık kesirdir.



Grafik 1. Mukayeseli aritmetik ve logaritmik büyüme oranları.

Fonksiyonel büyüme.



Grafik 2. Türkiye nüfusu için basit üstel fonksiyon uygulaması.

Yukarıda büyüme ile ilgili olarak anlattıklarımız kısa vadeli verilerin analizinde faydalı olacağından 1925-2015 gibi oldukça uzun bir döneme ait nüfus verilerinin analizinde kullanılmayacaktır. E tabanlı üstel fonksiyonun da nüfus analizi için uygun olmadığını belirtelim. Grafik 2’de Türkiye nüfusuna uygulanmış basit bir üstel fonksiyon verisi yer almaktadır. Buna göre nüfusun istikameti gerçekte ne olursa olsun projeksiyon üstel sayı oranında artmaya devam edecektir. Tabii ki gerçek böy-

le değildir. Esas amacımız kaynak, çevre kısıtı parametresini (K) içeren yukarıda bahsettiğimiz Verhulst ve Gompertz tarafından geliştirilen fonksiyonları kullanarak Türkiye nüfusuna ait alt asimptot, üst asimptot (taşıma kapasitesi), içsel büyüme oranı, mutlak ve nispi büyüme miktarlarını hesaplamaktır. Yoksa beş yıllık verilerden hareketle basit büyüme hesapları yapıp yorumlarda bulunmak amacında değiliz. Bu nedenle giriş mahiyetindeki yukarıdaki izahatı takiben üstel fonksiyondan lojistik fonksiyona geçiş için her iki yapının özelliklerini kısaca görmekte fayda vardır.

Tablo 2

Büyüme Fonksiyonlarının Karşılaştırması ve Özellikleri

	Üstel fonksiyon	Verhulst üç değişkenli lojistik fonksiyonu
Çözüm fonksiyonu	$Y_t = Y_0 e^{rt}$	$Y_t = \frac{KY_0}{Y_0 + (K - Y_0)e^{-rt}}$
Diferansiyel fonksiyon modeli	$\frac{dY}{dt} = rY$	$\frac{dY}{dt} = rY(1 - \frac{Y}{K})$
Mutlak büyüme miktarı (türev)	$\frac{dY}{dt} = rY_0 e^{rt}$	$\frac{dY}{dt} = \frac{rKY_0 e^{-rt}(K - Y_0)}{(Y_0 + (K - Y_0)e^{-rt})^2}$
Nispi büyüme, kişi başına büyüme, türevin nüfusa oranı, gerçekleşen büyüme oranı. (r_g)	$r = r_g = r_i = \frac{\frac{dY}{dt}}{Y}$ Y ile değişmez	$r_g = r_i(1 - \frac{Y}{K})$ $r_g = \frac{(K - Y)r e^{-rt}}{Y_0 + (K - Y_0)e^{-rt}}$ Y ile değişir, $r_g < r_i$ dir.
	$r_i = b - d$	$r_i = b - d$
İçsel büyüme oranı (r_i)	Doğum oranı eksi ölüm oranıdır, sabit ve maksimumdur.	Doğum oranı eksi ölüm oranıdır, sabit ve maksimumdur.
İzahat 1	İçsel büyüme oranı nispi büyüme oranına eşittir. Malthus parametresi, nüfus artış haddi, kişi başına büyüme olarak da adlandırılır.	İçsel büyüme oranı nispi büyüme oranından büyüktür, nispi büyüme oranı içsel büyüme oranının $(1 - \frac{Y}{K})$ ile çarpımından elde edilir, teorik bir rakamdır, fonksiyondan hesaplanır, büyümenin maksimum seviyesini gösterir.
İzahat 2	İçsel büyüme oranı, fonksiyonun tamamında geçerli sabit bir rakamdır. Zaman boyutu yoktur. Kişi başına büyümeyi incelenen dönemlerin tamamı için temsil eder, bu nedenle de dönemlere göre değişim gösteren nispi büyüme oranından farklıdır.	

Burada üzerinde durulması gereken bir nokta yukarıda anlattığımız dönemsel nispi büyüme oranıyla K parametrelili fonksiyonlardan hesaplanan içsel büyüme oranı arasındaki ilişkidir. İkisi aynı değildir. İçsel büyüme oranı lojistik büyüme eğrisinin hesaplamaları sırasında bulunan ve hesaplandığı dönemin tamamı için geçerli olan sabit bir rakamdır. Buna karşılık nispi büyüme oranı verinin uygulandığı fonksiyondan hesaplanan ve yıllara göre değişen büyüme oranıdır. Fonksiyonlara göre izahat aşağıdaki tablodadır.

Üstel fonksiyon tamamen matematik esaslı bir yapıya sahiptir. Büyümede sınır yoktur. Lojistik fonksiyonla birlikte matematik+iktisat esaslı bir yapıya geçmiş oluruz. Sınırlı kaynakları temsil eden kapasiteyi (K) ve kendi kurallarına göre büyüyen

nüfusu, fonksiyona dâhil edip analiz etmek yeni bir planlamanın ilk adımı olarak karşımıza çıkmaktadır.

Matematiksel Büyüme Fonksiyonları

İstatistikte sıklıkla kullandığımız üstel, doğrusal, logaritmik, polinomsal ve güç fonksiyonları vs. nüfus artışının izlenmesinde de kullanılabilir. Çoğu zaman istatistiksel testlere uyum da sağlanabilir. Daha çok kısa süreli hesaplamalarda bu araçlar işimize yarar. Nitekim bu çalışmamızda da Türkiye nüfusuna ait elimizde veri olmayan bazı ara yıllar miktarlarını tahmin için biz de az önce saydığım bu yöntemlerden faydalandık. Örneğin elimizde sayım verileri olmayan 1925, 1935 ve 1995 yıllarına ait tahminler için bu yola gittik. Ancak Türkiye coğrafyasına ait ve Türkiye Cumhuriyeti'nin kuruluşundan beri derlenen nüfus istatistiklerin değerlendirilmesinde yukarıda bahsedilen matematiksel fonksiyonların hiçbirini esas alıp uzun vadeli bir izahat için kullanamayız. Bahsi geçen fonksiyonların istatistiksel testlerin tamamını geçtikten sonra orta ve uzun vadelere uygulanma imkânları olsa bile ülkelerin nüfus gelişmeleri, dünya kömür üretimi, dünya ham petrol üretimi, Türkiye buzdolabı tüketimi ve hanelere penetrasyonu vs. gibi serilerin 20 yılı aşan uzun vadeli incelenmesinde Verhulst ve Gompertz'den beri geniş bir uygulama alanı bulan büyüme fonksiyonlarının¹⁰ kullanılması, keyfiyetin kuramsal bir çerçeveye oturtulması gerektiğinde daha isabetli olacaktır. Yukarıda sayılan eğriler ucu açık eğrilerdir. Bunlarla nüfus gibi ağır hareket eden bir değişkeni açıklamak isabetli olmayabilir. Daha kuramsal bir çerçeve sağladıklarından büyüme fonksiyonlarının nüfus analizinde sağlayacağı faydaları aşağıda örnekleriyle göreceğiz.

Bir nüfus kitlesinin sayısındaki artış mevcut nüfusa ve eldeki kaynakların varlığına dayanır. Hiçbir şeyin sürekli artmayacağı, sürekli düşmeyeceği, artan, yavaşlayan ve düşen dönemlerinin olacağı dikkate alındığında lojistik büyüme eğrisini kullanmanın önemli faydaları görülür. Büyüme eğrisi, birden çok parametresinin tahminlerde sağladığı esneklikle gerçek verilere yakın bir model çizer. Başlangıçta üstel bir büyüme söz konusudur. Üstel büyümeyi takiben ulaşılan dönüm noktasında (inflection point) eğrinin büyüme hızı düşerken ikinci safhaya geçilmiş olur. Lojistik modelde bir alt asimptot ve bir üst asimptot vardır. Dönüm noktası eğrinin tam ortasında yer alır. Eğri burada simetriktir. Simetriklik eğrinin yapısını kısıtlayan bir unsurdur. Ancak Gompertz tarafından geliştirilen eğri asimmetrik bir yapıya sahiptir ve bu kısıtlamayı aşar. Daha sonra geliştirilen fonksiyonlarda da yeni parametrelerin eklenmesiyle teknik sorunların daha da aşıldığı görülmektedir. Grafik 3'teki eğri bu keyfiyeti izah eden klasik bir büyüme eğrisidir. Değişkenin yatay eksene (zaman) yakın bir yerden yavaşça hızlanan, giderek hızını arttırdıktan sonra artış hızında yavaşlama ve doyuma

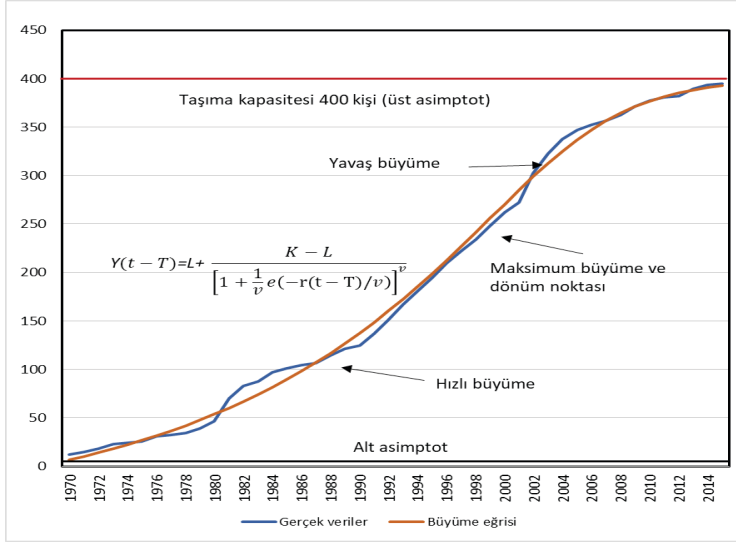
10 Lojistik eğri yaklaşımını kullanarak Dünyadaki nüfus artışının enerji kaynaklarıyla çok güzel ve etkileyici bir açıklaması için Graham Zabel'in (London School of Economics) linkteki "Peak People: The Interrelationship between Population Growth and Energy Resources" başlıklı ve 2009 tarihli yazısına bakılabilir. http://www.resilience.org/stories/2009-04-20/peak-people-interrelationship-between-population-growth-and-energy-resources#_ftn4

ulaşma gösterdiği hallerde bu eğri ile analiz faydalı olur. Eğrinin yatay asimptotik hal aldığı üst çizgiye *taşıma kapasitesi* denir. Taşıma kapasitesi olarak tanımlanan yerde nüfusun bulunduğu coğrafyada sınırlara ulaşılmış demektir, taşıma kapasitesinin yukarıya çekilmesi ve daha fazla nüfus beslenmesi ancak yeni kaynakların ve coğrafyanın devreye girmesiyle mümkündür. İnsan nüfusu ekonomiyle ilgili olduğuna göre taşıma kapasitesine ulusal geliri de katmak anlamlı olacaktır. Coğrafya, tabii kaynaklar, enerji vs. yanında gelişmişliğe bağlı olarak ulusal gelirin de taşıma kapasitesinde etkin rolü vardır. Ulusal gelire bağlı olarak artan beslenme, tıbbi imkânlar, aynı coğrafyada yeni yaşam imkânlarının açılmasını bu meyanda sayabiliriz.

Grafik 3'te, özel bir emeklilik vakfının kurulduğundan beri yıllara göre emekli üye sayısındaki artış ve bu verilere dayanarak hesaplanmış büyüme eğri örneği verilmiştir. Çalışma süresi, emekliliğe geçiş ve emekliliği bir yaşam süreci olarak düşünürsek, emeklilerin sayısındaki gelişmeyi büyüme fonksiyonuyla açıklamak doğru ve isabetli olmuştur. Esasen grafiğin kendisi büyüme fonksiyonuna uyumu açıkça göstermektedir. Bizim yapmamız gereken bunun istatistiksel çalışmasıdır. Emekliler artış eğrisinin verilerine dayalı lojistik büyüme fonksiyonu belirlenirken, tüm istatistiksel testler (SAS NLIN yöntemi, bk. aşağıda bölüm 6) geçilmiştir. Bu örnekte lojistik eğrinin tüm safhaları kırk beş yılda yaşanmış ve tamamlanmıştır.

Bir büyüme eğrisinde yer alması gereken tüm safhalar 1970-2015 dönemindeki verilerden görülebilir. Eğri s-biçimli klasik büyüme eğrisidir. 1970 yılında 12 olan emekli sayısı 2015'te 395'e ulaşarak 400 olan kapasite sınırında karar kılmıştır. Mutlak ve nispi büyüme grafiklerinden de görüleceği gibi başlangıçta alt asimptot seviyesinden kalkışa geçen emekliler sayısı 1999¹¹ yılında maksimuma ulaşmış buradan itibaren artış yavaşlayarak 2015 yılında sıfıra çok yaklaşmış, $Y(t) = K - 5$ durağan durumuna ulaşılmıştır. Burada kapasite sınırı vakfin ve vakfin bağlı bulunduğu kuruluşun mali imkânları olarak karşımıza çıkmaktadır. Emekliler sayısının bu noktadan sonra artışı beklenmemektedir. Hatta bağlı olduğu kuruluşun istihdamı son on beş yılda gerilediğinden buna bağlı olarak emekliler sayısının da 395 rakamında kalma ve/veya gerilemeler göstermesi beklenmektedir.

11 Grafikte görülen fonksiyonun ikinci türevini sıfıra eşitleyip çözdüğümüz zaman t 'nin değerinin T 'ye eşit ve 1999 olduğunu görürüz.



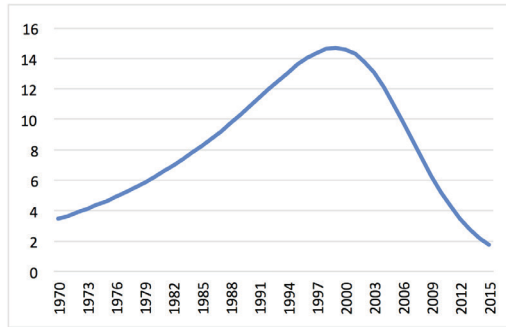
Grafik 3. Emekliler büyüme eğrisi (1970-2015).

Not: Büyüme eğrisi tablosundaki veriler gerçek hayattan alınmıştır. Türkiye'deki özel bir emeklilik vakfının 1970-2015 yılları emekli sayılarını göstermektedir. Burada taşıma kapasitesi vakfın mali olanakları ve bağlı olduğu kuruluşun istihdam politikası ve mali imkânlarıdır. Fonksiyona göre hesaplanan vakıf emeklileri sayısı içsel büyüme oranı %5,87 olarak bulunmuştur.

İstatistik çalışmada emeklilere ait büyüme fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunmuştur. Ayrıntısına girmeden tüm istatistiksel testlerin geçildiğini belirtelim.

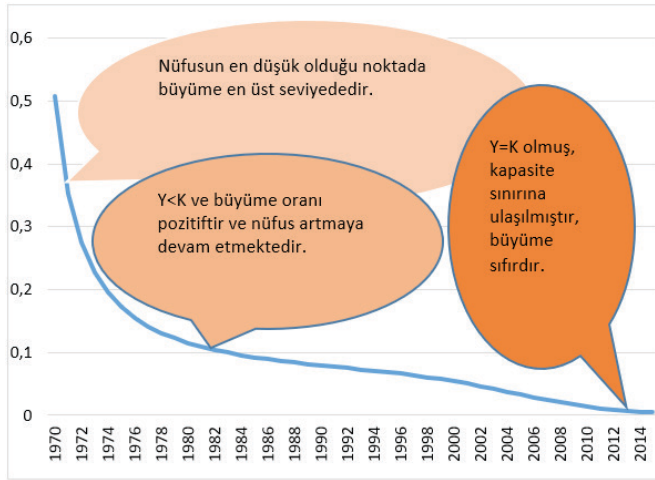
$$Y(t - 1999) = -52 + \frac{400 - (-52)}{\left[1 + \frac{1}{0.2286} e^{(-0.0587(t-1999)/0.2286)}\right]^{0.2286}}$$

Yukarıdaki emekliler eğrisine ait örnek mutlak ve nispi büyüme rakamları da aşağıdaki grafiklerde yer almaktadır.



Grafik 4. Emekliler mutlak büyüme eğrisi (dY/dt).

Aşağıdaki grafikten de görüleceği gibi, yıllık nispi büyüme oranı nüfus artışıyla birlikte düşmektedir. Emekliler örneğinde büyüme 2015 yılında %0 olmuştur, diğer bir deyimle $N = K$ 'dir. Keza mutlak büyüme de sifra ulaşmıştır.



Grafik 5. Emekliler nispi büyüme eğrisi $(dY/dt)/Y(t)$.

Yukarıda emeklilere ait verilerden hareketle emekliler sayısının lojistik gelişimini, mutlak büyüme ve nispi büyüme gelişimlerini grafiklerle gösterdik, rakamları sadelik adına buraya ayrıntılı olarak taşımadık. Bu bir örnek sunum olmaktadır. 1927 yılından beri elimizde beşer yıllık sayım verileri olan Türkiye nüfusunun analizinde matematiksel büyüme fonksiyonlarını istatistiksel olarak test ettikten sonra yıllara göre mutlak ve nispi büyüme oranlarının ve ulaşılması beklenen maksimum nüfus seviyesinin tespiti de bu model ile mümkün olacaktır.

Kullanılan Fonksiyonlar

Türkiye nüfusunun matematiksel büyüme analizinde üzerinde çalıştığımız çok sayıda fonksiyondan, Verhulst lojistik büyüme fonksiyonuna ait altı tanesinin ve Gompertz Büyüme Fonksiyonuna ait dört tanesinin olmak üzere toplam on fonksiyonun sonuçlarını iki grup halinde yazımıza dâhil ettik. Fonksiyonların bu bölümde matematiksel özellikleri amacımıza uygun olarak kısaca anlatılacaktır. Fonksiyonların ileri matematiksel özellikleri hakkında, örneğin diferansiyel denklemden çözüm denklemine ulaşım hakkında vs. ekteki kaynaklarda geniş bilgiler vardır (Tsoularis ve Wallace, 2002).

Nüfus miktarı esas olarak zamanın bir fonksiyonu olarak alınmış, zamana ilaveten ikinci değişken olarak sosyal değişim endeksi ve ters hiperbolik sine fonksiyonları kullanılmıştır. Fonksiyonlarda bağımlı değişken nüfus (Y) ve ana bağımsız değişken (t) zamandır. Kullanılan parametrelerin sembolleri tablo 5 ve 7’de ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Parametreler: dışsal parametreler ve içsel parametreler olarak iki gruba ayrılmıştır. Dışsal parametrelere ait istatistiki test değerleri hesaplanmamaktadır. Bunlar taşıma kapasitesi, alt asimptot, esas yıl başlangıç nüfusu gibi fonksiyonda yer almakla birlikte fonksiyon içinde belirlenmeyen unsurlardır. İçsel parametreler: üstel

fonksiyon çarpanları, içsel büyüme oranı, alometrik katsayı, sosyal gelişme endeksi katsayısı ve invers hiperbolik sinh katsayısı sistemin içinden belirlenen değerlerden oluşmaktadır. Sadece içsel parametrelere ait istatistiki test değerleri hesaplanmaktadır. Dışsal parametrelerin değerleri önceden yaklaşık olarak belirlenerek fonksiyona konmakta, içsel parametrelere verilen anlamlı başlangıç değerleriyle yakınsama süreciyle içsel parametrelerin belirlenmesine çalışılmaktadır. İstatistiki değerleriyle birlikte elde edilen içsel parametre değerleri yetersizse dışsal parametreler tekrar tekrar değiştirilerek, içsel parametrelerin başlangıç değerleri yenilenecek ve/veya yeniden parametre tanımları yaparak (reparametrization) süreç tekrar edilmektedir. En çok uygulanan tedbir parametreye düz rakamlar yerine rakamların logaritmalarını veya e tabanına göre değerlerini vererek (ln ve exp değerleri) fonksiyonu çalıştırmaktır. Biz de bu uygulamaya başvurduk ve olumlu sonuçlar aldık.

Tanımları verilen fonksiyonlar, parametrelerin belirlenmesinde (içsel büyüme oranları, q parametreleri vs.) tahmini nüfus değerlerinin, güven sınırlarının hesaplanmasında, gerçek rakamlarla fonksiyondan hesaplanan rakamlar arasındaki farkların (residuals) tayininde, ilgili grafiklerin elde edilip yorumlanmasında kullanılmıştır. Fonksiyonlara ait birinci türevler yıllık nüfus artışlarının (mutlak büyüme) hesaplanmasında esas olarak kullanılmıştır. Birinci türev rakamlarının fonksiyondan hesaplanan nüfus değerlerine oranıyla yıllara göre nispi büyüme (relative growth) rakamları seri halde bulunarak grafiklendirilmiştir. İkinci türevler ise yıllık mutlak artışlardaki değişimin takibinde ve fonksiyonların dönüm noktalarının (point of inflection) hesaplanmasında kullanılmıştır.

Geliştirdiğimiz matematiksel analiz ve istatistiksel uygulamayla Türkiye nüfus verilerinin soyut düzeyde temsiliyeti hedeflenmiş, yapılan ileri istatistiksel çalışmayla keyfiyet test edilmiştir. Matematiksel temsiliyet ve istatistiksel ispat safhalarında alınan başarılı sonuçlar görüldükten sonra söz konusu fonksiyonlarla geleceğe dönük tahmin çalışmaları yapılmış ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır. Bu şekilde 1925-2015 Türkiye nüfusu hakkında matematiksel büyüme modelleri, istatistiksel analiz ve geleceğe dönük tahminler ile kuramsal bir çerçeve tanımlanmıştır.

Verhulst ve Gompertz'den başlayarak matematiksel büyüme fonksiyonları son iki yüzyılda çok geliştirilmiş, yeni parametreler ilave edilmiş, yeni tanımlamalara konu olmuştur. Büyüme fonksiyonlarının iki yüz yıllık geniş bir tarihi vardır. Bu iki yüzyıl zarfında birçok yazar konuya katkı sağlamış bu fonksiyonları geliştirip uygulama sahalarını yaygınlaştırmıştır. Kullanılacak çok sayıda fonksiyon olmasına karşılık bu fonksiyonlar her olayda aynı sonucu vermemektedir. Biz bunlar arasından amaçlarımıza uygun olanları aşağıda çalışarak verdik. Konu burada verilen fonksiyonlarla sınırlı değildir. İnsan nüfusundan ziyade fonksiyonların bitki nüfusları, hayvan nüfusları, mikro organizmaların ve tümörlerin büyümesi vs. konularındaki uygulamaları çok daha yaygındır.

Lojistik fonksiyonlar.

Lojistik fonksiyonlarda: T: temel yıl, K: üst asimptot (taşıma kapasitesi), L: alt asimptot, N veya Y_0 başlangıç nüfus miktarı, Q: üstel fonksiyon çarpanı, r: içsel büyüme oranıdır.

Verhulst Lojistik Fonksiyonu (Fonksiyon 1).

Fonksiyon:

$$Y_{(t-T)} = L + \frac{(K-L)Y_0}{(-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0} \quad (1)$$

Fonksiyonun birinci türevi, yıllar itibariyle fonksiyondaki mutlak büyümeyi (=değişim artış/azalış) göstermektedir.

$$\frac{d}{dt}[f(t)] = \frac{(K-L)(-Y_0-L+K)Y_0e^{-r(t-T)}}{((-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0)^2} \quad (1a)$$

Nispi büyüme oranı, yıllar itibariyle nispi büyümeyi hesaplamak için kullanılmaktadır.

$$\frac{\frac{d}{dt}[f(t)]}{Y_{(t-T)}} = \frac{(K-L)(-Y_0-L+K)Y_0e^{-r(t-T)}}{((-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0)^2} \left(\frac{(K-L)Y_0}{(-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0} + L \right) \quad (1b)$$

Fonksiyonun ikinci türevi, fonksiyonun dönüm noktasını hesaplamak için ve mutlak büyümedeki değişimi izlemek için kullanılmaktadır.

$$\frac{d^2}{dt^2}[f(t)] = \frac{2(K-L)(-Y_0-L+K)^2Y_0e^{-2r(t-T)}}{((-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0)^3} - \frac{(K-L)(-Y_0-L+K)Y_0e^{-r(t-T)}}{((-Y_0-L+K)e^{-r(t-T)}+Y_0)^2} \quad (1c)$$

Fonksiyonun zaman dönüm noktası: ikinci türev sıfıra eşitlenip t için çözümlenerek elde edilir. Bu değer esas denklemde yerine konularak nüfus karşılığı bulunur:

Zaman dönüm noktası:

$$t_{inf} = \frac{rT + \ln\left[\frac{K-L}{Y_0} - 1\right]}{r} \quad (1d)$$

veya,

$$t_{inf} = T + \frac{1}{r} \ln\left[\frac{K-L-Y_0}{Y_0}\right] \quad (1e)$$

Lojistik fonksiyon simetrik yapıya sahip s-yapılı bir fonksiyondur. Simetrikten kastedilen eğrinin ortasında bir dönüm noktasına sahip olmasıdır. Dönüm noktasında nüfus taşıma kapasitesinin yarısındadır. Zaman olarak karşılığı yukarıda verilen ikinci türev formülünden bulunur. Lojistik eğrinin simetrik bir yapı taşınması beraberinde bazı sorunlar da getirmektedir. Şöyle ki fonksiyon simetrik olduğu zaman eğrinin ilk ve ikinci yarısındaki gidişat konkav/konveks çerçevede birbirini izlemektedir. Eğer analiz edilen nüfusun gerçek rakamları simetrik bir yapıdan uzaksa bu durumda lojistik eğrinin temsil kabiliyeti azalmaktadır.

Ricketts / Head, iki safhalı lojistik büyüme fonksiyonu (Fonksiyon 2-6).

Bu grupta beş fonksiyon incelenmiştir. Bu fonksiyonda Y: nüfus miktarı, t: zaman, T: temel yıl, K: Taşıma kapasitesi (üst asimptot), L: alt asimptot, ve üstel fonksiyon çarpanları, r içsel büyüme oranı, c: invers hiperbolik sinh katsayısı ve v alometrik katsayı (eğrinin bünyesinin şekilleneceği istikameti ve büyüklüğü gösterir) f_t ağırlık fonksiyonu, asimetrik bir yapıya sahip olan bu fonksiyonda ağırlık dağıtım anahtarlarıdır. \bar{c}_f , f_t ağırlık fonksiyonuna ait ortalama eğim göstergesidir.

$$Y_{(t-T)} = L + \frac{(K-L)}{(1+f_t A + (1-f_t)B)^{(1/v)}} \quad (2)$$

$$A = Q_1 e^{(-r(t-T))} \quad (2a)$$

$$B = Q_2 e^{(-r(t-T))} \quad (2b)$$

$$f_t = \frac{1}{1 + \bar{c}_f e^{(-r(t-T))}} \quad (2c)$$

$$\bar{c}_f = \frac{2Q_1 Q_2}{|Q_1 + Q_2|} \quad (2d)$$

v parametresi, Ricketts ve Head'in (1999) orijinal makaledeki fonksiyonunda yoktur. Türkiye nüfus çalışmasında daha iyi sonuç verdiği için biz ilave ettik¹². v parametresi esasen Richards'ın (1959) yazdığı ünlü makalesinde lojistik fonksiyona dâhil edilmiş ve adıyla anılan Richards eğrisi böylece oluşmuştur.

Fonksiyona dahil edilen ağırlık fonksiyonu simetri olayının getirdiği kısıtları aşmak amacıyla taşımaktadır. Dönüm noktası taşıma kapasitesinin tam ortasında değildir. Bu nedenle verilere intibakta bu fonksiyon klasik lojistik eğriye göre üstündür. Esasen dönüm noktasının tam ortada olması tetkik edilen olaylarda beklenmemelidir. Nüfus söz konusu olduğunda da durum böyledir.

Bu gruba ait ikinci fonksiyonda, ilk Ricketts/Head Fonksiyonu sosyal gelişme endeksinin ilavesiyle iki bağımsız değişkenli hale getirilmiştir. Diğer her şey aynıdır.

Bu gruba ait üçüncü fonksiyon, bir önceki iki bağımsız değişkenli fonksiyona sürekli ağırlıklandırma (iteratively reweighted least squares) yönteminin ilavesiyle bulunmuş sonuçları ihtiva eder (SAS/STAT, 2009, s. 4312).

Ricketts/Head lojistik fonksiyonuna ters hiperbolik sinüs fonksiyonunu zaman için ilave ederek de iki çalışma daha yapılmıştır. Hiperbolik fonksiyondaki değişimler aşağıdaki gibidir. Matematik ayrıntılar için Chukwu ve Oyamakın'e (2015) bakılabilir.

¹² Ricketts/Head Fonksiyonuyla bizim Türkiye nüfusu için yeniden tanımlayarak yukarıda verdiğimiz fonksiyon arasındaki diğer farklar için bakınız ek 2.

$$A = Q_1 e^{(-r(t-T) - c \cdot \operatorname{arsinh}(t-T))}$$

$$B = Q_2 e^{(-r(t-T) - c \cdot \operatorname{arsinh}(t-T))}$$

$$f_t = \frac{1}{1 + \bar{C}_f e^{(-r(t-T) - c \cdot \operatorname{arsinh}(t-T))}}$$

Bu grup fonksiyonlarda daha başarılı sonuçlar verdiği için üstel fonksiyon çarpanları Q_1 ve Q_2 istatistiksel çalışmalarda üstel olarak formüle dâhil edilmiştir. $Q_1 = \exp(Q1e)$ ve $Q_2 = \exp(Q2e)$ 'dir.

Ricketts/Head lojistik fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerinin alınması çok zaman alan ve fazla yer tutan bir süreç olduğundan bu fonksiyona dayalı mutlak ve nispi büyüme analizine girmedik. Lojistik eğri ve Gompertz eğrisi için verdiğimiz mutlak ve nispi büyüme analizlerinin yeterli olduğu görüşündeyiz.

Gompertz Büyüme Fonksiyonları.

Birçok parametrelerle tanımlanan Gompertz Büyüme Fonksiyonunun dört parametrelili aşağıda verilen tanımı çalışmalarımızda kullanılmıştır. Gompertz fonksiyonlarında: T: temel yıl, K: üst asimptot (taşıma kapasitesi), N veya başlangıç nüfus miktarı, Q: üstel fonksiyon çarpanı, r: içsel büyüme oranıdır.

Gompertz Büyüme Fonksiyonu. (Fonksiyon 1 ve 2)¹³

Fonksiyon:

$$Y_{(t-T)} = Y_0 + (K - Y_0)e^{-Qe^{-r(t-T)}} \tag{3}$$

Fonksiyonun birinci türevi:

$$\frac{d}{dt}[f(t)] = (K - Y_0)Qr e^{-Qe^{-r(t-T)}} e^{-r(t-T)} \tag{3a}$$

Nispi büyüme oranı:

$$\frac{\frac{d}{dt}[f(t)]}{Y_{(t-T)}} = \frac{(K - Y_0)Qr e^{-Qe^{-r(t-T)}} e^{-r(t-T)}}{(K - Y_0)e^{-Qe^{-r(t-T)}} + Y_0} \tag{3b}$$

Fonksiyonun ikinci türevi:

$$\frac{d^2}{dt^2}[f(t)] = (K - Y_0)Qr^2 e^{-Qe^{-r(t-T)}} e^{-r(t-T)} - r e^{-Qe^{-r(t-T)}} e^{-r(t-T)} \tag{3c}$$

Fonksiyonun zaman dönüm noktası (inflection point):

$$t_{inf} = \frac{rT + \ln(Q)}{r} \tag{3d}$$

13 Gompertz fonksiyonu ile ilgili ayrıntılı açıklamalar bu istatistiki çalışma sonuçlarıyla birlikte ekl 1’de verilmiştir.

Gompertz fonksiyonunda simetri yoktur. Bu nedenle verilere uyum göstermede üstünlüğe sahiptir. Esnek bir yapıdadır. Yaptığımız çalışmalarda da bunu gördük, alometrik kat sayının ilave edilmesinden başarılı sonuç alamadık ve vazgeçtik. Esasen fonksiyon esnek bir yapıya sahip olduğundan başka parametrelerin dâhil edilmesi iyi netice vermemektedir.

Bu başlık altında Gompertz fonksiyonunun sürekli ağırlıklandırılmış versiyonu da (*iteratively reweighted least squares*)¹⁴ çalışılarak aşağıda sonuçları verilmiştir.

Bu gruptaki fonksiyon 2’de daha başarılı sonuçlar verdiği için q ve r reparametrize edilerek fonksiyonlarda $Q = \exp(Qe)$ ve $r = \exp(re)$ şeklinde hesaplamalara dâhil edilmiş ve başarılı istatistiksel sonuç alınmıştır.

Hiperbolik Gompertz Büyüme Fonksiyonu (Fonksiyon 3 ve 4).

Yukarıdaki Gompertz Büyüme Fonksiyonunun bilinen genel halidir. Fonksiyonu tadil edip geliştiren çalışmalar da vardır. Bu yönde bir çalışma olan Chukwu ve Oyamakin’in (2015) “hiperbolik Gompertz fonksiyonunun” yazarlar, Gompertz fonksiyonunun büyüme rakamına zamanın hiperbolik sine değerinin tersini ilave ederek çam ağaçlarının boyu ve gövde çapı üzerinde yaptıkları istatistiksel çalışmada başarılı sonuçlar elde etmiştir. Bu yöntemi nüfus çalışmamızda kullanmayı uygun gördük.

Fonksiyonun matematiksel şekli:

$$Y_{(t-T)} = Y_0 + (K - Y_0)e^{-Q \cdot e^{(-r(t-T) - c \cdot \text{arsinh}(t-T))}} \quad (4)$$

Ters hiperbolik sinüs fonksiyonu EXCEL’de ASINH(x), SAS’da ARSINH(x) ve başka kaynaklarda ARCSINH(X) olarak anılan fonksiyondur. Tam matematik karşılığı:

$$\sinh^{-1}(x) = \log |x + \sqrt{1 + x^2}| \quad (5)$$

şekindedir. Matematik ayrıntılar ve istatistiksel uygulamalar için çok güzel izahat veren Chukwu ve Oyamakin’e (2015) ve yazarların diğer makalelerine bakılabilir.

Bu gruba ait son fonksiyon hiperbolik fonksiyona sürekli ağırlıklandırma (*iteratively reweighted least squares*) yönteminin ilavesiyle bulunmuş sonuçları ihtiva eder (SAS/STAT, 2009, s. 4312).

Kullanılan Nüfus Verilerinin Açıklaması

Ön hazırlıklar.

Türkiye’de nüfus sayımı ilk olarak 1927 yılında yapılmıştır. Türkiye’yi de önemli ölçüde olumsuz etkileyen 1930 Dünya iktisadi krizini müteakiben 1935 yılında ilki olmak üzere 1990 (dâhil) yılına kadar her beş yılda bir düzenli nüfus sayımı yapıl-

14 <https://v8doc.sas.com/sashtml/stat/chap45/sect31.htm> veya <https://www.okstate.edu/sas/v8/saspdf/stat/chap45.pdf>. s. 2412.

mıştır. 1995 yılında sayım yapılmamış, sonra 2000 yılında yapılmıştır. Bu sayımlar sokağa çıkma yasağı ile birlikte uygulanmıştır. 2005 yılında da sayım yapılmamıştır. 2007’den (dâhil) itibaren adrese dayalı nüfus sayımları yapılmasına başlanmıştır. 2007-2016 dönemi adrese dayalı sayımların uygulandığı yıllardır. TÜİK¹⁵ web sayfalarında 2007-2016 döneminin her bir yılı için rakam vardır. İlaveten TÜİK, “Demografik göstergeler, 2000-2023” başlığı altında web sayfalarında her yıl ortası ve sonu için nüfus istatistikleri yayınlamıştır. Adrese dayalı sayımlar sokağa çıkma yasağı sayımlarıyla karşılaştırıldığında diğer bir deyimle 2000 öncesi ve sonrası rakamlar bir seri haline getirildiğinde bir istatistikçinin dikkatini çeken analiz sorunları ortaya çıkmaktadır. Bir nüfus eğrisinde olmayacak kadar sert kırılmalar değişimler görülmektedir. 1995 ve 2005 yıllarına ait sayım sonuçları olmayışı analiz keyfiyetini daha da güçleştirmektedir. Eski sayım sistemi terkedilirken 1995 ve 2005 gibi sayım yapılmayan yıllarla birlikte 2007 de yeni sayım sistemi uygulaması sonucu elde edilen rakamlar arasında tutarsızlıklar görülmüştür. Bu nedenle çalışmamamızın amacına uygun olarak aşağıda anlatacağım yöntemlerin uygulanmasıyla serilerin tutarlı hale gelmesi amaçlanmıştır.

Elimizdeki sayım verilerinin çoğunluğu beş yıllık dönemlere ait olduğundan bu çalışma da beş yıllık dönemi esas alarak analiz yaptık. 1927 ilk sayımını 1925 ve 1930 yılı için tahminlerde veri olarak kullandık ve nihai matematiksel model tahmininin veri setine dâhil etmedik.

Elimizde sayım verisi olmayan 2005 yılı için ise TÜİK’in yaptığı tahmini kullandım. Genel nüfusumuza ait istatistiklerin esasen yeterli olmadığını düşünürsek özellikle 1995 ve 2005 yıllarının sayım yapılmadan geçilmesi ve boşluklar yaratılmasının, gelişiminin ortalarını yeni geçen ve çeşitli karakteristik değerleri edinme sürecinde olan nüfusun anlaşılmasında önemli bir eksiklik olduğu kanısındayım. 2007 yılından itibaren ikametgâha dayalı nüfus sayımına geçildiğinden sayım yapılmayan 1995 ve 2005 yıllarının eksikliği sokağa çıkma yasağının uygulanarak yapıldığı sayımların terk edildiği sıraya denk gelmiştir. Bunun sonucu olarak aradaki boşluk sokağa çıkma yasağıyla yapılan sayımların ikametgâha dayalı olarak yapılan sayımlarla bir araya getirilmesinde sorun olmuştur. Nitekim TÜİK’de normal çalışmalarına ilaveten 2000-2010 dönemi için yıl ortası ve yılsonu sayım tahminleri yayınlamıştır. Zaman zaman bunlara da başvurdum.

Bahsi geçen sorunların üstesinden gelmek ve tutarlı bir analiz yapmak için izlediğim yöntem şudur. Verilerin beş yıllık sürelerle göre tanzim edilmesine öncelik verilmiştir. Zira elimizdeki verilerin çoğunluğu beş yıllık sürelerle aittir (1935-1990). 1927-2000 dönemine ait haneler gezilerek yapılan sayım sonuçlarına uygulanan üçüncü derece parabolik denklem esas alınarak 1925 ve 1930 yılları için nüfus tahmini yapılmıştır. Denklem aşağıdaki gibidir.

15 Türkiye Ulusal İstatistik Kurumu

$$Y = 8148x^2 - 31247051x + 2997679756, R^2 = 99.99 \quad (6)$$

(Standart sapmaları sırasıyla: -316, 1239835 ve 1216851491, Y: nüfus ve x: zaman)

Bu denkleme istinaden 1925 ve 1930 yılına ait rakamlar sırasıyla 13,538,351 ve 14,350,591 olarak bulunmuştur. Bundan sonra 1990 (dâhil) yılına kadar TÜİK sayım sonuçları aynen alınmıştır. 2000, 2005 2010 ve 2015 yılları için TÜİK tarafından hesaplanan yıl ortası değerleri esas alınmıştır.

Esas sorunlu yıl 1995'dir. 1995'te sayım yapılmamıştır. 1995 yılı boş bırakılarak 1970-2015 verileri esas alınıp hesaplanan aşağıdaki denklemden 1995 yılı verisi 61,066,689 olarak hesaplanmıştır.

$$Y = 66933691 \ln(x) - 120193105, R^2 = 99.57 \quad (7)$$

(Standart sapmaları sırasıyla: 1553143 ve 4133871, Y: nüfus ve x: zaman)

Bu düzenlemelerden sonra bir nüfus kitlesinin gelişiminde tuhaf karşılanan görüntüler temizlenmiş ve seri, istatistiksel analize esas olabilecek bir seviyeye ulaşmıştır.

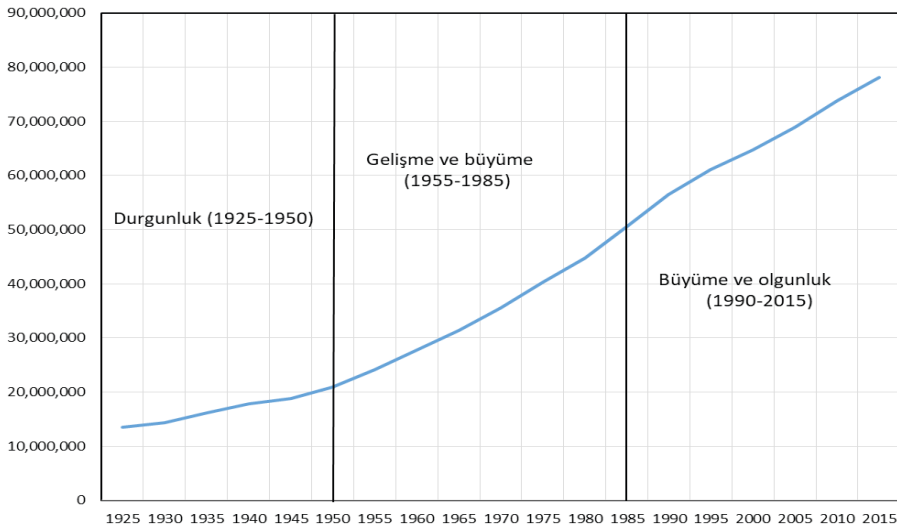
1925-2015 olarak bakıldığında beşer yıllık dönemlere isabet eden seriyle manalı analiz mümkün olmaktadır. 1925 yılında tahminen 13,5 milyon kişi olan Türkiye nüfusu 2015 yılında 78,1 milyon kişiye ulaşmıştır. Doksan yılda nüfus 5,79 kat artmıştır. Buradan nereye? Başlangıç rakamı önemli değildir. Yaklaşık biliyoruz ve artık tarih olmuştur. Ama gelecek rakamını bilmek merakımız dâhilindedir. 1925-2015 dönemi mutlak ve büyüme oranlarını da tespit etmek bu çerçevede yararlı olacaktır.

Yapılan ön hazırlıklardan sonra 19 yıla ait veri seti aşağıdaki gibi oluşmaktadır.

Tablo 3
Türkiye Nüfusu

Sayım no	Yıl	Nüfus (kişi)	Sosyal gelişme endeksi
1	1925	13,538,351	1
2	1930	14,350,591	1
3	1935	16,158,018	1
4	1940	17,820,950	1
5	1945	18,790,174	1
6	1950	20,947,188	1
7	1955	24,064,763	2
8	1960	27,754,820	2
9	1965	31,391,421	2
10	1970	35,605,176	2
11	1975	40,347,719	2
12	1980	44,736,957	2
13	1985	50,664,458	2
14	1990	56,473,035	3
15	1995	61,066,689	3
16	2000	64,729,000	3
17	2005	68,861,000	3
18	2010	73,723,000	3
19	2015	78,152,000	3

Bu rakamlara ait basit bir grafik de aşağıdaki gibidir.



Grafik 6. Türkiye nüfusu (1925-2015).

Bu tabloya bir de siyaset-iktisat-sosyoloji üçgeninde toplu olarak bakmakta yarar vardır. Bu amaçla 1925-2015 dönemi üçe ayrılmıştır: durgunluk, gelişme ve büyüme, büyüme ve olgunluk. Bu ayırmadan amaç rakamlarla ifade edilen nüfus miktarının nicel yönüne niteliksel değişimi de yansıtmaktır. Daha sonra, dönemlere ait “sosyal gelişme endeksi” fonksiyonlara *dummy* değişken olarak dâhil edildiğinde anlamlı istatistik sonuçlar verdiği görülecektir. Dönemlerin tanımları kısaca aşağıdaki gibidir.

Durgunluk (1925-1950).

Yeni bir siyasal yapıya kavuşmuş olan Cumhuriyetin ilk döneminde savaştan çıkmış bir nüfusla karşı karşıyayız. On yıl süren savaşlar dönemi bitmiş yeni Türkiye kurulmuş ve kendisini toparlama sürecindedir. Kısa bir süre sonra 1930 iktisadi krizi Dünya’da başlamış, Türkiye bundan ziyadesiyle etkilenmiş müteakiben iktisadi kalkınmasını 1933 yılında beş yıllık sanayi planıyla uygulamaya koymuştur. Planın bitiminde ikinci savaş başlamış bu durumdan da nüfus, ekonomi ve siyaset açılarından ülke ciddi boyutlarda olumsuz etkilenmiştir. 1945’te savaşın bitimiyle olumsuzluklar sona ermiş, Avrupa’ya gelen Marshall yardımıyla Türkiye’nin gelişimi yeni bir döneme girmiştir. Sayılan olaylar durgunluk döneminde nüfusun nicelik ve nitelikleri üzerinde önemli olumsuz etkilerde bulunmuştur. Savaş sırasında nüfus artış hızı gerilemiştir. Bu dönem nüfus açısından önemli olan sıhhat ve hijyen imkanlarının en az olduğu dönemdir. Tıp olanakları çok sınırlıdır. Altı nüfus sayımının esas alındığı bu döneme istatistiksel yöntemlerin yardımıyla iki tahmini dönem (1925 ve 1930) çalışmalarımızda eklenmiştir. 1927 sayım rakamı doğrudan kullanılmamıştır. Toplam olarak hesaplara alınan gözlem sayısı altıdır. Sosyal gelişme endeksinde bu altı gözleme 1 değeri verilmiştir.

Gelişme ve büyüme (1955-1985).

Gelişme ve büyüme dönemi diye adlandırdığımız bu dönem Türkiye'nin sınai kalkınmasının Dünya Bankası öncülüğünde başladığı dönemdir. Savaşsız geçen bu dönemde nüfus büyümesinde önemli artışlar olmuş, dünyadaki ekonomik büyümeyle birlikte Türkiye'de de gelir seviyesi yükselmiş, yatay ve dikey şehirleşme artmıştır. Bu dönemin nüfus dinamikleri ilk dönemden farklıdır. Kıt kaynaklar dikkate alınarak planlı kalkınma uygulamasına geçilmiş, artan sanayileşmeye paralel olarak tarımsal üretim ve nüfus nispi olarak gerilemiş, özellikle 1965'ten itibaren büyük şehirlere başlayan nüfus göçü 1970-80 arasında Türkiye'nin sosyo-kültürel yapısını ciddi biçimde değiştirmiştir. Yaşanan siyasi ve iktisadi krizler -1960, 1970 ve 1980- nüfusu çok etkilemiş, büyük şehirler kapasitelerinin çok fazla üstünde plansız nüfus büyümeleri göstermiştir. Diğer taraftan dünyada yaşanan ikinci savaş sonrası gelişmeler de ülke nüfusumuzu olumlu ve olumsuz yönlerden çokça etkilemiştir. Bu dönemde yedi nüfus sayımı yapılmıştır. Sosyal gelişme endeksi olarak bu yedi sayıya 2 değeri verilmiştir.

Büyüme ve olgunluk (1990-2015).

Yaşadığımız bu son dönemde nüfus artış hızında düşüşler görülmeye başlamış, gelir artışı devam etmiş nicelik ve nitelik yönünden nüfusun yapısı Türkiye'nin artan imkânlarıyla daha fazla buluşmuştur. Coğrafi yapıda nüfus yaygınlığı artmış şehirlerde yoğunluk fazlaşmıştır. Ülkenin ekonomik ve coğrafi imkânlarından daha fazla yararlanan nüfusun 'taşıma kapasitesine' yaklaştığı görülmüştür. Aşağıdaki hesaplamalarda 113,8 milyon kişi olarak bulunan taşıma kapasitesini esas alırsak 2015 nüfusuna (78.150.000 kişi) göre 'orta yol' geçilmiş ve bu kapasitenin %68,6'sına ulaşılmıştır. Bu durumda gidilecek 35,7 milyonluk bir nüfus vardır. Bu büyük bir rakamdır. Benim dokuz yaşında olduğum 1960 yılı nüfusunun 27,7 milyon olduğu dikkate alınırsa 35,7 milyonun tek başına daha büyük ve önemli bir Türkiye olduğu ortaya çıkar. Bu döneme ait verilerden beş yıllık düzenlemesine uygun olarak elimizde 6 gözlem bulunmaktadır. Bu altı verinin sosyal gelişme endeksi 3 olarak alınmıştır.

Sayıdığımız bu safhaların niteliksel analizine daha fazla girmek konumuz dışıdır. Açıklamalar yazının amacı kapsamında yeterlidir. Rakamlara ilaveten nüfusun sosyal izahatı için bir çerçeve çizilmeye çalışılmıştır.

Bu üç safha sırasıyla 1, 2, 3 olarak endekslenip iki safhalı lojistik ve Gompertz büyüme fonksiyonlarına kukla (dummy) değişken olarak dâhil edilmiştir. Bu şekilde zamana ilaveten niteliksel bir değişkenin de matematiksel çalışmalara dâhil edilmesi amaçlanmış ve olumlu sonuçlar alınmıştır. Hata kareleri toplamı %40 azalarak bulunan parametrelerin temsil kabiliyeti artmıştır.

Bu alt bölümde anlatılanların 1925-1960 bölümü hakkında okuduklarım, eğitimim ve profesyonel iş hayatım sayesinde ziyadesiyle bilgi sahibi oldum. 1960-2015 arası

bilgilerime bu saydıklarımaya ilaveten canlı hatıralarımı ve yaşadıklarımı da ilave etmem gerekir. 1951 doğumluyum, çocukluğum, eğitim, iş ve emeklilik hayatımın tamamı İstanbul'da geçti. 1965 öncesi babamın iş seyahatleri nedeniyle Türkiye'nin pastoral hayatını tanıdım. 1965-1980 arası yaşanan şehirlere göç olayını ve getirdiği sosyoekonomik değişimi yakından gözlemledim ve bu göçlerle birlikte şehir merkezlerinin kazalarla kazaların komşu şehirlerle birleşmesini gördüm ve yaşadım. 1960, 1970 ve 1980 yıllarında yaşanan politik ve ekonomik olaylar ve sonuçlarını gördüm. Türkiye'nin nüfus hareketleri ve sonuçları üzerinde sayısız gözlemim var. İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesinde iktisat ana bilim dalı yanında istatistik dersleriyle birlikte demografi de okudum. Eğitim hayatımdan sonra iş hayatımda da iktisatçı olarak çalışıp Türkiye'nin sınai kalkınmasını bir iktisatçı olarak çeyrek asır takip ettim, yaşadım. Sonuç olarak burada soyut düzeyde anlatılanlar uzun bir yaşam içinden derlenen gözlemlere mesleki tecrübe ve bilgimizin de eklenmesiyle oluşabilmiştir. Ne eğitim, ne yaşam ne teorik bilgi keyfiyeti tek başına açıklamaya yetmez. Hepsi bir arada olmak gerekir.

İstatistiksel Yöntemler ve Uygulanan Kıstaslar

Lojistik ve Gompertz büyüme fonksiyonları doğrusal bir yapıya sahip değildir. Doğrusal olmayan bir fonksiyonun parametreleri arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır. Daha matematik bir ifadeyle aşağıdaki alıntı önemlidir.

NLIN yöntemi en küçük kareler yöntemini kullanarak tek değişkenli doğrusal olmayan bir hesaplama yapar. Doğrusal olmayan regresyon analizi bağımlı ve bağımsız değişken arasındaki fonksiyonel ilişki doğrusal olmadığı zaman uygulanır. Bu anlamda doğrusal olmayan yapı, *parametreler* arasındaki doğrusal olmayan ilişkiye işaret eder. Birçok doğrusal regresyon modellerinde bağımsız değişkenin düz bir çizgi olmayan yapı sergilemesi doğrusal olmadığı anlamına gelmez. Bu durum modeli doğrusal olmayan bir hale getirmez. Eğer modelin bir parametreye göre türevi bu ve diğer parametrelere bağımlı ise model doğrusal değildir.¹⁶

Bu nedenle doğrusal denklemlerin katsayılarını tahmin için kullanılan en küçük kareler yöntemini burada kullanamayız. Doğrusal olmayan fonksiyonların parametrelerinin tahmininde bu amaca uygun geliştirilmiş doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemi kullanılır. Biz de çalışmamızda bu yöntemi takip ettik. Elle ve basit bilgisayar istatistik programlarıyla bu hesaplamaları yapmak imkânsızdır. Microsoft Excel burada sadece veri hazırlama amaçlı kullanılabilir. Excel'in doğrusal olmayan regresyon modelleri yoktur. Biz de öyle yaptık, Excel'i veri hazırlama için kullandık. Esas kullandığımız yazılım açıklaması dipnot 8'deki kaynakta bulunan doğrusal olmayan fonksiyonların istatistiksel tahminleri için ileri düzeyde uygulama sağlayan SAS NLIN yöntemidir.

SAS University Edition NLIN yazılım yönteminin istatistiksel hesaplamalarda esas aldığı kıstaslar özetle aşağıdaki gibidir.

¹⁶ SAS/STAT® 9.2 User's Guide The NLIN Procedure (Book Excerpt), SAS Documentation, February 2009, 2nd electronic book, p. 4264.

Yakınsama kıstası/yineleme aşaması (convergence criterion/ iteration phase).

Bu kıstasa göre, değeri tahmin edilmek istenen parametrelere anlamlı başlangıç değerleri verildikten sonra kullanılan yazılım belirlenen süreçlere göre parametrelerin varacağı değerleri tekrarlamalarla hesaplar. Tahmini istenen parametrelerin (içsel parametreler) beklenen değerleri alması için dışsal parametrelerin değiştirilmesiyle tekrar tekrar dengeli değerlere ulaşılması sağlanır. İstenen değerlere ulaşılırken hata kareleri toplamının en az olacak şekilde belirlenmesi amaçtır. Parametreler hesaplandıktan sonra bunların hata kareleri toplamını minimize edip etmediğini program kontrol eder, denemeler minimizasyon elde edilene kadar tekrar edilir. Bu yönüyle hesaplama basit en küçük kareler yönteminden ayrılır.

İterasyon sonucunda elde edilecek değerlerle birlikte aşağıdaki istatistiklerin tamamının istenen sınırlar içinde karşılanmış olması beklenir. Yakınsama kıstasına ait örnekler eklerde “Iterative Phase” tablolarında yer almaktadır.

Hata kareleri toplamının en aza indirilmesi (minimization of error sum of squares).

Doğrusal olmayan regresyon analizinde yöntem, tahminen başlangıç değerleri verilen parametrelerin denkleme konulmasından sonra elde edilen tahmini nüfus değerlerinin veri setiyle karşılaştırılmasından sonra elde edilen farkların en az olması esasına dayanır. Veri seti başlangıçta hesaplara dâhil edilmez. En az olarak elde edilecek hata kareleri toplamıyla veri setinin en iyi temsil edildiği kabul edilir. Hesap tarzı basit en küçük kareler yönteminden farklıdır. Basit en küçük kareler yönteminde parametre değerleri bilinen formüllere göre hesaplanır. Buradaysa denemelere dayanan bir minimizasyon süreci söz konusudur. Minimize edilecek tutar izah edilemeyen hata karelerinin toplamıdır. Kullandığımız istatistik yazılımı da bu yöntemle çalışmaktadır. Çalışmalarımızda minimizasyon neticesi elde edilen hata kareleri toplamı toplam kareler toplamının on binde 1.2’si ile 0.3’ü arasındaki değerler olarak bulunmuştur. Bulunan bu değerler hata karelerinin izahını yapacak ek istatistiki yöntemlerin tatbik edilmesini gerektirmeyecek kadar küçüktür. Diğer bir anlatımla uygulanan zaman fonksiyonları Türkiye nüfusunun ‘tamamını’ açıklamaktadır diyebiliriz.

Verilerin uygunluk teşhisi için grafikler.

SAS NLIN yöntemi çıktısında yer alan birçok analiz grafiği de yorumlarımıza yardımcı olmuştur. Örnekler ek 3’de vardır.

F- testleri.

SAS NLIN yöntemi istatistiksel hesaplama çıktısında yer alan F test değerleri istatistikte bildiğimiz F testidir. Çalıştığımız fonksiyonların tamamı F testlerini geçmiştir. F-testlerinin istatistiksel yorumları genel istatistik kitaplarında ziyadesiyle bulunabilir.

Parametrelere ait standart hata değerleri ve tahminlerin %95 güven sınırları.

Parametrelerle ilgili tahminler elde dildikten sonra bunların standart hataları da hesaplanmış, tahminlerin standart hatalara bölümünden elde edilen değerler t tablosu ile karşılaştırıldığında hepsinde t-tablosu değerleri üzerinde yer aldıkları ve kabul edilebilir oldukları görülmüştür. İlâveten bootstrap eğrilik-düzeltilmiş %95 güven sınırları hesaplanarak standart %95 güven sınırlarıyla örtüşmesi kontrol edilerek geçerli sonuçlar sağlanmıştır. Doğrusallığın sağlanmış olması için normal %95 güven sınırlarının bootstrap eğrilik-düzeltilmiş güven sınırlarıyla örtüşmesi gerekmektedir. Bu örtüşme sağlanana kadar yakınsama sürecinin ek tedbirlerle devam ettirilmesi gerekmektedir. Bu konuda Gebramariam’ın (2014) yazısı ve referanslarının tetki-kinde çok fayda mülâhaza ediyoruz. Aşağıdaki tabloda 4 numaralı lojistik fonksiyon çıktısından alınan normal ve bootstrap %95 güven sınırları değerleri verilmektedir. Tüm parametreler için standart %95 güven sınırlarının bootstrap sınırları içinde olduğu görülmektedir. Diğer fonksiyonlara ait benzer sonuçlar da çıktılarda yer almıştır.

Tablo 4

Gompertz Büyüme Fonksiyonuna Ait Güven Sınırları ve Bootstrap-Eğrilik-Düzeltilmiş Güven Sınırlar

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Bootstrap Std Dev	Bootstrap Bias-Corrected 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
r	0.0271	0.000230	0.0266	0.0276	0.000229	0.0266	0.0275	0.0236	1.226E-6	0.005
q	2.5773	0.0230	2.5289	2.6258	0.0227	2.5312	2.6204	0.0560	0.000227	0.009

Box eğrilik (bias) ve Hougaard çarpıklık (skewness) kistasları ve genel doğrusal-olmayan durum kistasları.

İlk defa Ratkowsky (1990) tarafından tanımlanan “doğrusala-yakın” doğrusal-olmayan regresyon modeli doğrusal regresyon modeli tarafından üretilen özelliklere benzer parametreler üreten bir modeldir. Diğer bir deyişle, parametrelerin en küçük kareler yöntemiyle elde edilen tahminlerinin eğriliği yoktur, normal dağılmışlardır, en düşük varyans tahminlerine sahiptirler.

Doğrusal-olmayan bir model tek bir parametrenin özelliklerinden dolayı doğrusala-yakın özellikler göstermede başarısız olabilir. Bu olduğu zaman parametrelerdeki eğiklik (bias) ulaşılan geçersiz standart hataları ve güven sınırlarını kullanarak sonuçlar çıkarır. Ratkowsky (1990) doğrusal-olmayan bir modelde iki eğrilik bileşeni- ni- içsel eğrilik ve parametre-etkileri eğriliğini (Bates ve Watts 1981) tanımlar, tipik olarak parametre-etkileri eğriliği daha büyüktür. Doğrusal-olmayan bir modeli farklı bir parametremeye uygulamanın cazibesi farklı bir yorum elde etmek ve parametre tahminlerine daha doğrusala-yakın bir keyfiyet kazandırmaktır.

Hougaard’ın skewness ölçütü kullanılarak parametrenin doğrusala yakın olup olmadığı, önemli boyutta doğrusal-olmayan bir keyfiyet gösterip göstermediği araştırılabilir. SAS PROC NLIN modeli bu keyfiyeti test eden HOUGAARD seçeneğini ihtiva eder (SAS/STAT, 2009, s. 4289-4290).

Bu alıntı sorunu ve çözümü yeterince izah etmektedir. Hougaard'ın skewness kıstası Box'ın bias kıstası doğrusal-olmayan fonksiyonların analizinde genel kabul görmüş istatistik testlerdir. Çalışmamızda doğrusal olmayan fonksiyonların parametre tahminine bias ve skewness özellikleri de eklenmiştir.

Ratkowsky'e göre %1'den büyük eğrilik (bias) önemli bir doğrusal-olmayan durumun göstergesidir. Biz de analizimizde bu kriteri uyguladık. Keza mutlak değer olarak 0.24'den büyük Hougaard çarpıklık (skewness) ölçütü de doğrusal-olmayan bir fonksiyonun varlığı olarak düşünülmelidir (Gebremariam, 2014). Burada amaç doğrusal olmayan fonksiyon parametrelerinin mümkün olduğu kadar doğrusal hale getirilmesidir. Keyfiyet bu iki kıstas ile tespit edildikten sonra çeşitli yöntemlerle doğrusallığın sağlanması gerekir. Bunlardan en basit ve önemli bir önlem tahmin edilen parametrenin logaritmik veya üstel değerini kullanmaktır. Yine Ratkowsky'ye göre tahmin edilen parametrenin dağılımı sağa doğru uzun bir kuyruk oluşturuyorsa normal dağılımdan ziyade lognormal bir dağılım vardır ve parametre üstel parametre veya pozitif güç ile değiştirilmelidir. Eğer dağılım sol kuyruğa doğru ise parametre logaritması ile veya kesirli güç ile değiştirilmelidir. Bu incelemeler yapılırken "bootstrap eğrilik-düzeltilmiş %95 güven sınırları" ile standart güven sınırlarının örtüştüğü de aynı zamanda kontrol edilmelidir.

Box ve Hougaard'ın geliştirdiği yöntemlere ilaveten ele alınması gereken diğer kıstaslar Bates ve Watts (1980) tarafından geliştirilen genel doğrusal-olmayan durum ölçüleridir (Global Nonlinearity Measures). Bunlar maksimum parametre-etkileri ve maksimum içsel eğrilik ölçüleridir (Maximum parameter-effects and maximum intrinsic curvature measures). İstatistik yazılımımızın çıktısında, 'Global Nonlinearity Measures' tablosunda yer alan bu değerlerinin yine aynı tabloda yer alan 'curvature critical value'nün altında olması doğrusallığın geçerliliği için gereklidir. Konuyla ilgilenenler dipnot adreste ayrıntıları ve kaynakları bulabilirler.¹⁷

SAS NLIN yazılımı yukarıda sayılan istatistikî yöntemlerin tamamını içermektedir. Çalışmamızda bunları yoğun olarak kullandık. Ekte örnek çıktılarını verdik. Parametrelerini tahmin ettiğimiz Verhulst lojistik eğrileri, Gompertz büyüme fonksiyonları istatistik testlerinin tamamını geçmiştir. Hesaplanan içsel parametreler ve dışsal parametreler bu şekilde oluşmuştur. Özellikle dışsal parametrelerin yukarıya ve aşağıya çekilmesi istatistik değerleri olumlu/olumsuz etkilemektedir. İçsel parametreler ise ancak hepsi bir arada istenen sonucu vermektedir. Dolayısıyla modellerde keyfiliğe yer olmamaktadır.

¹⁷ https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63962/HTML/default/viewer.htm#statug_nlin_sec020.htm#statug_nlin.nlinbias

Tablo 5
 SEO Tablo * ARABIC 5: Lojistik Fonksiyonlara Ait İstatistiksel Değerler

Fonksiyonun adı	Semboller	Fonksiyon 1	Fonksiyon 2	Fonksiyon 3	Fonksiyon 4	Fonksiyon 5	Fonksiyon 6
SAS / F ile referansı Ek referansı		Turkpop1. sas Ek 3	Turkpop6. sas Ek 4	Turkpop6a. sas -	Turkpop6b. sas Ek 5	Turkpop6ar- sinh.sas -	Turkpop6ar- sinhwe.sas -
Dışsal Parametreler							
Temel yıl	T	1952.7957	1940	1925	1925	1940	1940
Üst asimptot (taşma kapasitesi)	K	94.000.000	115.000.000	115.000.000	115.000.000	120.000.000	117.000.000
Alt asimptot	L	9.529.843	7.000.000	8.200.000	7.200.000	5.000.000	5.000.000
Başlangıç miktarı	N veya (Y ₀)	13.538.351	-	-	-	-	-
İçsel Parametreler							
Üstel fonksiyon çarpanı	Q	5.2397	-	-	-	-	-
Üstel fonksiyon çarpanı 1	Q1		57,090.90	383,770.50	250,246.07	23,374.48	26,134.20
Üstel fonksiyon çarpanı 2	Q2		4,507.06	29,007.22	20,710.58	1,911.80	2,174.82
İçsel büyüme oranı	r	0.0493	0.1219	0.1194	0.1152	0.1135	0.1162
Alometrik katsayı	v	-	3.6006	3.3946	3.4182	3.4143	3.5145
Sosyal gelişme katsayısı	s	-	-	0.1654	0.1278	-	-
endeksi							
İnvers hiperbolik sinh katsayısı	c	-	-	-	-	-0.0758	-0.0752
Ağırlık dağıtma fonksiyonu katsayısı	C _f	-	8,354.56	53,937.58	38,255.13	3,534.51	4,015.48
Logaritmik değerler	Q1e	-	10.9524	12.8578	12.4302	10.0594	10.171
In(Q1)							
Logaritmik değerler	Q2e	-	8.4134	10.2753	9.9384	7.5558	7.6847
In(Q2)							
Bağımsız değişkenler		Zaman	Zaman	Zaman ve sosyal gelişme endeksi	Zaman ve sosyal gelişme endeksi	Zaman ve ters hiperbolik sine fonksiyonu	Zaman ve ters hiperbolik sine fonksiyonu
Hata kareleri toplamı	ESS	4.707E + 12	2.461E + 12	1.826E + 12	1.010E + 12	1.936E + 12	1.420E + 12
Toplam kareler toplamı	TSS	3.895E + 16	3.895E + 16	3.895E + 16	2.858E + 16	3.895E + 16	3.111E + 16
Hata kareleri toplamı / Toplam kareler toplamı (onbinde)	F	1.2085	0.6318	0.4688	0.3534	0.4970	0.4564
F-değeri		70,334.80	59,341.30	59,730.20	79,251.20	56,333.10	61,328.80

İstatistiksel Çalışma Sonuçları ve Yorumlar

Bu bölümde; üzerinde çalıştığımız çok sayıda fonksiyondan, altı adedi Verhulst lojistik büyüme fonksiyonu ve dört adedi Gompertz Büyüme Fonksiyonu olmak üzere on tanesinin istatistiki sonuçlarını ele alarak yorumlar yapacağız. Aşağıda sonuçları verilen büyüme fonksiyonları yukarıda altıncı bölümde sayılan istatistiksel kıstasların tamamını karşılamaktadır. Eklerdeki çıktı tablolarından da keyfiyeti görmek mümkündür.

Lojistik Fonksiyonlar.

Verhulst lojistik fonksiyonu.

Yazımızda elde edilen istatistik sonuçlardan birinci fonksiyonlara ait olanları fonksiyonda yerine koyarak analize başlamanın uygun olacağını düşündük. Tablodaki fonksiyon 1'e ait değerleri (birinci kolon) yerine koyarsak,

$$Y_{(t-1952.8)} = 9529843 + \frac{13538351(94000000 - 9529843)}{13538351 + (94000000 - 9529843 - 13538351)e^{-0.0493(t-1952.8)}} \quad (8)$$

elde edilir. Nüfus artışı zamanın fonksiyonudur.

Geleneğe uyarak açıklamalarımıza lojistik fonksiyon sonuçlarıyla başlıyoruz. Lojistik eğrinin istatistik çıktısında yer alan (ek 3) convergence/iterative phase sonuçları, standart hatalar, skewness ve bias değerleri ve genel eğrisellik değerleri ziyadesiyle kabul edilebilir sınırlar içindedir. Genel eğrisellik değerleri 0.5277 kritik seviyesinin oldukça altında hemen hemen sifıra yakındır. Diğer bir anlatımla doğrusalılık yakalanmıştır.

Birinci fonksiyon ilk altı irdelemede yakınsama noktasında denge değerlere ulaşmıştır. Burada isabetli alınan başlangıç tahmin değerleri etkili olmuştur. Fazladan yeni parametreler üretmek gerekli olmamıştır. Bu fonksiyona göre ulaşılacak maksimum nüfus seviyesi (K), 94 milyon olarak bulunmuştur. Alt asimptot 9,5 milyon kişi ve başlangıç nüfusu 13,5 milyon kişidir (1925). 9,5 milyon ve altı Cumhuriyet öncesi olarak kabul edilmelidir. Birinci Savaş ve Kurtuluş Savaşından sonra 1925 yılında 13,5 milyon nüfustan hareketle 2015 yılında 78,1 milyona gelinmiştir. Yaklaşık 16 milyon kişilik gidilecek bir yol vardır. Fonksiyonun içsel büyüme oranı %4,93'tür. Temsil ettiği dönem itibariyle kişi başına sabit büyümeyi gösterir. Bu fonksiyon ve devamı olan v parametrelili Wikipedia genel fonksiyonu (buraya almadık) tahminlerde bizi çok uğraştırdı, istenen istatistiklere ulaşmak kolay olmadı, buna rağmen elde edilen sonuçlar ilginç düzeydedir. Nihai nüfus tahminleri (K) arasında en düşük tahmini lojistik eğri vermiştir. Bu modele ait tahminler ve gerçek sayım sonuçlarını veren grafik 8 aşağıdadır. Grafiğin tetkikinden temsiliyetin ne kadar iyi olduğunu görmek mümkündür. %95 tahmin aralığının çok dar olması güveni artırmaktadır. Modelin bir özelliği fonksiyonun simetrik bir yapıya sahip olmasıdır. Bu durumda birinci ve ikinci yarı simetrik olunca varılacak taşıma ka-

pasitesinin düşük bulunma ihtimali vardır. Nüfus gelişiminin simetrik olmasını bekleyemeyiz ve iddia edemeyiz. Bu nedenle lojistik fonksiyonun 94 milyonluk nihai nüfus tahminini ihtiyatla karşılamak istiyoruz ve düşük buluyoruz. Eğrideki simetri özelliğini kaldıran Ricketts/Head Fonksiyonunda bu durumun düzeldiğini taşıma kapasitesinin 115 milyona ulaştığını göreceğiz. Keza aşağıdaki Gompertz Fonksiyonlarında da bu görüşümüzü teyit eden sonuçlar almış bulunuyoruz.

Hata kareleri toplamı $4.71E+12$ 'dir. Kareler toplamı içindeki payı %0.0121 mertebindedir. Fonksiyonun temsil kabiliyeti yüksektir. Ancak elde edilen hata kareleri toplamı açısından Türkiye nüfusunun analizinde Ricketts/Head Fonksiyonlarının sonuçları itibariyle üstünlüğü tartışılmaz.

Lojistik eğriler içinde birinci ve ikinci türevi alınması kolay olduğundan mutlak ve nispi büyüme analizi de bu fonksiyon üzerinden yapılmıştır. Şimdi mutlak ve nispi büyüme analizine geçerek rakamlara ve grafiklere bakalım. En büyük mutlak artış bir milyon kırk bin ile 1985 sayımındadır. 1986'den itibaren miktarlar düşmektedir. Fonksiyonun dönüm noktası (inflection point) formülünde $t_{inf} = T + \frac{1}{r} \ln \left[\frac{K-L-Y_0}{Y_0} \right]$ değerleri yerine koyarsak, $1952.7957 + (1/0.0493154) * \ln((94000000-9529842.7-13538351)/13538351) = 1986.37937$ tarihi olarak bulunur. Nitekim ikinci türev de bu tarihte eksiye dönmektedir. Dönüm noktasının nüfus olarak karşılığı: $94,000,000 + 9,529,842 = 103,529,842/2 = 51,764,921$ kişidir. Yukarıda bulduğumuz 1986.38 rakamını fonksiyonda yerine koyduğumuzda çıkan rakam da 51,765,625 kişidir (fark 704 kişi).

Nispi büyümede ise tepe noktası %2,55 ile 1965 yılındadır. 1925'te %1,37 olan büyüme oranı 1965'te tepeyi geçtikten sonra 2015 yılında %1'in altına kadar inmiştir. Bu yapıyla nüfus olgunluk ve büyümenin son dönemine girmiştir. Ancak büyüme durmuş değildir. Bu büyüme rakamları çalışma sonucu elde edilen fonksiyon üzerinden hesaplanmaktadır, sayım sonuçlarından değil hatırlatalım.

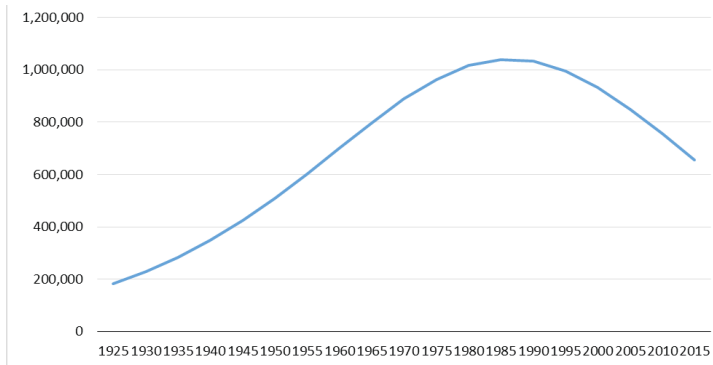
Tablo 6

Verhulst Lojistik Fonksiyonuna Göre Türkiye Nüfusu Mutlak ve Nispi Büyüme Rakamları

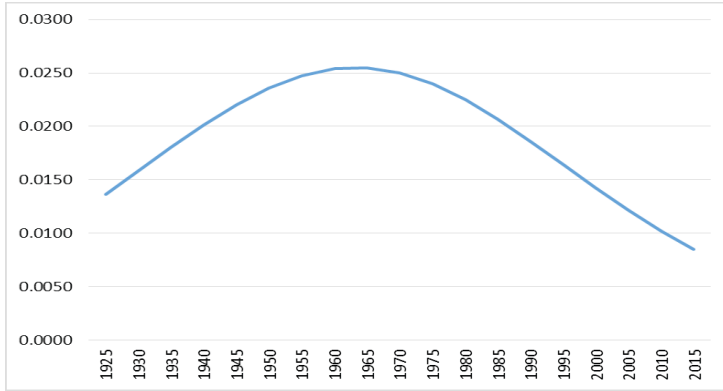
Sayım sırası	Sayım yılları	Türkiye nüfusu (Lojistik tahmin)	Yıllık mutlak büyüme miktarı (birinci türev)	Yıllık nispi büyüme oranı (Birinci türev/nüfus)	Türevdeki artış miktarı (ikinci türev)
1	1925	13,434,327	183,651	0.0137	8,220
2	1930	14,462,412	229,047	0.0158	9,976
3	1935	15,740,332	283,755	0.0180	11,936
4	1940	17,316,919	348,621	0.0201	14,023
5	1945	19,244,057	423,968	0.0220	16,099
6	1950	21,573,217	509,245	0.0236	17,952
7	1955	24,350,123	602,638	0.0247	19,291
8	1960	27,607,500	700,714	0.0254	19,765
9	1965	31,356,462	798,256	0.0255	19,022
10	1970	35,577,862	888,447	0.0250	16,792
11	1975	40,215,771	963,549	0.0240	12,994
12	1980	45,175,621	1,016,071	0.0225	7,818
13	1985	50,329,018	1,040,216	0.0207	1,744
14	1990	55,525,580	1,033,163	0.0186	-4,537
15	1995	60,609,849	995,746	0.0164	-10,284
16	2000	65,439,439	932,250	0.0142	-14,885
17	2005	69,900,056	849,411	0.0122	-17,987
18	2010	73,914,289	755,001	0.0102	-19,526
19	2015	77,443,262	656,462	0.0085	-19,683

Tablodaki hesaplamaları sadece sayım yılları için yaptık. Bu zorunlu değildi, 1925'ten 2015'e herhangi bir yıl için hatta buçuklu bir yıl için bile tahmini nüfusu, mutlak ve nispi büyüme hesaplarını rahatlıkla yapabiliriz. Fonksiyon üzerinden bunu taşıma kapasitesine kadar da götürebiliriz. Fonksiyonel büyüme modelleri bu açıdan araştırmacılara büyük yararlar sağlar.

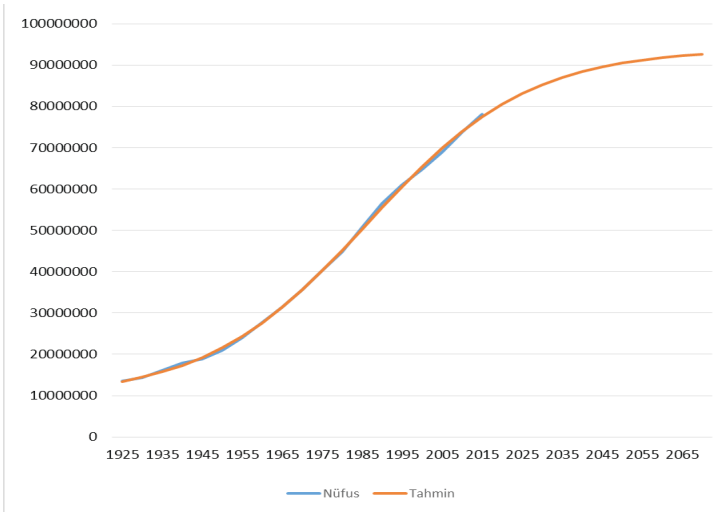
İlginç olan grafik aşağıda verdiğimiz nüfus, tahmin ve projeksiyon durumunu gösteren dokuzuncu grafik. Burada yıllara ait tahminler gerçek rakamlarla örtüşmektedir. Önemli olan 2015'ten sonraki projeksiyonun kapasite sınırına yaklaşım şekli ve zamanıdır.



Grafik 7. Türkiye nüfusu yıllık mutlak büyüme miktarları (lojistik eğri, birinci türev).

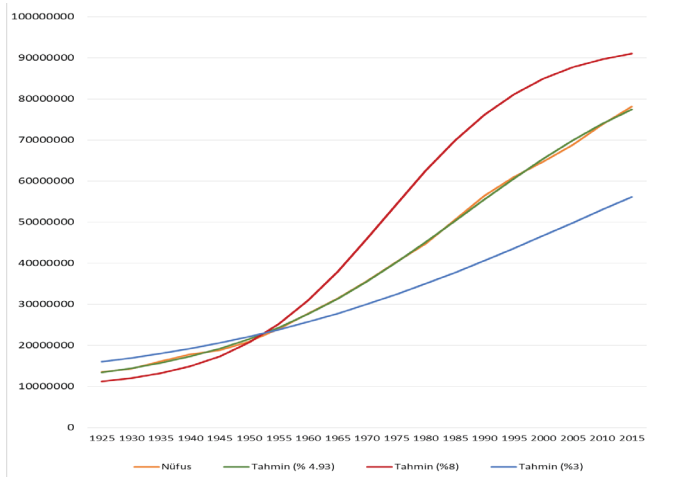


Grafik 8. Türkiye nüfusu yıllık nispi büyüme oranları (lojistik eğri, birinci türev/nüfus).



Grafik 9. Verhulst lojistik fonksiyonu: Türkiye nüfusu, tahminleri ve projeksiyonları.

Aşağıdaki onuncu grafikte içsel büyüme oranının büyüme fonksiyonlarında ne anlama geldiğini açıklamak için nüfus verilerimiz üzerinden bir benzetim yaptık. Grafikteki turuncu çizgi gerçek nüfus rakamları, onu izleyen yeşil çizgi de fonksiyonel tahminlerdir. Yeşil çizgiye göre içsel büyüme lojistik eğride %4,93'tür. Aynı dönemde aynı formülde diğer değerler aynı iken içsel büyümenin %8 ve %3 olması durumlarında oluşacak nüfus büyüme eğrilerini sırasıyla kırmızı ve mavi olarak ürettik. Dört eğri yaklaşık 1950-55 arasında aynı noktada kesişmektedir. Büyüme oranına göre taşıma kapasitesine ulaşım zamanı artmakta veya azalmaktadır. %8 büyüme gerçekleşmiş olsaydı bugün 90 milyona ulaşmış olacaktık, %3 büyümede ise henüz 60 milyonun altındaydık, %4,93 ile 80 milyona yaklaşmış durumdayız. Büyüme oranındaki değişimin fonksiyon üzerindeki etkilerini bu ara incelemede görmek mümkündür. Keza fonksiyonda yer alan diğer parametre değerleri de eğri üzerinde benzer etkiler yapmaktadır.



Grafik 10. Türkiye nüfusu 1925-2015, lojistik fonksiyonuna göre büyüme senaryoları.

Lojistik Fonksiyonlar.

Ricketts/Head Asimetrik Büyüme Fonksiyonu.

Fonksiyon 2'nin değerlerini yerine koyarsak:

$$Y_{(t-1940)} = 7000000 + \frac{(115000000 - 7000000)}{(1 + f_t A + (1 - f_t) B)^{(1/3.6006)}} \quad (9)$$

$$A = 57090.9e^{(-0.1219(t-1940))} \quad (9a)$$

$$B = 4507.06e^{(-0.1219(t-1940))} \quad (9b)$$

$$f_t = \frac{1}{1 + \bar{C}_f e^{(-0.1219(t-1940))}} \quad (9c)$$

$$\bar{C}_f = \frac{2 \cdot 57090.9 + 4507.06}{|57090.9 + 4507.06|} \quad (9d)$$

elde edilir.

Ricketts ve Head (1999) tarafından kalp ve kalp damarlarındaki ölçümler için geliştirilen ve BARO5 olarak adlandırılan büyüme formülünü ilginç bulduğumuz ve alometrik katsayının da ilavesiyle altı parametrelilik olarak Türkiye nüfusu büyüme ölçümlerinde iyi sonuçlar aldığımız için bu bölümde paylaşmayı uygun gördük. BARO5 formülü esasen iki safhalı bir lojistik büyüme eğrisidir ve yardımcı bir lojistik büyüme formülüyle ağırlıklar her iki safha arasında dağıtılmaktadır. Richards eğrisinden aldığımız alometrik katsayının ilavesiyle Türkiye nüfus fonksiyonunun tahmininde başarılı sonuçlar elde ettik. Formülün en önemli özelliği lojistik eğrinin taşıdığı simetrik özelliğini aşarak fonksiyonu asimetrik hale getirip verilere uygunluk sağladığı yüksek başarısıdır. Ricketts ve Head'ın (1999) yazdıkları yazının başlığından da konuya yaklaşımları hemen fark edilir: "A five-parameter logistic equation for investigating asymmetry of curvature in baroreflex studies". Çalışmalarında simetrik yapıların çıkardığı sorunları aşmak için bu modeli geliştirdikleri başlıktan anlaşılmaktadır¹⁸. Bizim çalışmamızdaki ilk Ricketts/Head Fonksiyonu sonuçlarında hata kareleri toplamı klasik lojistik eğrisine göre neredeyse yarı yarıya düşerek $2.46E + 12$ olarak bulunmuştur. Kareler toplamındaki payı %0.0063 olarak ziyadesiyle ihmal edilebilir düzeydedir. %95 güven sınırları iyice daralarak fonksiyonun temsiliyeti artmıştır. Alt asimptot 7 milyon olurken nüfusun ulaşacağı taşıma kapasitesi asimetrik yapının verdiği esneklikle 115 milyona çıkmıştır. Fonksiyonun içsel büyüme oranı 0.1282'dir. Oranın yüksek olması yapısından kaynaklanmaktadır. Bu oranı değerlendirirken alometrik katsayının 3.6006 olduğuna da dikkat etmek gerekir. İçsel büyüme oranının üzerinde (1/v) şeklinde alometrik katsayı yer almaktadır. Dolayısıyla alometrik katsayı büyümede etkindir. Keza fonksiyona sosyal gelişmişlik endeksi değişkenini ilave ettiğimizde nüfus büyümesi fonksiyonunun iki bağımsız değişkenle birlikte hata kareleri toplamı $1.83E + 12$ 'ye kadar gerilemiştir. Modelin kareler toplamı içindeki payı %0.00469 düzeyindedir. Sosyal gelişmişlik endeksi nüfus büyümesini açıklamada etkindir. Taşıma kapasitesi yine 115 milyondur, büyüme katsayısı ilkinde yakındır. İki bağımsız değişkene "sürekli ağırlıklandırılmış en küçük kareler yöntemini" ilave ettiğimizde hata kareleri toplamı $1.01E + 12$ ile modelin kareler toplamı içindeki payı %0.002593 olmuştur (son fonksiyon). İncelediğimiz fonksiyonlar içinde en küçük hata kareleri toplamını veren budur. Bu nedenle hiçbir fonksiyonda izah edilemeyen hata kareleri üzerinde durmaya değer görmedik. SAS NLIN çıktısındaki grafik tetkik edildiğinde gerçek nüfus çizgisinin ve tahminlerin üst üste gittiğini görmek mümkündür. Nüfus rakamlarının milyonlu mertebelerde olduğu dikkate alınır hata kareleri toplamı rakamının büyük olmadığı görülür. İlâveten diğer istatistiksel testlerden de iyi sonuçlar alınmıştır. Bu fonksiyonda 1925-2015 Türkiye nüfus gelişiminin fonksiyonel analizine göre varacağı seviye ilk

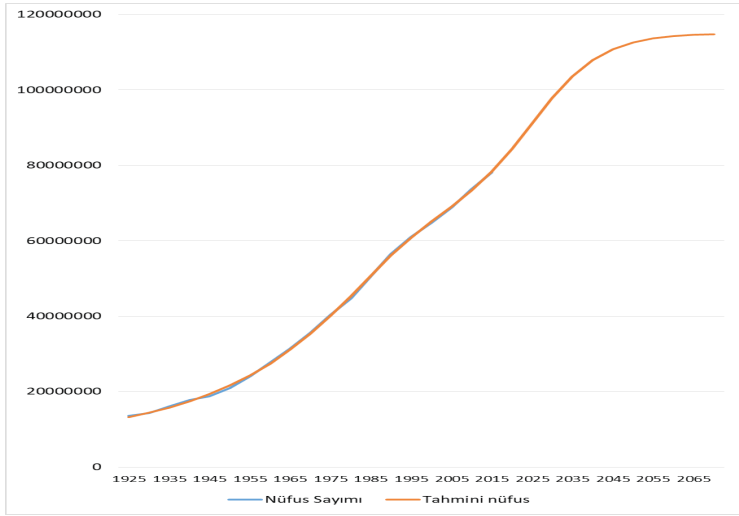
18 Anladığım bir konu değil ama herhalde yazarlar kalp ve kalp damarlarındaki ölçümlerde lojistik fonksiyonun simetrik yapısının getirdiği sorunlarla çok uğraşmış olmalı. Tıbbi olaylar gibi sosyal olaylarda da simetrisinin oluşması kural değil istisnadır. Bu açıdan asimetrik fonksiyon bir ilerleme olarak kabul edilmelidir. Ancak neden Gompertz Fonksiyonunu kullanmadıkları da merakıma mucip olmuştur.

etapta 115 milyon kişidir. Aşağıda bu rakamların Gompertz Fonksiyonu tarafından da teyit edileceğini göreceğiz. Sonuç olarak Ricketts/Head Fonksiyonunun nüfus büyümesini ve 115 milyon kişilik taşıma kapasitesini açıklamada daha güvenli ve gerçekçi olduğunu belirtelim.

Bu fonksiyon ile ilgili olarak üzerinde durulması gereken teknik bir ayrıntı Q katsayıları (üstel –EXP- fonksiyon çarpanları) ve istatistik çalışmada aldıkları değerlerdir. Bu iki çarpan Q_1 ve Q_2 eşit olsaydı fonksiyonun simetrik bir yapıya sahip olduğunu söyleyecektik. Ancak çalışmamızda bu katsayılar farklı, bu da Türkiye nüfus eğrisinin asimetrik durumunun ifadesidir. Esas fonksiyondaki dağıtım fonksiyonunu f_t ile çarpılan Q_1 , tahmin eğrisinin üst kısmının çarpanı ve belirleyicisi, $(1-f_t)$ ile çarpılan Q_2 ise eğrinin alt kısmının çarpanı ve belirleyicisidir. İlk fonksiyonumuzda Q_2 8.4 (logaritmik) olarak bulunmuştur. Bu rakamdan aşağıya veya yukarıya doğru, 1'e doğru veya 16'ya doğru, uzaklaşmalar rakamsal nüfus tahmin eğrisini gerçek nüfus rakamları eğrisinden aşağıya doğru uzaklaştırmaktadır. 8,4 olduğu zaman iki eğrinin alt kısmı çakışmaktadır. Keza Q_1 'in aldığı değerler de eğrinin üst kısmından başlayarak eğriyi etkilemektedir. Bu değer 1'e yaklaştıkça eğrinin üst kısmı yukarı çıkmakta, 10,95'den yukarı çıktıkça da tahmin eğrisi nüfus sayım eğrisinin altına yatay eksene doğru itilmektedir. İki safhalı tanımlamanın sağladığı bu esnekliklerle istatistik çalışmada bulunan değerler, hata kareleri toplamını önemli ölçüde azaltarak temsiliyeti artırmaktadır. Çalışma yaptığımız iki safhalı her üç fonksiyonda da katsayıların toplam içindeki payları Q_1 ve Q_2 için sırasıyla %93 ve %7'dir. Diğer bir deyişle her üç fonksiyon da asimetrik yapıyı aynı oranda taşımaktadır. Bu husus çalışılan modelin matematik üstünlüğüdür.

Üç fonksiyonda da alometrik katsayı sırasıyla 3,6; 3,4 ve 3,4 olarak bulunmuştur. Burada da bir tutarlılık vardır. Rakamın büyümesi tahmin eğrisini yukarıya atmakta küçülmesiye aşağıya doğru çekmektedir. Alometrik katsayının değeri bu fonksiyonda içsel büyüme oranını da etkilemektedir. Fonksiyonun başarı şansını artırdığı için bu katsayıyı fonksiyona ilave etmeyi faydalı gördük ve istatistiksel testlerden de olumlu sonuçlar aldık. Alometrik katsayıyı fonksiyondan çıkardığımız zaman yaptığımız nüfus fonksiyonu parametreleri tahmin denemelerinde başarılı olmadık, bu şekilde alometrik katsayının kuvvetli bir kontrol gücü olduğunu alometrik katsayı çıkarıldığı zaman SAS NLIN yönteminin bir veya birkaç kıstasının karşılanmadığını gördük.

11 numaralı grafikte nüfusun taşıma kapasitesi olan 115 milyona ulaşması durumunda eğrinin alacağı şekli görmekteyiz. Asimetrik yapı eğrinin tamamı gözle tetkik edildiğinde dahi görülmektedir.



Grafik 11. Ricketts/Head Fonksiyonu: Türkiye nüfusu, tahminleri ve projeksiyonları.

Not: Fonksiyon tahmini eğrisi 1990 yılında oluşan kambur yükselmeyi de başarıyla yakalamıştır.

Çalışmamın sonuna gelirken okuduğum ve ilgimi çeken yazıdaki (Chukwu ve Oyamakin, 2015) yaklaşımı buraya taşımanın getireceği sonuçları merak ettik ve bu amaçla Ricketts/Head Fonksiyonu üzerinden iki deneme yaptık. Ters hiperbolik sinh değişkenini ikincil değişken olarak fonksiyona ilave ederken sosyal gelişme endeksinin dışarı çıkardık, sonra buna sürekli ağırlıklandırılmış en küçük kareleri dâhil ettik. Aldığımız iki ayrı sonuç ta SAS NLIN kıstaslarının tamamını karşıladı. Bu açıdan bir sorun yoktur. Fonksiyonların büyüme değerleri öncekilerle hemen hemen aynıdır. Bu iki fonksiyonun öngördüğü nihai nüfus 120 ve 115 milyondur. Hata kareleri toplamı ziyadesiyle kabul edilir sınırlar içindedir ve fonksiyona boyut getirmiştir. Türkiye nüfus çalışmasında katkıları açıktır ve sonuç başarılıdır. Bu değişkenin lojistik büyüme eğrilerinde her olayda ayrı ayrı denenmesinde yarar vardır.

Gompertz Büyüme Fonksiyonları.

İstatistiksel sonuçların (fonksiyon 1) denkleme konmuş hali aşağıdaki gibidir.

$$Y_{(t-1950)} = 13538351 + (113800000 - 13538351)e^{-2.5773e^{(-0.0271(t-1950))}} \quad (10)$$

Gompertz Büyüme Fonksiyonu çalışmamızda başarılı sonuçlar vermiştir. İlk Gompertz Büyüme Fonksiyonuna göre hesapladığımız içsel büyüme oranı %2,71'dir, buna göre nüfus 113,8 milyona ulaşacaktır. Halen, 2015'te 78,1 milyonda isek yolun %68,6'sı gidilmiş demektir. Yaklaşık 35 milyon kişilik bir artış olması beklenmektedir.

Ek 4'teki Gompertz Fonksiyonuna ait çıktıda elde edilen sonuçlar istatistik olarak tam güvenlidir. İsabetli alınan başlangıç tahmin değerleriyle sekiz etapta iterative

Tablo 8

Gompertz Fonksiyonu Mutlak ve Nispi Büyüme Rakamları

Sayım sırası	Sayım yılları	Türkiye nüfusu (Gompertz tahmin)	Yıllık mutlak büyüme miktarı (birinci türev)	Yıllık nispi büyüme oranı (Birinci türev/nüfus)	Türevdeki artış miktarı (ikinci türev)
1	1925	14,167,592	86,385	0.006097	9,521
2	1930	14,734,072	143,372	0.009731	13,309
3	1935	15,633,162	219,377	0.014033	17,035
4	1940	16,956,815	312,674	0.018439	20,134
5	1945	18,781,490	418,857	0.022302	22,122
6	1950	21,156,239	531,523	0.025124	22,697
7	1955	24,095,288	643,338	0.026700	21,788
8	1960	27,576,238	747,165	0.027095	19,540
9	1965	31,543,519	837,000	0.026535	16,250
10	1970	35,915,658	908,552	0.025297	12,292
11	1975	40,594,511	959,449	0.023635	8,049
12	1980	45,474,705	989,132	0.021751	3,857
13	1985	50,451,997	998,550	0.019792	-21
14	1990	55,429,788	989,741	0.017856	-3,410
15	1995	60,323,545	965,425	0.016004	-6,214
16	2000	65,063,229	928,625	0.014273	-8,403
17	2005	69,594,070	882,383	0.012679	-9,998
18	2010	73,876,083	829,545	0.011229	-11,053
19	2015	77,882,754	772,636	0.009921	-11,639

süreç tamamlanmış, iyi t değerleri, skewness ve bias ölçüleri elde edilmiştir. Genel eğrisellik sonuçları sıfıra yakındır. Hata kareleri toplamı $4.80E + 12$ lojistik eğrinin-kine ($4.71E + 12$) yakındır. Tüm Gompertz fonksiyonlarında hata karelerinin toplam kareler içindeki payı, üzerinde durulmayacak kadar küçüktür. Birçok araştırmada (Fekedulegn ve Colbert, 1999) Gompertz Büyüme Eğrileri lojistik eğrilerden daha düşük büyüme oranları vermektedir. Burada da durum aynıdır. Lojistik eğride içsel büyüme %4,93 iken Gompertz eğrisinde bu değer %2,71 olarak bulunmuştur. Buna karşılık taşıma kapasitesi (üst asimptot) 113,8 milyon kişidir.

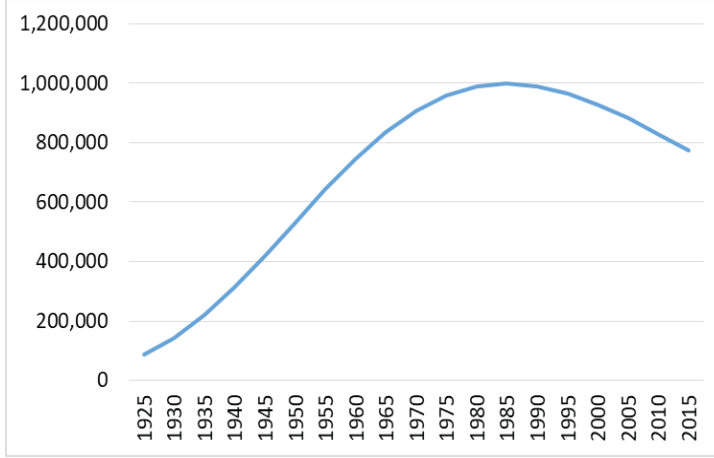
Tablo 7
Gompertz Büyüme Fonksiyonlarına Ait İstatistiksel Değerler

Fonksiyonun adı	Semboller	Fonksiyon 1	Fonksiyon 2	Fonksiyon 3	Fonksiyon 4
		Gompertz Büyüme Fonksiyonu	Gompertz Büyüme Fonksiyonu, iki bağımsız değişken ve sürekli ağırlıklandırılmış	Gompertz Hiperbolik Büyüme Fonksiyonu	Gompertz Büyüme Fonksiyonu, sürekli ağırlıklandırılmış
SAS / F ile referansı		Turkpop2b.sas	Turkpop2c.sas	Turkpop2arsinh.sas	Turkpop2arsinhwe.sas
Ek referansı		Ek 6	Ek 7	-	Ek 8
Dışsal Parametreler					
Temel yıl	T	1950	1950	1984	1984
Üst asimptot (taşıma kapasitesi)	K	113.800.000	115.000.000	115.000.000	115.000.000
Başlangıç miktarı	N	13.538.351	13.538.351	13.000.000	12.500.000
İçsel Parametreler					
Üstel fonksiyon çarpanı	Q	2.5773	2.6770	1.0273	1.0186
İçsel büyüme oranı	r	0.0271	0.0261	0.0247	0.0244
Sosyal gelişme katsayısı endeksi	s	-	0.0234	-	-
İnvers hiperbolik sinh katsayısı	c	-	-	0.0107	0.0119
Logaritmik değerler ln(Q)	Qe	-	0.9847	-	-
Logaritmik değerler ln(r)	re	-	-3.6443	-	-
Bağımsız değişkenler		Zaman	Zaman	Zaman ve sosyal gelişme endeksi	Zaman ve sosyal gelişme endeksi
Hata kareleri toplamı	ESS	4.797E + 12	2.763E + 12	3.0001E + 12	1.347E + 12
Toplam kareler toplamı	TSS	3.895E + 16	2.918E + 16	3.895E + 16	2.491E + 16
Hata kareleri toplamı / Toplam kareler toplamı (onbinde)		1.2316	0.9469	0.7705	0.5407
F-değeri	F	69,010.70	56,322.70	69,207.30	98,647.70

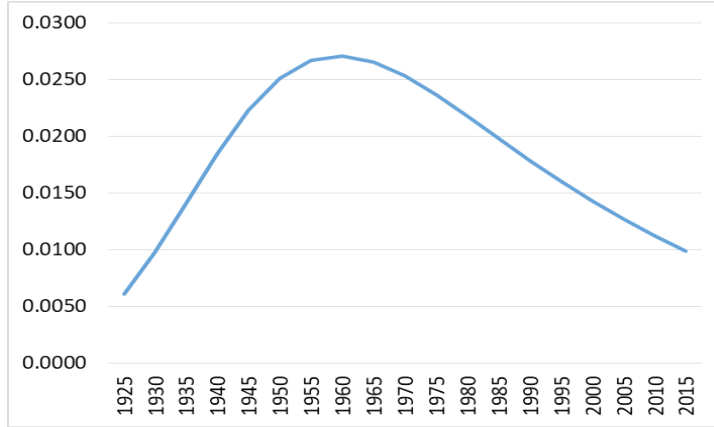
Şimdi Gompertz Büyüme Fonksiyonunda mutlak ve nispi büyüme rakamları üzerinde duralım.

Mutlak büyümenin en büyük olduğu yıl 1984'ün sonudur (lojistikte 1986.38), ikinci türev de 1985'te (84'ün sonu gibi) sıfır noktasındadır. Dönüm noktası $t_{inf} = \frac{rT + \ln(Q)}{r}$, formülden 1984.9711 (zaman) olarak bulunur. Bu rakamı formülde yerine koyarsak nüfus karşılığı 50.421.456 kişi olarak bulunur. Gompertz Büyüme Fonksiyonu simetrik olmadığı için bu rakamın tam ortada olma zorunluluğu yoktur. Nitekim taşıma kapasitesiyle başlangıç nüfusunu toplayıp ikiye böldüğümüzde çıkan rakam 63.669.176 dönüm noktası nüfus rakamından tamamen farklıdır. Gompertz eğrisinin dönüm noktası gerçek rakamlara daha iyi uyum göstermektedir.

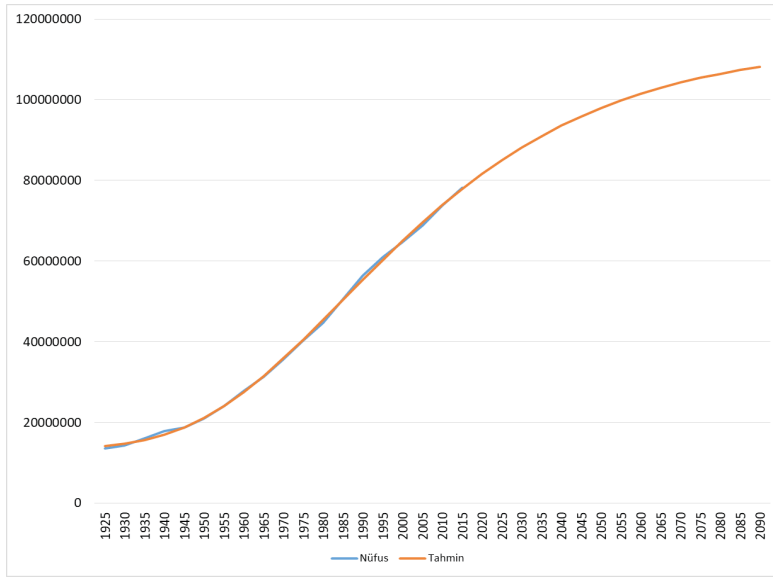
Nispi büyüme ise 1960 yılında %2,7 ile en üst seviyeye çıktıktan sonra sürekli gerileyerek 2015'te %1'in hemen altına gelmiştir. Tablo ve ilgili grafikler toplam olarak incelendiğinde yukarıda işaret ettiğimiz büyümenin ilk üç döneminin tamamlandığı rahatlıkla görülür. Bundan sonra da büyüme devam edecektir. Ancak sosyal değişim ilk üç dönemden daha az olacaktır.



Grafik 12. Gompertz Büyüme Fonksiyonu mutlak büyüme rakamları (birinci türev).



Grafik 13. Gompertz Büyüme Fonksiyonu nispi büyüme rakamları (birinci türev/nüfus).



Grafik 14. Gompertz Büyüme Fonksiyonu: Türkiye nüfusu, tahminleri ve projeksiyonları.

14 numaralı grafikteki projeksiyondan nüfus gelişiminin daha ağır ilerleyeceği dördüncü safhanın nasıl olacağını görmek mümkündür.

Bu bölümdeki ikinci Gompertz fonksiyonu, birinciye sosyal gelişme endeksi ve sürekli ağırlıklandırma yönteminin ilavesiye bulunmuş sonuçları kapsamaktadır. Taşıma kapasitesi, nihai nüfus 115 milyon kişi, içsel büyüme %2,61'dir. En önemlisi bu yöntemin uygulanmasıyla hata kareleri toplamı $2.76E + 12$ 'ye gerilemiş ve temsiliyet ve uyum artmıştır. Ancak bu rakamla bile tüm Ricketts/Head Fonksiyonlarının gerisinde kalmaya devam etmektedir.

Daha önce izahını yaptığımız hiperbolik büyüme fonksiyonunun şimdi istatistik sonuçlarını ele alacağız. Hiperbolik Gompertz Fonksiyonu da çalışmalarımızda nüfus sayım sonuçlarımız için başarılı olmuştur, gerekli istatistik testleri tamamlamıştır. Bu çalışmaların ikisinde de taşıma kapasitesi 115 milyon kişi, içsel büyüme oranı %2,4 olarak bulunmuştur. Daha da önemlisi, hata kareleri toplamının sırasıyla $3.00E+12$ ve $1.35E+12$ olarak ciddi gerilemeler göstermesidir. Özellikle Gompertz Fonksiyonu bir çalışmaya uygulandığında hiperbolik değişken ihmal edilmemeli ele alınan olayın niteliğine göre sonuçlarına bakılmalıdır. Tüm araştırmacılar hem fikirdir ki tek doğru fonksiyon ve tek doğru bağımsız değişken yoktur. Sabırla, ilgili olan fonksiyonlar değişkenleriyle birlikte gözlemler üzerinde denenmek zorundadır. Biz bu çalışmada bunu yaptık, yazımızda yer verdiğimiz dışında üzerinde çalıştığımız ama sonuçlarını ilginç bulmadığımız fonksiyonları buraya dâhil etmedik.

Yorumlar

İki temel büyüme fonksiyonu ve versiyonlarıyla birlikte on denemeyi buraya dâhil ettik. 1925-2015 dönemi için elimizde on dokuz yıla ait veri bulunan Türkiye nüfus sayım istatistiklerini kullandık, uyguladığımız fonksiyonların bu verilerle matematiksel modellemeyi başardığını düşünüyoruz. Denediğimiz başka matematik fonksiyonlar da oldu, ancak zaman ve amacımıza uygun olarak bu kadarını yeterli gördük. Keyfiyetin bu noktadan itibaren araştırılması gereken başka boyutları da vardır. Diğer ülke insan nüfusları için yapılmış çalışmalar ile karşılaştırmalar, şehirselleşme nüfus gelişimleri, kullanılabilir coğrafyanın tanımı ve nüfus ilişkileri, tarımsal araziler ve nüfus yayılmaları, tıbbi teknoloji ve ömür, ulusal gelir artışı ve sağladığı yaşamsal önem yeni araştırma konuları olarak sayılabilir. Adam Smith ‘Ulusların Zenginliği’ni yazarken insan ve ekonomi ilişkisi içinde zenginliğin getireceklerini ekonomi teorisi için esas almıştı. Kitabın adından başlayarak bu zenginliklerin nüfusu ayakta tutacağını çok iyi biliyordu. Zenginlik toplumların kapasite sınırıdır. Zenginliğin kaynakları ise işbölümü, sanayileşme üretim vs.dir. Konunun bu noktaya kadar gelmesi sürpriz değildir. Konumuz nüfus ama iktisat ile karşılaşmamak mümkün değil. Nüfusu sınırlayan kaynaklar ve nüfus ilişkisi esasen iktisadın ana konusudur. Sayın hocam Gülten Kazgan’ın İktisadi Doktrinler Tarihi’ne bakarsak iktisatçıların konuyu çokça irdelediklerini görürüz.

Lojistik eğrilerde %4,93 ve %12 içsel büyüme oranları elde ettik. Tanımladığımız taşıma kapasitesi kavramına göre nüfusumuzun 94, 115 ve 120 milyona kadar artabileceğini belirledik. Gompertz eğrilerinde %2,5 dolayındaki içsel büyüme oranlarıyla nüfusun 115 milyon olacağını gördük. Matematik modellemenin bize verdikleri bunlar. Taşıma kapasitesi daha az olur mu hayır olmaz, daha fazla olur mu evet, %3-5 fazla olabilir. Girişte saydığımız faktörlerin elverdiği ölçüde artışlar olabilir. Şüphesiz bugünden yarına değil. Yukarıda verdiğimiz taşıma kapasitesi tahminleri önümüzdeki yarım asrı kapsamaktadır. Bu çerçeve elli yıl sonra tartışılrsa daha doğru olur. Avrupa’nın Hollanda, Belçika, Danimarka, Avusturya, İsviçre ve Norveç vs. gibi nüfus sınırlarına ulaşmış eski ve yerleşik toplumlarını incelemekte yarar vardır. Bu ülkeler geçmiş yüzyıllarda nüfus ta ihraç etmiştir, bugün ise göç almak zorunda kalmaktadırlar. Bugün kendi özgün nüfuslarının sınırlarındadır, ancak kalitatif olarak toplumsal yükselişe devam etmektedirler. Üzerinde çalışma yapmadan tartışmayı daha fazla açmayı uygun bulmuyoruz. Bu safhada yukarıda tanımlanan modellerin tartışılmasını ve bu modellerin ortaya koyduğu taşıma kapasite sınırlarını değerlendirmek çok daha anlamlıdır.

Ele aldığımız fonksiyonların iki özelliği vardır. Birincisi uygulandıkları veriyi temsil etme kabiliyetleridir. İkincisi ise geleceğe dönük tahminlerde etkin olup olmadıklarıdır. Fonksiyonların Türkiye nüfusunu temsil kabiliyetini ispatlarken kullandığımız yöntem istatistiğin ileri bir safhasını teşkil eden doğrusal olmayan denklemlerin ilgili bilgisayar yazılımlarıyla test sonuçlarını elde etmektir. Yaptığımız

çalışmayla bunu başardığımızı düşünüyorum. Verhulst Lojistik Fonksiyonu ve devamı olan iki safhalı Ricketts/Head Fonksiyonu, Gompertz Büyüme Fonksiyonu ve bunların matematiksel özellikleri Türkiye nüfusunun analizinde beklenen sonuçları vermiştir. 1925-2015 dönemindeki doksan yıla ait on dokuz sayım verisi bu amaç için yeterli gözlem sayısıdır. Matematiksel temsiliyet ve istatistiksel ispattan sonra ele alınan geleceğe dönük tahminlerde de başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Türkiye nüfusunun 115-120 milyon seviyesinde karar kılması beklenmektedir. Esasen burada bu nicel rakamların araştırmacı açısından tek başına bir önemi yoktur. Devlet politikaları oluşturulurken kullanılırsa bir anlam ifade eder. Bizi ilgilendiren konunun teknik yönleridir. Araştırmacı açısından yapılması gereken ise 2020-2040 dönemi sayım sonuçları elde edildiğinde modellerin yeniden çalıştırılması ve bu çalışmayla olan farkların ortaya konmasıdır.

Bu yazıyı hazırlarken benzer bir çalışmaya internet taramalarında Türkiye kaynaklarında rastlamadık. Vardır ve ben rastlamamış da olabilirim. Amerika'ya ait Raymond ve Reed'in (1920) çalışmasından sonra 2011 tarihli Joseph M. Mahaffy'ye (2011) ait bir çalışmaya internet kaynaklarında rastladık. Yazar ayırık zaman modellemelerine dayanarak Birleşik Devletler için nüfus tahminlerinde bulunmaktadır. Üç ayrı yöntem göre: Malthusgil, bağımsız olmayan-Malthusgil ve lojistik modellere göre Birleşik Devletler nüfusunu elli yıl sonrası için sırasıyla 602,3, 378,4 ve 358,7 milyon kişi olarak tahmin ediyor (2010 sayımı 308,7 milyon kişi). John H. Mathews (1992) iki ayrı lojistik fonksiyona göre Birleşik Devletler nüfus tahminini elli yıl sonrası için 465,3 ve 499,1 milyon kişi olarak veriyor. Her iki çalışmada da uygulanan istatistiksel testlerin sonuçlarını göremedik. Yeterince tanımadığımız bir nüfusa ait çalışmaların ayrıntılı istatistik sonuçlarına da sahip olmadığımız için yorumda bulunmuyoruz, ama çabaları ilgi ve saygıyla karşılıyoruz. Aşağıda Amerika bahsinde konuyu ele alacağız. Umarım Türkiye'de de bu manada çalışmalar yapılır ve görüp okuruz.

Araştırmamızı sonlandırırken sonraki bölümde asırlık bir Amerikan hikâyesini burada özetlemeyi uygun bulduk. Hâlâ sıkılmadıysanız okumanızı öneririm. Yüz yıl önceki Amerika vizyonu için vaktim yok(!) diyenler, başka konularda tekrar görüşmek üzere, geldiğiniz için teşekkürler, hoşça kalın.

'Bir zamanlar Amerika'

Raymond Pearl (1879-1940), Johns Hopkins Üniversitesinde biyoloji profesörü, biyometri ve yaşam istatistikleri uzmanı ve Lowell Reed (1886-1966) aynı üniversitede biyo-istatistik uzmanı ve yönetici. Biyoloji, biyometri ve çevrebilim alanlarında uzman olan bu iki değerli bilim adamının konumuz açısından önemi ise beraberce 1920 yılında Amerika nüfusu ile ilgili olarak yazdıkları makale (Pearl ve Reed, 1920), makale ilklerden biri. Bugün dahi ilginçliğini koruyor ve referans olarak anılıyor. Yazarlar mükemmel bir İngilizce üsluba sahipler. Yazıyı henüz dün yazılmış gibi

okuyabilirsiniz. Yazının başlığı: “On the Rate of Growth of the Population of the United States Since 1790 and its Mathematical Representation”, ve ilk cümlesi şöyle:

Makul büyüklükteki bir toplulukta veya ülkede normal nüfus büyümesini tanımlayacak deneysel bir denklemi sıradan eğri uyarlama yöntemleriyle tayin etmek mümkündür.

Amaçlarının gerekçesini ayrıntılarıyla anlatarak, Amerikan nüfus sayımlarında elde edilen sonuçların eğri uyarlamasıyla istatistiğe dönüştürülmesini ve ekstrapolasyonla sayım ötesi yılların tahminen bulunmasını uygun ve mümkün görmektedirler. Keyfiyeti bu şekilde izah ettikten sonra, Amerika’da bu tarzda ilk girişimin A. S. Pritchett adlı yazar tarafından üçüncü derece parabol denklemiyle ve en küçük kareler yöntemiyle 1790-1910 Amerika nüfusu için yapılmış olduğunu belirtmektedirler. Müteakiben verdikleri bilgide, yazar Raymond Pearl’ün 1907’de yayınlanan bir makalesinde logaritmik parabol bir denklemi bitkilerin büyümesi için uyarladığından ve yapılan başka çalışmalarda da başarılı sonuçlar elde edildiğinden bahsedildikten sonra, insan nüfus artışının izahı için basit logaritmik üçüncü derece parabolden daha fazla matematiğe ihtiyaç olduğu sonucuna varılmaktadır.

Daha sonra yazarlar Amerika Nüfus Bürosunun derlediği 1790-1910 dönemine ait onar yıl aralıklı Amerika nüfusunu gösteren 13 adet rakama, bitkilerin büyümesinde kullandıkları logaritmik parabolik fonksiyonu uyarlayarak elde ettikleri tahmin sonuçlarını Pritchett’in tahminleriyle birlikte bir tablo haline getirdiklerinde, orijinal sayım sonuçlarına göre uyguladıkları logaritmik parabolik fonksiyonun Amerika nüfus tahmininde başarılı sonuçlar verdiğini, sapmaların makul ve kabul edilir seviyelerde olduklarını göstermektedirler. Gerçekten de tablo etkileyicidir. Yazının birinci bölümü budur.

İkinci bölümde ise yazarlar: yapılan bu çalışmanın teknik olarak başarılı olsa bile genel bir nüfus büyüme kanunu olarak kabul edilemeyeceğini belirterek, bu şekilde nüfus artışının süresiz devam edemeyeceği er ya da geç kıt kaynaklarla karşılaşacağına işaret etmekte, bir nüfus eğrisinin önce konveks (yukarıya doğru hızla yükselen) bir yapı gösterse de bir dönüm noktasından sonra x eksenine konkav bir yapıya dönüşeceğini (hızının yavaşlayacağını) ve giderek yatay asimptot bir hal alacağını anlatmaktadırlar. Uyguladıkları logaritmik parabolik eğrinin bu yapıya sahip olmadığını belirttikten sonra yeni bir matematiksel tanımlamanın gereği vurgulanmaktadır.

Nüfusun sınırlı bir alanda büyüyeceği gerçeği vurgulandıktan sonra artan nüfusun mevcut nüfusa oranı ve sınırlı sahada sahip olunan kaynakların nüfus büyümesini tayin edeceği tespit edilmekte ve doğal olarak karşımıza aşağıdaki lojistik fonksiyon çıkmaktadır.

$$y = \frac{be^{ax}}{1+ce^{ax}} \quad (11)$$

Fonksiyonun matematiksel özellikleri anlatıldıktan sonra sorun; bir taraftan bu fonksiyonun Amerika nüfusunun büyümesini temsil edip edemeyeceği, diğer taraftan gelecekte ülke nüfusu için bundan hangi sonuçların çıkarılabileceği olarak tanımlanmaktadır.

Yazarlar fonksiyonun parametrelerinin en küçük kareler yöntemiyle tahmin edilemeyeceğinin farkındadır, bunu açıkça belirtmektedirler. İlgili alıntımız aşağıdadır.

Bu haliyle denklemin en küçük kareler yöntemiyle gözlemlenen verilere uygulanamayacağı açıktır. Momental denklemler yazmak ve momental yöntemler (method of moments) ile uyarlama yapmak mümkündür, fakat şu sıra; bu metodu geliştirmeyi uygun görmüyoruz çünkü henüz yukarıdaki denklemi nüfusu temsil için bu tür denklemlerin nihai gelişmiş hali olarak görmüyoruz ve daha sonra gereksiz hale gelebilecek bir matematiksel tartışmayla konuyu bağışlamak ve boğmak arzusunda değiliz.

Gerçekten 1920'nin hesap imkânlarıyla böyle bir işe kalkışmanın bugünün bilgisayar olanaklarını da dikkate aldığımızda çok zor olduğunu görmek kolaydır. Buna karşılık yazarlar fonksiyonun matematiksel özelliklerinden hareketle eğrinin geçtiğini tespit ettikleri üç noktayı tanımlayarak (*lojistik eğrisinin en yalın hali-CI*),

$$y = \frac{b}{c+e^{-ax}} \quad (12)$$

fonksiyonun parametrelerini aşağıdaki şekilde belirlemiştir.

$$y = \frac{2,930.3009}{0.014854+e^{-0.0313395x}} \quad (13)$$

Ve Amerika 1790-1910 nüfus sayımları karşılıklarını çok başarılı sonuçlarla tahmin etmişlerdir. Elde ettikleri tahminlerin üç tanesi nüfus sayımlarıyla aynıdır. Bu şekilde nüfus büyüme kanununu karşılayan gerçekçi bir eğrinin ülke nüfus tarihini temsil etmede ne kadar başarılı olacağını vurgulamaktadırlar. Gerçekten de tahmin sonuçları etkileyicidir. Bu denklemden çıkardıkları bir diğer tespit Amerika nüfusunun dönüm noktasını (point of inflection: hızlı artıştan yavaşlayan artışa geçiş noktası) 1 Nisan 1914'te geçtiği şeklindedir. Amerika nüfusu hızlı büyüme dönemini geride bırakmıştır. Bu yazı yazılırken henüz 1920 nüfus sayımı sonuçları ortada yoktur ve yazarlar bunu merakla beklemektedir (1920 nüfusu daha sonra 106 milyon olarak sayılmıştır). Dönüm noktasında nüfusun 98,6 milyon olduğunu tahmin etmektedirler. En önemli bulgu da üst asimptotta nihai nüfus 197 milyon kişi olacaktır (1920'nin iki katı). 197 milyonluk nüfusun yoğunluğu iki katına çıkaracağını belirttikten sonra ortaya çıkacak beslenme sorunlarına da dikkat çekmişlerdir. Tabii ki, biyoloji kökeninden gelmektedirler ve bu ilgileri doğaldır. Hatta bu nüfus seviyesinin gerektireceği kalori miktarı dahi yazıda hesaplanmıştır.

Yazının son bölümünde, önerdikleri nüfus büyüme fonksiyonu biraz daha irdelenmektedir. Bu fonksiyon bir ilk yaklaşımdır. Yazarlara göre fonksiyonun çok sert ve inelastik özellikleri vardır. Tespit doğrudur. Dönüm noktasının eğrinin tam ortasında

olduğunu ilk ve ikinci yarısının simetrik olduğunu bu durumun arzu edilmeyen bir keyfiyet olduğunu ve tahminleri bozacağını belirtirler. Arzu edilen ise asimetrik bir yapıdır. Nüfus gelişiminde simetrinin olacağını bir garantisi yoktur ve yazarlar bunun ciddiyetle farkındadır. Fonksiyon simetrik yapısından kurtarılmalıdır. Buldukları sayısal sonuçları önemsemezler, bir nüfus büyüme kuramı tespit etmenin peşinde olduklarını vurgularlar. Yazıdaki son cümleleri ise kıt kaynaklarla er ya da geç karşılaşılacağı şeklindedir. Yazarlarımız iktisat teorisine doğru yol almaktadır. Son olarak belirtelim yazının o tarih için zengin ve şık dipnotları da vardır.

1920 yılında yazılan bu yazının bugün dahi iktisat ve istatistik öğrencileri için rahatlıkla ders konusu olacağı yönündeki düşüncemi öncelikle belirtmek isterim. Şık bir yazı, sağlam bir mantık, özgün bir ele alış üslubu, güzel bir İngilizce ve harika bir yaklaşım. 1920 yılı Türkiye'nin yokluktan varlığa dönüm noktasıdır, ama görüldüğü gibi Yeni Dünya bilim yolunda ilerlemektedir. O tarihlerde her ne kadar bu düzeyde bir makale yazacak seviyede olmasa bile kıt kaynaklara sahip Türkiye Cumhuriyeti'nin kuruluşundan dört yıl sonra, 1927'de, ilk nüfus sayımını başarılı bir şekilde yaparak konuya verdiği önemi göstermesi ziyadesiyle takdir ve saygıya şayandır.

Bugünden bakarak yazıya birçok eleştiri getirmek mümkündür ve kolaydır. Mesela yazarlar Amerika nüfusunun 192 milyon olacağını tahmin ederken, 2010 nüfusunun 309 milyon olduğunu belirtelim. En kolay eleştiri olarak, Amerika Nüfus Bürosunun 1790-1910 dönemi için verdiği rakamların 120 yıl için çok az gözlem olduğunu belirtelim, sadece 13 gözlem değeri var. Amerika coğrafyası nedir, bu dönem içinde nasıl bir yol izlemiştir? Nerede başlar nerede biter? Amerika göç politikası 1920'den önce ve sonra nasıl olmuştur? Amerikan teknolojisinin ve tıbbi gelişmesinin taşıma kapasitesine yaptığı katkı çok önemlidir. 1910 yılında 92 milyon olan nüfus 2010 yılında 309 milyon olmuştur. Yazarların belirttiği 192 milyon üst sınır 1960-70 arasında aşılmıştır. Bu liste daha uzar gider. Bu soruların bir önemi yoktur. İşin aslı değişmemektedir. 1920 yılında eldeki veriler ne olursa olsun ortaya konan çalışma, takip edilen yöntembilim ve bilimsel yaklaşım çok daha değerlidir ve saygıyla karşılanmalıdır. 2017 yılında Türkiye'de aynı şeyi yapma çabası içindeyiz. Aradan geçen yüz yıl insanı düşündürmeye fazlasıyla değer. Makaleyi yazarların, sahip olunan istatistiksel hesap imkânlarının azlığına rağmen ortaya koydukları çalışmayı ziyadesiyle takdirle karşılamak gerekir düşüncesindeyim. Biz bugünkü imkânlarla bunu yapmazsak hatanın o günlerde değil bugünlerde aranmasını söylemek kehanet değil malumun ilanı olur.

Yazarlar anlatılan düşüncelerine karşı 1920 sonrasında çok sayıda eleştiri almalarına rağmen teorik seviyede Amerika bilim dünyasında düşüncelerini savunmayı ölene kadar devam ettirmişlerdir. Bu da meselenin bir diğer boyutudur.

Kaynakça / References

- Allen, R. G. D. (1969). *Mathematical analysis for economists*, Macmillan and Co. Ltd.
- Berger, R. D. (1981). Comparison of the Gompertz and Logistic Equations to describe plant disease progress. *Phytopathology*, 71, 716–719.
- Burley, H. T. (1996). *Growth rate tables*. Cambridge University Press.
- Carey, E. (2009). Using Calculus to Model the Growth of *L. Plantarum* Bacteria. *Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One + Two*, 1(2), 1–11. <http://dx.doi.org/10.5038/2326-3652.1.2.2>
- Chukwu, A. U. & Oyamakin, S. O. (2015). On Hyperbolic Gompertz Growth Model. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 9(3), 189–193.
- Fekedulegn D. B. & Colbert, J. J. (1999). *Parameter Estimation of Nonlinear Growth Models in Forestry*, *Silva Fennica* 33(4), 327–336.
- Gebremariam, B. (2014). *Is Nonlinear Regression Throwing you a curve? New diagnostic and inference tools in the NLIN procedure*. Paper SAS384-2014, SAS Institute Inc. Retrieved from: <https://support.sas.com/resources/papers/proceedings14/SAS384-2014.pdf>
- Gompertz, B. (1825). On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining the value of life contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 115, 513–583.
- Gottschalk, P. G. & Dunn, J. R. (2005). The five-parameter logistic: A characterization and comparison with the four-parameter logistic. *Analytical Biochemistry*, 343, 54–65. <https://dx.doi.org/10.1016/j.ab.2005.04.035>
- Kirkwood, T. B. L. (2015). Deciphering death: a commentary on Gompertz (1825). *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci.*, 370(1666). <https://dx.doi.org/10.1098/rstb.2014.0379>
- Lampl, M. (2012) *Perspectives on modelling human growth: Mathematical models and growth biology*, *Annals of Human Biology*, 39(5), 342–351. <http://dx.doi.org/10.3109/03014460.2012.704072>
- Mahaffy, J. M. (2011). Discrete Modelling- U. S. Population. *Math 636 - Mathematical Modeling Fall Semester*, Retrieved from: <http://jmahaffy.sdsu.edu/courses/f09/math636/lectures/uspop/uspop.html>
- Matsui, K. (2009), *Gompertz-Matsui Model for HCV Kinetics*, Ofuna Chuo Hospital, Kanagawa, Japan.
- Matsui, K. *Gompertz Curve. Kanagawa, Japan: Ofuna Chuo Hospital*. Retrieved from: <http://gompertz-matsui.la.coocan.jp/>
- Paine, C. E. T., Marthews, T. R., Vogt, D. R., Purves, D., Rees, M., Hector, A., Turnbull, L. A. (2012). How to fit nonlinear plant growth models and calculate growth rates: an update for ecologists. *Methods in Ecology and Evolution*, 3, 245–256, <https://dx.doi.org/10.1111/j.2041-210X.2011.00155.x>
- Pearl, R. & Reed, J. L. (1920). On the rate of growth of the population of the united states since 1790 and its mathematical representation, *Proceedings of The National Academy of Sciences*, 6(6), 275–288.
- Richards, F. J. (1959). A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany*, 10, 290–300.
- Ricketts, J. H. & Head, G. A. (1999). A five-parameter logistic equation for investigating asymmetry of curvature in baroreflex studies. *American Journal of Physiology - Regulatory, Integrative and Comparative Physiology*, 277(2), 441–454 Retrieved from: <https://www.physiology.org>.

[org/doi/pdf/10.1152/ajpregu.1999.277.2.R441](https://doi.org/10.1152/ajpregu.1999.277.2.R441)

SAS Documentation. *Affecting Curvature through Parameterization*. Retrieved from: https://support.sas.com/documentation/cdl/en/statug/63033/HTML/default/viewer.htm#statug_nlin_sect036.html

SAS/STAT. (2009). *SAS/STAT® 9.2 user's guide the NLIN procedure (Book Excerpt)* (2nd electronic book).

Tjørve K. M. C. & Tjørve, E. (2017). The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz-model approach: An addition to the Unified-Richards family. *PLoS ONE*, 12(6). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0178691>

Tsoularis, A. & Wallace, J. (2002). Analysis of logistic growth models. *Mathematical Biosciences*, 179, 21–55.

Tsoularis, A. (2001). Analysis of logistic growth models. *Res. Lett. Inf. Math. Sci*, 2, 23–46. Retrieved from: <http://www.massey.ac.nz/~wwiims/~rlims>

Wikipedia, *Generalised logistic function*. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/Generalised_logistic_function.

Winsor, P. C. (1932). The Gompertz Curve as a growth curve. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 18(1), 1–8.

Yamane, T. (1962). *Mathematics for economists*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc.

Ekler

Ek 1. Gompertz Fonksiyonu Üzerine Çeşitlemeler

Çalışmalarımız sırasında Gompertz'in özgün makalesiyle çok ayrıntılı olarak ilgilenecek zamanımız olmamıştı. Yazımız son halini aldıktan sonra zaman bulup Gompertz fonksiyonuna ayrıntılı olarak baktığımızda bu ekteki yazdıklarımızı ve daha fazlasını üretecek olanakları gördük.

518 *Mr. GOMPERTZ on the nature of the function*

the contrary appears to take place at certain periods) it would follow that the number of living out of a given number of persons at a given age, at equal successive increments of age, would decrease in a greater ratio than the geometrical progression, and then the chances against the knowledge of any one having arrived to certain defined terms of old age might increase in a much faster progression, notwithstanding there might still be no limit to the age of man.

Art. 5. If the average exhaustions of a man's power to avoid death were such that at the end of equal infinitely small intervals of time, he lost equal portions of his remaining power to oppose destruction which he had at the commencement of those intervals, then at the age x his power to avoid death, or the intensity of his mortality might be denoted by $a q^x$, a and q being constant quantities; and if L_x be the number of living at the age x , we shall have $a L_x \times q^x \cdot \dot{x}$ for the fluxion of the number of deaths $= -(L_x)^{\cdot}$; $\therefore a b q^x = -\frac{\dot{L}_x}{L_x}$, $\therefore a b q^x = -\text{hyp. log. of } b \times \text{hyp. log. of } L_x$, and putting the common logarithm of $\frac{1}{b} \times$ square of the hyperbolic logarithm of $10 = c$, we have $c \cdot q^x =$ common logarithm of $\frac{L_x}{d}$; d being a constant quantity, and therefore L_x or the number of persons living at the age of $x = d \cdot \overline{g}^x$; g being put for the number whose common logarithm is c . The reader should be aware that I mean \overline{g}^x to represent g raised to the power q^x and not g^q raised to the x power; which latter I should have expressed by $\overline{g^q}^x$, and which would evidently be equal to g^{qx} . I take this opportunity to make this observation, as algebraists are sometimes not sufficiently precise in their notation of exponentials.

Resim 2. Gompertz'in 1825 tarihli makalesinden.

Gompertz 1825 tarihli makalesinde esas itibariyle ilerleyen yaş ile ölümden kaçınma veya ölüm oranı arasındaki ilişkiyi araştırmak amacıyla geliştirdiği teoreme göre: her yaş grubunda yaşama devam edenlerin sayılarının logaritmalarının farklarını aldığımızda farklar eşitse bu durumda o yaş gruplarında yaşayanların sayısı geometrik olarak artmaktadır. Teoremi bu şekilde kurduktan sonra o yıllarda elde bulunan yaşam istatistiklerinden bu teoremi ispatlamaktadır. Çok iyi matematik ve logaritma bilmektedir. Tüm çalışma bu yönde devam etmektedir. Yaşam tablolarındaki verilerden teoremin ispatından sonra aktüerya hesaplarında kullanılacak genel kabul görmüş esasları tespit etmiş olacaktır.

Gompertz'in 1825 tarihli makalesinde Gompertz denklemi

$$L_x = d g^{q^x} \tag{14}$$

şeklinde dir. Formül yaşın ilerlemesiyle hayatta kalan nüfus arasındaki ters orantılı ilişkiyi tespit etmektedir.

Bizim bu yazıdaki notasyonumuza çevirdiğimizde:

$$L_x = Y_{(t-T)}, d = Y_0 + (K - Y_0), g = b \text{ ve } q^c = e^{(-r(t-T))} \text{ olmak üzere}$$

$$Y_{(t-T)} = Y_0 + (K - Y_0)b^{EXP(-r(t-T))} \quad (15)$$

denklemler elde edilir.

Bu değişiklikten sonra yaptığımız istatistiksel testlerin tamamında 10. fonksiyondaki (ilk Gompertz fonksiyonu) sonuçların aynısını elde ettik.

15 numaralı denklemde $b=0.076$ 'dır. 10 numaralı fonksiyonda $Q=2.5773$ 'tür ve $EXP(-Q)=b$ 'dir.

Keiji Matsui'nin [21]'deki makalesinden aldığımız aşağıdaki fonksiyon ile yaptığımız istatistiksel test çalışmasında $a=0.0698$ ve $r=0.0271$ bulduk. $EXP(-0.0698/0.0271)=0.076$ olarak 15. fonksiyondaki b 'ye eşittir.

$$Y_{(t-T)} = Y_0 + (K - Y_0)EXP(-a/r)^{EXP(-r(t-T))} \quad (16)$$

15, 16 ve 10 numaralı fonksiyon sonuçları birbirini teyit etmektedir. Keyfiyet aşağıdaki tablodan da görülebilir.

Y=	45,508,683	1	$Y=N+(K-N)*b^{EXP(-r*(t-T))}$	Gompertz fonksiyonundan (15)
Y=	45,528,202	2	$Y=N+(K-N)*EXP(-a/r)^{EXP(-r*(t-T))}$	Gompertz-Keiji Matsui (16)
Y=	45,504,740	3	$Y=N+(K-N)*EXP(-Q)*EXP(-r*(t-T))$	Bu çalışmada kullanılan fonksiyon (10)
Y=	45,504,740	4	$Y=N+(K-N)*EXP(-Q)^{EXP(-r*(t-T))}$	Bu çalışmada kullanılan fonksiyon (alternatif şekil) (10)
Not: 4.nolu fonksiyon 3'ün bir ile benzeşimli halidir.				
a	0.06980			
N	13538351	a/r	2.57565	
K	113800000	EXP(-Q)	0.07598	
Q	2.5773	EXP(-2.577329)	0.0761	
b	0.076	EXP(-a/r)	0.0761	
r	0.0271	b	0.076	
t	1980			
T	1950			

Çalışmalarımızda ilimizi çeken logaritma esaslı bir Gompertz fonksiyon tanımı yine [20 ve 21]'deki yazılarda Japon yazar Keiji Matsui tarafından verilmektedir. Tıp kökenli olduğunu anladığımız yazar, internet üzerinden ulaşma imkânı bulunduğumuz iki yazısından birinde özgün Gompertz makalesindeki (1825) Carlisle mortalite tablosuna referansla rakamları kullanıp fonksiyon üzerinde çağdaş bir yorumda bulunmakta ve matematiksel bir yaklaşım getirmektedir. Japonların katkısı açıktır.¹⁹ Bu çalışma sırasında okuyup incelediğimiz başka hiçbir makalede Gompertz makalesinden alıntılara rastlamadık. Keiji Matsui ikinci makalesinde ise HCV (Hepatitis C virüsü)'nin büyümesi ve anti-viral terapi ile tedavi sürecinin Gompertz eğrisine uyumunu modellemiştir.

Yazarın çalışmasından esinlenerek matematiksel fonksiyonunu Türkiye nüfus verileri üzerinde kullanmayı uygun gördük. Yazar Keiji Matsui orijinal Gompertz fonksiyonuna göre aşağıdaki tanımları vermektedir. Yazara göre Gompertz fonksiyonu:

$$y = ab^{c^x}, \text{ veya } \ln G(t) = \ln G_{\max} * \exp(-a/k)^{\exp(-kt)}, \text{ bizim notasyonumuza göre ise}$$

$$\ln(Y_{(t-T)}) = \ln(Y_0) + (\ln(K) - \ln(Y_0))EXP(-a/r)^{EXP(-r(t-T))} \quad (17)$$

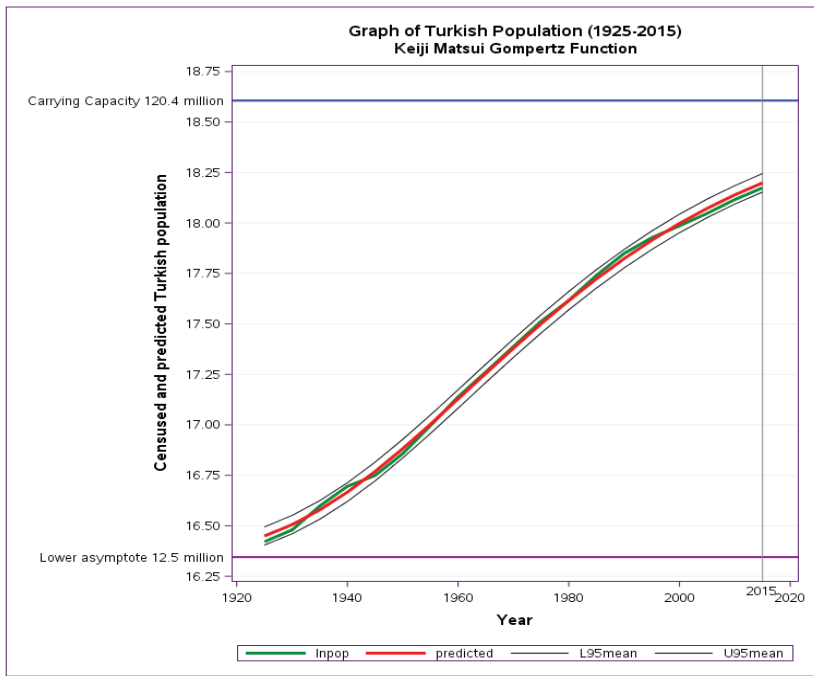
şeklinde. Model logaritmik değerler üzerinden çalışmaktadır. Esasen Gompertz de makalesinde

¹⁹ Michio Morishima matematiksel iktisat konusundaki eserlerini üniversite yıllarım ve sonrasında (1970'ler) okuyup faydalandığım önemli bir Japon iktisatçıdır. Morishima'nın matematiksel iktisatla yazılan birçok kitabıyla birlikte ünlü matematikçi John von Neumann'ın topoloji ile yazdığı 'Genel Ekonomik Denge Kuramını (1928)' günümüze aktaran yaklaşımı etkileyicidir. Keza Taro Yamane (Mathematics for Economists), Prentice-Hall Inc, 1962 yine gençlik yıllarımda okuma şansını bulduğum ve hâlâ istifade etmeye devam ettiğim kitabındaki sade ve öğretici üslubuyla hatırladığım bir Japon yazardır. Ünlü Japon iktisatçı ve matematikçi Hukukane Nikaido'yu da saygıyla anmam gerekir. Morishima gibi tüm Batılı iktisatçıların genel denge teoremlerini matematiksel modellerle ifade eden bir dâhidir. 'Convex Structures and Economic Theory' ve 'Introduction to Sets and Mappings in Modern Economics' iki ebedi eseridir. Yıl 2017, anlaşılan öğrenme geleneği Keiji Matsui ile hâlâ devam ediyor.

tüm ispatlarını logaritma üzerinden yapmaktadır. Bu modele göre yaptığımız istatistiksel testlerin tamamında başarılı sonuçlar almış bulunuyoruz. ‘Yakınsama kıstası/yineleme süreci’ başarılı olmuş ve taşıma kapasitesi 120 milyon kişi olarak bulunmuştur. Diğer özet istatistikler aşağıdaki tablo ve grafiktedir.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	2	5722.5	2861.3	6732921	<.0001
Error	17	0.00722	0.000425		
Uncorrected Total	19	5722.5			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	Skewness	Bias	Percent Bias
a	0.0966	0.00265	0.0910	0.1022	0.1025	0.000049
r	0.0305	0.000346	0.0297	0.0312	0.0304	2.507E-6



Grafik notu: Grafiğin dikey eksenı logaritmik değerlerle ifade edilmektedir. Buna rağmen klasik nüfus gelişimini rahatlıkla yansıtmaktadır. Taşıma kapasitesi 120,4 milyon kişidir.

Gompertz’in özgün yazısını yazdığından beri 192 yıl geçmiştir. Konu iki asır boyunca çok ayrıntılı olarak işlenmiş ve hala genişletilerek işlenmeye devam etmektedir. Fonksiyon çeşitli şekillerde tadil edilmiş sayısız istatistiğe uygulanmıştır²⁰. Bu çalışmamız sırasında bunları gördük. Gompertz fonksiyonuna dayalı tanımlamalardan sıhhatli sonuçlar almak için dikkatli test çalışmaları yaptık bunların birinde yapılacak hatalı girişin sonuçları değiştireceğini gördük. Matematiksel modellerin istatistiksel çalışmaya oturtulmadığı sürece kendi başına bir anlamı olmamaktadır. Bu istatistiksel çalışma da tüm sonuçlarıyla testleri geçmiş olmalıdır. Çalıştığımız fonksiyonlar alıştığımız basit en küçük kareler yöntemini kullanmamaktadır. Fonksiyonlar doğrusal değildir istatistik uygulamaları farklıdır. Doğrusal olmayan fonksiyonların incelenmesi istatistik biliminde çok ayrı bir yere sahiptir ve gelişiminin önemli bölümünü son yarım asırda göstermiştir. Standart istatistik kitaplarında

20 Gompertz fonksiyonu tarihi, uygulamaları ve referanslarıyla ilgilenenler çok güzel bir çalışma olan [24]’e bakabilirler.

bu bahisler ele alınmaz, hatta standart üniversite müfredatında da bulunmaz. Doğrusal olmayan fonksiyonlar ile ilgili yayınlar Dünya’da çok özel yayınevleri tarafından basılmaktadır, fiyatları yüksektir. Ulaşmak kolay değildir, her kütüphanede bulunmaz. Bilim pahalı bir disiplindir. Bedelini ödemek sonuçlarını görmek gerekir. Hiç şüphem yok ki yazısını yazdığı zaman istatistik disiplini gelişmiş olsaydı Gompertz gibi bir dâhi teoremini desteklemek için başarılı bir şekilde istatistiği kullanacaktı. Gompertz’den iki asır sonra internette okuma şansını yakaladığımız araştırmalardan çok azında istatistiksel test sonuçlarını gördük, onlarda da sınırlı sayıda testler olduğunu gördük. Çoğunda testleri hiç göremedik. Sadece elde edilen parametre değerleriyle izah edilen sonuçlar gördük. Bu tür yaklaşımların zayıf olduğunu düşündüğümüzden Türkiye nüfusu fonksiyonel analiz çalışmalarımızda ileri düzeyde ayrıntının ele alınmasını uygun gördük ve esas yazımızdaki bulgulara ilaveten bu ekteki açıklamaları yaptık.

Ek 2: Ricketts/Head fonksiyonu ve nüfus büyümesi fonksiyonu uygulamasıyla farkları

Kan basıncıyla kalp atışları arasındaki ilişkiyi analiz ettiği makalede Ricketts ve Head fonksiyonu parametreleri itibarıyla bizim burada uyguladığımızdan farklı uygulamışlardır. Bizim sembollerimizle makaledeki fonksiyon şöyledir:

$$Y(t) = L + \frac{K}{1 + f_t A + (1 - f_t) B} \quad (18)$$

$$A = e^{(Q_1(r-t))} \quad (18a)$$

$$B = e^{(Q_2(r-t))} \quad (18b)$$

$$f_t = \frac{1}{1 + e^{(\bar{C}_f(r-t))}} \quad (18c)$$

$$\bar{C}_f = \frac{2Q_1 Q_2}{|Q_1 + Q_2|} \quad (18d)$$

Burada; t: kan basıncı, Y: kalp atış sayısıdır. L: minimum asimptot, K: maksimum asimptot ve eğim parametreleri ve r dönüm noktası değeri olarak adlandırılmaktadır. 0 ile 1 arasında değişen, fonksiyonun ortasında () merkezleşen lojistik bir ağırlıklandırma fonksiyonudur. ve aynı işareti taşımak kaydıyla ’nin ortalama eğriliği ile tanımlanmaktadır. Fonksiyon kan basıncındaki değişimle kalp atışı arasındaki ilişkiyi tanımlamaktadır. İlişki üst asimptottan (K) yüksek kalp atışı ve düşük kan basıncı olarak başlamakta, kan basıncının artmasıyla kalp atışı düşmeye devam ederek alt asimptota (L) yaklaşmaktadır. Kan basıncı ile kalp atış sayısı arasındaki fonksiyon tespit edilirken r içsel büyüme oranı olarak değil, dönüm noktasındaki basınç değeri olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu haliyle nüfus eğrisinin simetrik tersi bir görünümündedir. Yazarlar e üssü olarak ve ’yi almakta, e’ye bir katsayı vermemektedirler. Ağırlık dağıtım fonksiyonunda da e üssü olarak alınmaktadır. Fonksiyon analiz edilen tıbbi olayın mahiyetine göre tanımlanmıştır. Fonksiyonun bu haliyle nüfus analizinde uygulanamamaktadır. Bu nedenle nüfus analizimize başlarken Ricketts/Head formülünden hareketle Wikipedia’daki [13] “generalised logistic function” tanımlamalarına uygun olarak T: esas yıl ve v: alometrik katsayının ilavesiyle, ve ’yi e çarpanları olarak alıp - terimini e üstü olarak tanımladık. Bu değişikliklerle fonksiyon başarılı neticeler verdi. Rickett/Head makalesindeki tanımlanmış haliyle nüfus analizinde başarılı bir uygulama elde edilmemektedir.

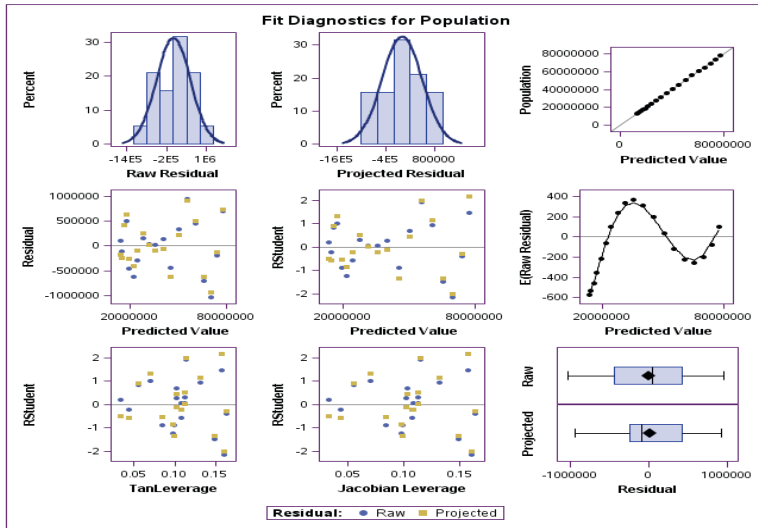
Ek 3: SAS NLIN Çıktısı, Verhulst Lojistik Fonksiyonu, Fonksiyon 1 (Turkpop1.sas)

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Verhulst logistic function**

The NLIN Procedure
Dependent Variable Population
Method: Newton

Iterative Phase			
Iter	r	Q	Sum of Squares
0	0.0470	21.7000	8.082E15
1	0.1092	21.7000	2.509E15
2	0.0599	6.6517	1.779E14
3	0.0483	5.0628	6.448E12
4	0.0493	5.2288	4.713E12
5	0.0493	5.2397	4.707E12
6	0.0493	5.2397	4.707E12

NOTE: Convergence criterion met.



Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	2	3.895E16	1.947E16	70334.8	<.0001
Error	17	4.707E12	2.769E11		
Uncorrected Total	19	3.895E16			

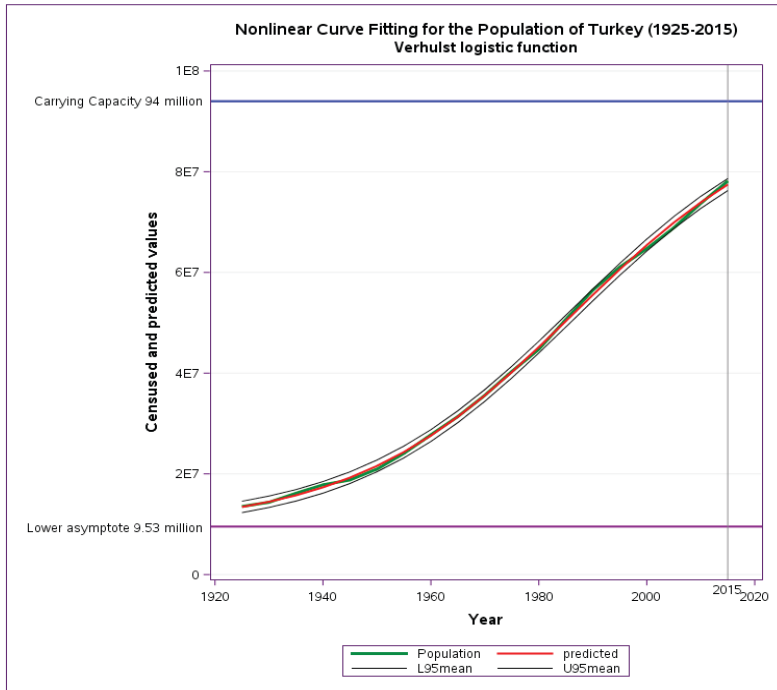
Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits	Skewness	Bias	Percent Bias
r	0.0493	0.000420	0.0484 0.0502	0.0241	2.335E-6	0.005
Q	5.2397	0.0780	5.0751 5.4043	0.0714	0.000991	0.019

Approximate Correlation Matrix		
	r	Q
r	1.0000000	0.8462741
Q	0.8462741	1.0000000

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0087
RMS Intrinsic Curvature	0.0056
Max Parameter-Effects Curvature	0.0466
RMS Parameter-Effects Curvature	0.0284
Curvature Critical Value	0.5277
Raw Residual Variance	277E9
Projected Residual Variance	309E9

Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Verhulst logistic function

Obs	Year	Population	predicted	L95mean	U95mean	residuals
1	1925	13538351	13434093.29	12305974.23	14562212.36	104257.71
2	1930	14350591	14462146.53	13328283.70	15596009.35	-111555.53
3	1935	16158018	15740036.67	14599402.58	16880670.76	417981.33
4	1940	17820950	17316597.05	16168444.97	18464749.13	504352.95
5	1945	18790174	19243714.82	18087858.87	20399570.77	-453540.82
6	1950	20947188	21572866.40	20409965.62	22735767.17	-625678.40
7	1955	24064763	24349778.41	23181505.59	25518051.22	-285015.41
8	1960	27755532	27607181.49	26436112.56	28778250.42	148350.51
9	1965	31391421	31356192.55	30185274.14	32527110.97	35228.45
10	1970	35605176	35577666.31	34409264.52	36748068.10	27509.69
11	1975	40347719	40215671.93	39050483.60	41380860.27	132047.07
12	1980	44737321	45175636.11	44012029.39	46339242.83	-438315.11
13	1985	50664458	50329155.97	49163520.96	51494798.98	335302.03
14	1990	56473035	55525837.59	54354045.96	56697629.23	947197.41
15	1995	61066689	60610214.42	59429526.82	61790902.02	456474.58
16	2000	64729000	65439890.47	64250272.79	66629508.16	-710890.47
17	2005	68861000	69900567.36	68704776.26	71096358.45	-1039567.36
18	2010	73723000	73914831.55	72717419.22	75112243.88	-191831.55
19	2015	78152000	77443810.70	76249706.32	78637915.08	708189.30



Ek 4: SAS NLIN Çıktısı, Ricketts/Head büyüme fonksiyonu, Fonksiyon 2 (Turkpop6.sas)

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Ricketts/Head growth function**

**The NLIN Procedure
Dependent Variable Population
Method: Newton**

Iterative Phase					
Iter	Q1e	r	Q2e	v	Sum of Squares
0	11.9900	0.1621	9.7222	4.3000	2.4E15
1	14.4086	0.1621	9.7222	4.2742	6.483E14
2	12.9284	0.1621	9.7222	3.6609	1.849E14
3	13.7121	0.1621	10.3086	4.1589	3.707E13
4	14.2356	0.1621	10.8945	4.5087	1.33E13
5	11.5098	0.1299	8.7575	3.6856	4.634E12
6	10.9742	0.1225	8.4062	3.5863	2.583E12
7	10.9512	0.1219	8.4110	3.5889	2.462E12
8	10.9524	0.1219	8.4133	3.6005	2.461E12
9	10.9524	0.1219	8.4134	3.6006	2.461E12

NOTE: Convergence criterion met.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	4	3.895E16	9.737E15	59341.3	<.0001
Error	15	2.461E12	1.641E11		
Uncorrected Total	19	3.895E16			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
Q1e	10.9524	0.5702	9.7370	12.1678	0.0741	0.0345	0.32
r	0.1219	0.00592	0.1093	0.1345	0.0936	0.000391	0.32
Q2e	8.4134	0.4524	7.4492	9.3776	0.0870	0.0275	0.33
v	3.6006	0.1932	3.1888	4.0123	0.0951	0.0117	0.32

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0746
RMS Intrinsic Curvature	0.0324
Max Parameter-Effects Curvature	0.4462
RMS Parameter-Effects Curvature	0.1989
Curvature Critical Value	0.5721
Raw Residual Variance	164E9
Projected Residual Variance	972E8

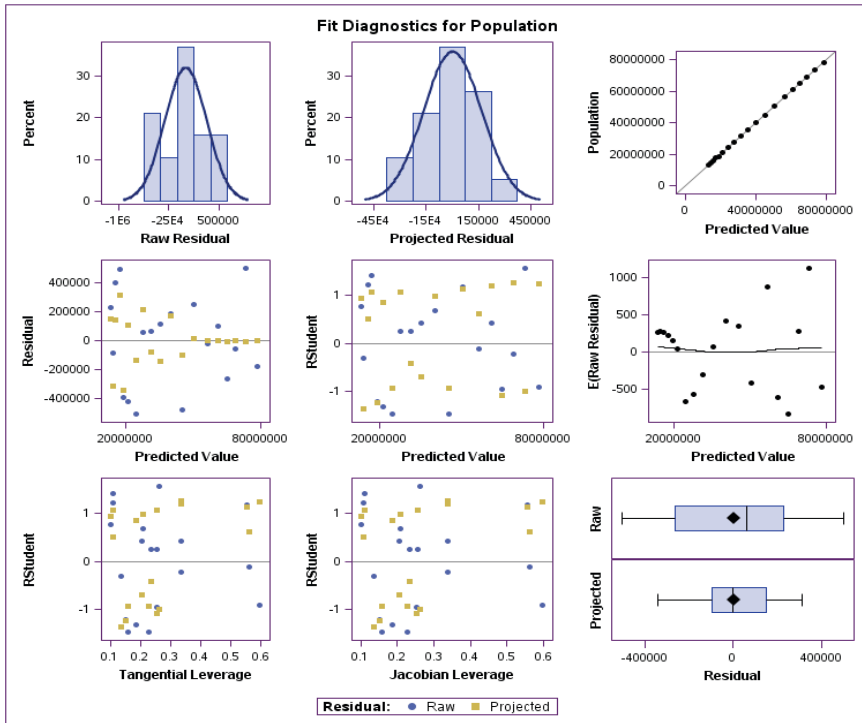
Ek 5: SAS NLIN Çıktısı, Ricketts/Head Büyüme Fonksiyonu, Fonksiyon 4 (Turkpop6b.sas)

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925–2015)
Ricketts/Head growth function (Two independent variable and iteratively reweighted)**

**The NLIN Procedure
Dependent Variable Population
Method: Newton**

Iterative Phase						
Iter	Q1e	r	Q2e	v	s	Weighted SS
0	11.9911	0.1121	9.7212	3.3541	0.0150	7.689E11
1	9.5356	0.0847	7.7592	2.6467	0.2261	8.075E11
2	9.9989	0.0895	8.0797	2.7593	0.2125	1.266E12
3	10.6820	0.0957	8.5873	2.9303	0.2184	1.231E12
4	11.2760	0.1018	9.0320	3.0829	0.2068	9.263E11
5	11.6536	0.1057	9.3282	3.1860	0.1979	1.038E12
6	12.0132	0.1099	9.6108	3.2912	0.1702	1.048E12
7	12.2500	0.1129	9.7969	3.3623	0.1477	1.024E12
8	12.3622	0.1143	9.8851	3.3966	0.1360	1.014E12
9	12.4059	0.1149	9.9194	3.4103	0.1310	1.011E12
10	12.4215	0.1151	9.9317	3.4153	0.1290	1.01E12
11	12.4270	0.1152	9.9360	3.4171	0.1283	1.01E12
12	12.4290	0.1152	9.9375	3.4178	0.1280	1.01E12
13	12.4297	0.1152	9.9381	3.4180	0.1279	1.01E12
14	12.4300	0.1152	9.9383	3.4181	0.1278	1.01E12
15	12.4301	0.1152	9.9384	3.4182	0.1278	1.01E12
16	12.4301	0.1152	9.9384	3.4182	0.1278	1.01E12
17	12.4302	0.1152	9.9384	3.4182	0.1278	1.01E12

NOTE: Convergence criterion met.



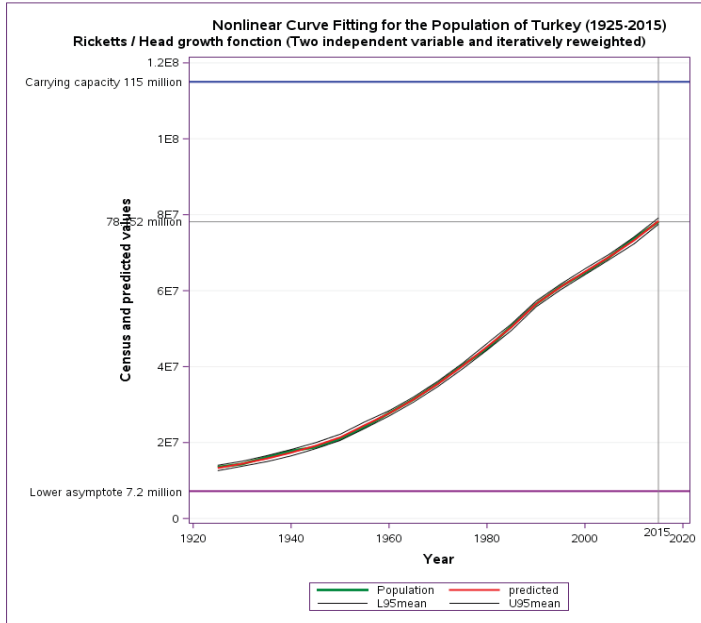
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	5	2.858E16	5.717E15	79251.2	<.0001
Error	14	1.01E12	7.213E10		
Uncorrected Total	19	2.858E16			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
Q1e	12.4302	0.5128	11.3303	13.5300	0.0720	0.0298	0.24
r	0.1152	0.00519	0.1041	0.1263	0.1249	0.000303	0.26
Q2e	9.9384	0.4182	9.0415	10.8353	0.0831	0.0244	0.25
v	3.4182	0.1531	3.0898	3.7465	0.1091	0.00860	0.25
s	0.1278	0.0458	0.0296	0.2260	-0.0510	-0.00042	-0.33

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0745
RMS Intrinsic Curvature	0.0250
Max Parameter-Effects Curvature	0.3819
RMS Parameter-Effects Curvature	0.1491
Curvature Critical Value	0.5814
Raw Residual Variance	721E8
Projected Residual Variance	684E8

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Ricketts/Head growth function (Two independent variable and iteratively reweighted)**

Obs	Year	Population	der	der2	predicted	L95mean	U95mean	residuals
1	1925	13538351	1	1	13310680.72	12597317.22	14024044.21	227670.28
2	1930	14350591	1	1	14431794.93	13765660.68	15097929.18	-81203.93
3	1935	16158018	1	1	15758015.05	14968169.46	16547860.64	400002.95
4	1940	17820950	1	1	17326222.32	16485174.40	18167270.23	494727.68
5	1945	18790174	1	1	19179222.44	18379039.41	19979405.47	-389048.44
6	1950	20947188	1	1	21365914.08	20538961.95	22192866.20	-418726.08
7	1955	24064763	2	2	24569986.98	23705206.88	25434767.07	-505223.98
8	1960	27755532	2	2	27695265.62	27004935.97	28385595.27	60266.38
9	1965	31391421	2	2	31326944.91	30640232.76	32013657.07	64476.09
10	1970	35605176	2	2	35490579.59	34789878.63	36191280.56	114596.41
11	1975	40347719	2	2	40158635.79	39427090.93	40890180.64	189083.21
12	1980	44737321	2	2	45211430.22	44339421.42	46083439.02	-474109.22
13	1985	50664458	2	2	50410375.55	49549874.83	51270876.28	254082.45
14	1990	56473035	3	3	56494560.11	55747901.63	57241218.60	-21525.11
15	1995	61066689	3	3	60963180.32	60230300.89	61696059.75	103508.68
16	2000	64729000	3	3	64992501.86	64215934.43	65769069.30	-263501.86
17	2005	68861000	3	3	68914756.47	68205568.17	69623944.76	-53756.47
18	2010	73723000	3	3	73221116.00	72320245.77	74121986.24	501884.00
19	2015	78152000	3	3	78328483.64	77493569.31	79163397.97	-176483.64



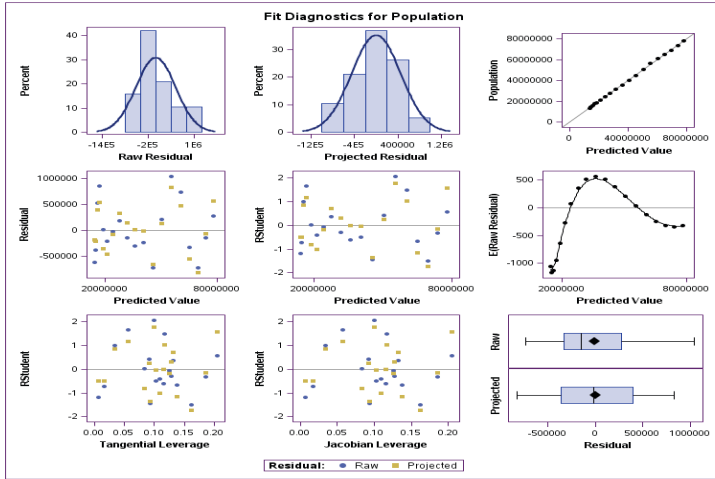
Ek 6: SAS NLIN Çıktısı, Gompertz büyüme fonksiyonu, Fonksiyon 1 (Turkpop2b.sas)

Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Gompertz growth function

The NLIN Procedure
Dependent Variable: Population
Method: Newton

Iterative Phase			
Iter	r	Q	Sum of Squares
0	0.0400	12.0000	9.052E15
1	0.0685	12.0000	3.15E15
2	0.0550	6.7546	1.962E15
3	0.0416	3.9281	8.49E14
4	0.0268	2.4012	6.20E13
5	0.0266	2.5256	6.291E12
6	0.0270	2.5741	4.603E12
7	0.0271	2.5773	4.797E12
8	0.0271	2.5773	4.797E12

NOTE: Convergence criterion met.



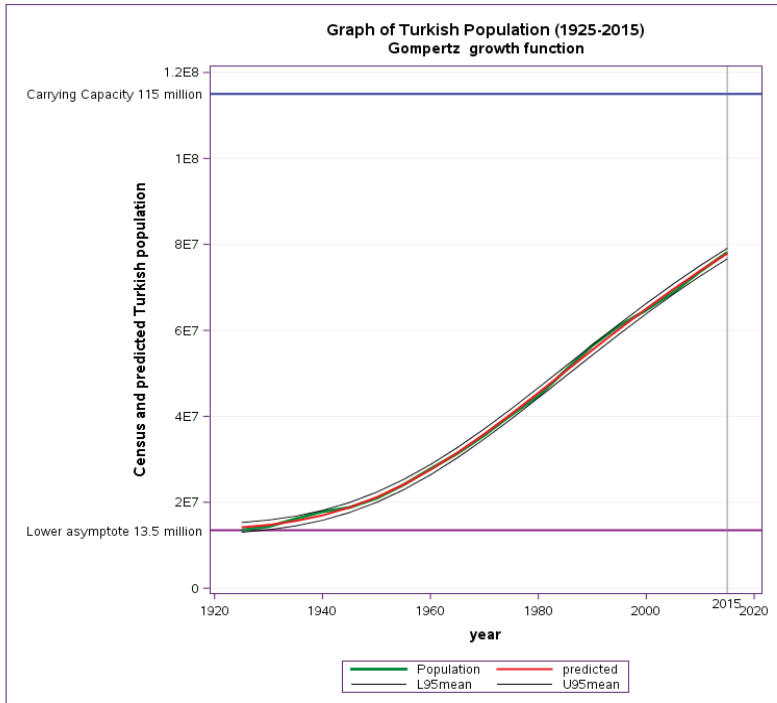
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	2	3.895E16	1.947E16	69010.7	<.0001
Error	17	4.797E12	2.822E11		
Uncorrected Total	19	3.895E16			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
r	0.0271	0.000230	0.0266	0.0276	0.0236	1.226E-6	0.005
Q	2.5773	0.0230	2.5289	2.6258	0.0560	0.000227	0.009

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0148
RMS Intrinsic Curvature	0.0090
Max Parameter-Effects Curvature	0.0343
RMS Parameter-Effects Curvature	0.0210
Curvature Critical Value	0.5277
Raw Residual Variance	282E9
Projected Residual Variance	264E9

Nonlinear Curve Fitting for Turkey Population (1925-2015) Gompertz growth function

Obs	year	Population	predicted	L95mean	U95mean	residuals
1	1925	13538351	14167572.65	13042749.93	15292395.37	-629221.65
2	1930	14350591	14734038.13	13603742.47	15864333.79	-383447.13
3	1935	16158018	15633108.57	14493609.37	16772607.78	524909.43
4	1940	17820950	16956735.94	15804515.82	18108956.06	864214.06
5	1945	18790174	18781377.87	17614700.00	19948055.73	8796.13
6	1950	20947188	21156087.50	19976141.59	22336033.41	-208899.50
7	1955	24064763	24095091.04	22905995.68	25284186.40	-30328.04
8	1960	27755532	27575990.20	26383583.89	28768396.52	179541.80
9	1965	31391421	31543214.78	30353184.77	32733244.78	-151793.78
10	1970	35605176	35915293.23	34731416.68	37099169.77	-310117.23
11	1975	40347719	40594082.10	39417202.79	41770961.42	-246363.10
12	1980	44737321	45474210.07	44302220.80	46646199.35	-736889.07
13	1985	50664458	50451434.53	49280144.34	51622724.73	213023.47
14	1990	56473035	55429157.82	54253630.39	56604685.24	1043877.18
15	1995	61066689	60322846.83	59138707.09	61506986.57	743842.17
16	2000	64729000	65062465.01	63866799.02	66258131.00	-333465.01
17	2005	68861000	69593241.52	68384957.24	70801525.80	-732241.52
18	2010	73723000	73875192.01	72654918.75	75095465.26	-152192.01
19	2015	78152000	77881803.94	76651508.11	79112099.77	270196.06



Ek 7: SAS NLIN Çıktısı, Gompertz büyüme fonksiyonu, Fonksiyon 2 (Turkpop2c.sas)

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Gompertz growth function (Two variable and iteratively reweighted)**

**The NLIN Procedure
Dependent Variable Population
Method: Newton**

Iterative Phase				
Iter	Qe	Re	s	Weighted SS
0	1.1890	-3.3800	0.0500	2.037E12
1	1.0696	-3.5699	0.0500	4.605E12
2	0.9032	-3.6139	-0.0263	3.205E12
3	0.9489	-3.6263	-0.00008	3.057E12
4	0.9748	-3.6394	0.0170	2.789E12
5	0.9821	-3.6430	0.0217	2.764E12
6	0.9840	-3.6439	0.0230	2.763E12
7	0.9845	-3.6442	0.0233	2.763E12
8	0.9847	-3.6442	0.0234	2.763E12
9	0.9847	-3.6443	0.0234	2.763E12
10	0.9847	-3.6443	0.0234	2.763E12
11	0.9847	-3.6443	0.0234	2.763E12
12	0.9847	-3.6443	0.0234	2.763E12

NOTE: Convergence criterion met.

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	3	2.918E16	9.725E15	56322.7	<.0001
Error	16	2.763E12	1.727E11		
Uncorrected Total	19	2.918E16			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
Qe	0.9847	0.0223	0.9375	1.0319	0.0111	0.000057	0.006
Re	-3.6443	0.0168	-3.6798	-3.6087	-0.0423	-0.00011	0.003
s	0.0234	0.0143	-0.00693	0.0538	0.00183	8.011E-6	0.034

Approximate Correlation Matrix			
	Qe	Re	s
Qe	1.0000000	-0.7056069	0.9404694
Re	-0.7056069	1.0000000	-0.8913110
s	0.9404694	-0.8913110	1.0000000

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0085
RMS Intrinsic Curvature	0.0077
Max Parameter-Effects Curvature	0.1114
RMS Parameter-Effects Curvature	0.0500
Curvature Critical Value	0.5557
Raw Residual Variance	173E9
Projected Residual Variance	73E9

Ek 8: SAS NLIN Çıktısı, Gompertz hiperbolik büyüme fonksiyonu, Fonksiyon 4 (Turkpo-

p2arsinhwe.sas)

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Gompertz hyperbolic growth function (Iteratively reweighted)**

**The NLIN Procedure
Dependent Variable Population
Method: Newton**

Iterative Phase				
Iter	r	Q	c	Weighted SS
0	0.0240	1.0100	0.0110	2.322E12
1	0.0239	1.0177	0.0136	1.507E12
2	0.0241	1.0188	0.0129	1.423E12
3	0.0242	1.0189	0.0124	1.389E12
4	0.0243	1.0189	0.0121	1.37E12
5	0.0243	1.0188	0.0120	1.36E12
6	0.0243	1.0187	0.0119	1.354E12
7	0.0244	1.0187	0.0119	1.351E12
8	0.0244	1.0187	0.0119	1.349E12
9	0.0244	1.0187	0.0119	1.348E12
10	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
11	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
12	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
13	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
14	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
15	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
16	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
17	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12
18	0.0244	1.0186	0.0119	1.347E12

NOTE: Convergence criterion met.

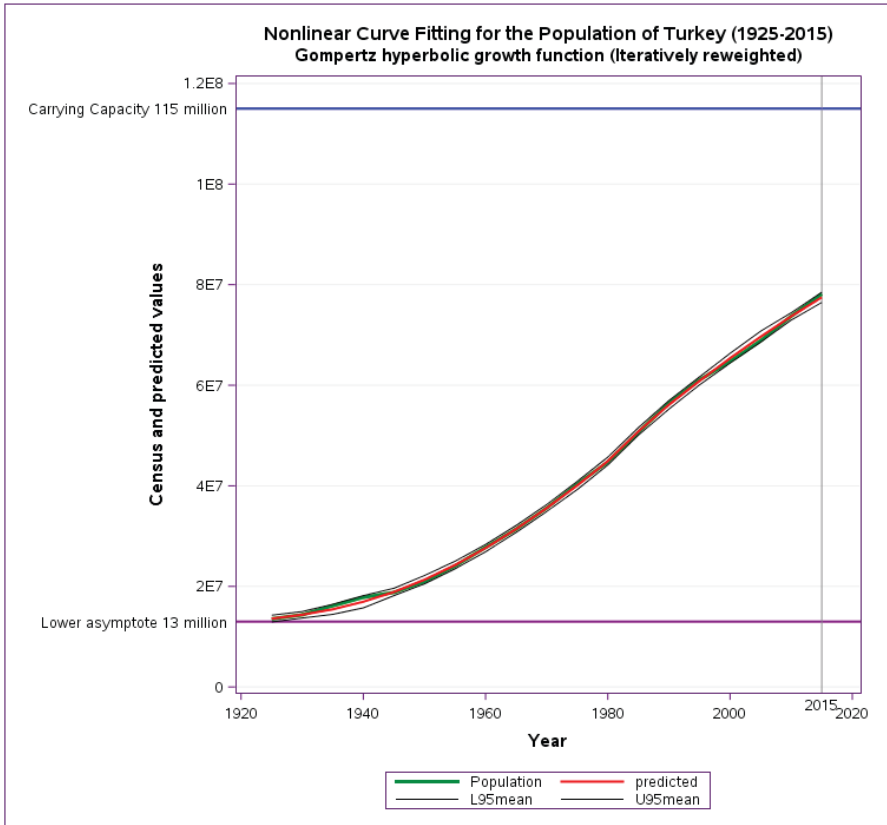
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Approx Pr > F
Model	3	2.491E16	8.304E15	98647.7	<.0001
Error	16	1.347E12	8.418E10		
Uncorrected Total	19	2.491E16			

Parameter	Estimate	Approx Std Error	Approximate 95% Confidence Limits		Skewness	Bias	Percent Bias
r	0.0244	0.000410	0.0235	0.0252	0.0241	2.134E-6	0.009
Q	1.0186	0.00284	1.0126	1.0247	0.00824	6.365E-6	62E-5
c	0.0119	0.00240	0.00681	0.0170	-0.0107	-8.59E-6	-0.07

Global Nonlinearity Measures	
Max Intrinsic Curvature	0.0179
RMS Intrinsic Curvature	0.0081
Max Parameter-Effects Curvature	0.0165
RMS Parameter-Effects Curvature	0.0083
Curvature Critical Value	0.5557
Raw Residual Variance	842E8
Projected Residual Variance	123E9

**Nonlinear Curve Fitting for the Population of Turkey (1925-2015)
Gompertz hyperbolic growth function (iteratively reweighted)**

Obs	Year	Population	predicted	L95mean	U95mean	residuals
1	1925	13538351	13596379.67	12924998.17	14267761.16	-58028.67
2	1930	14350591	14352669.82	13702727.89	15002611.76	-2078.82
3	1935	16158018	15447493.54	14447470.18	16447516.91	710524.46
4	1940	17820950	16945758.87	15726464.87	18165052.86	875191.13
5	1945	18790174	18896668.82	18167719.77	19625617.88	-106494.82
6	1950	20947188	21327772.51	20502836.80	22152708.22	-380584.51
7	1955	24064763	24242157.00	23494567.42	24989746.58	-177394.00
8	1960	27755532	27619139.72	26888611.51	28349667.94	136392.28
9	1965	31391421	31418426.39	30725620.79	32111232.00	-27005.39
10	1970	35605176	35588167.01	34884047.72	36292286.30	17008.99
11	1975	40347719	40081259.66	39266494.13	40896025.19	266459.34
12	1980	44737321	44916238.95	44127994.23	45704483.66	-178917.95
13	1985	50664458	50825086.15	50083781.68	51566390.61	-160628.15
14	1990	56473035	56116460.99	55263795.56	56969126.42	356574.01
15	1995	61066689	60866444.11	60073436.71	61659451.50	200244.89
16	2000	64729000	65372430.83	64396419.32	66348442.35	-643430.83
17	2005	68861000	69650312.70	68547751.19	70752874.21	-789312.70
18	2010	73723000	73690197.34	72961839.54	74418555.14	32802.66
19	2015	78152000	77481303.72	76467298.30	78495309.15	670696.28



MAKALE YAZIM KURALLARI

1. İstanbul Üniversitesi İktisat Fakültesi Ekonometri Bölümü tarafından yayımlanan *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*, akademik bir dergidir. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*'ne gönderilmiş makaleler çift-kör hakemlik sistemi kullanılarak değerlendirilmektedir.
2. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*'ne başvurusu yapılan makaleler, Yayın Kurulu tarafından ön değerlendirmeye tabi tutulur ve uygun görüldüğü takdirde iki ayrı hakeme gönderilir. Yayın Kurulu, hakemlerden gelen yanıtlara göre makalenin yayına kabul edilmesine, reddedilmesine, ya da gözden geçirilmek üzere yazara geri gönderilmesine karar verir. Yazarın gözden geçirip tekrar başvuruda bulunduğu makalenin yayınlanıp yayınlanmayacağına Yayın Kurulu karar verir. Reddedilen makalelerin yazarlarına sürece dair bilgilendirme yapılmaktadır.
3. *Ekonometri ve İstatistik e-Dergisi*'ne gönderilecek makaleler, daha önce yayınlanmamış veya başka herhangi bir yerde yayın sürecine girmemiş olmalıdır. Makalelerin araştırma ve yayın etiğine uygun biçimde hazırlanmış olmasına özen gösterilmelidir.
4. Yazarın haklarını ve derginin bütünlüğünü korumak için intihal iddiaları veya suistimalleri sürekli olarak araştırılmaktadır. Dergiye gönderilen makaleler intihal programı ile taranmaktadır.
5. Elektronik başvurular <https://mc04.manuscriptcentral.com/ekoist> adresinden kabul edilmektedir.
6. Makale yazım kuralları ana hatlarıyla aşağıda belirtilmiştir, daha detaylı bilgiye Dergi web sitesinden ulaşılabilir. <http://ekoist.istanbul.edu.tr/tr/>

Genel Biçim Özellikleri	
Yazı Tipi	Bütün metinde 10 punto Times New Roman yazı karakteri kullanılır.
Sayfa Yapısı	A4 boyutlarındaki kâğıda; <ul style="list-style-type: none">• üst, alt, sağ ve sol boşluk 2,5 cm (0.98 inç)• iki yana dayalı• satır sonu tirelemesiz Çalışmalar tek sütun olarak hazırlanmalıdır. Paragraf başlarında 0,5 cm girinti konmalıdır.
Paragraf Yapısı	Paragraf sekmesinde girintiler bölümünde; <ul style="list-style-type: none">• önce ve sonra alanı 6 pt (0,6 line)• satır aralığı 1,5 olmalıdır.
Sayfa Sınırı	Yukarıdaki şablona göre hazırlanmış bir çalışma 25 sayfayı (10000 kelimeyi) aşmamalıdır.

Tablolar, Şekiller ve Ekler	
Tablo ve Şekiller	Tablo, şekil, resim, grafik vb. unsurlar metin içerisinde yer almalıdır. Çalışmanın sonunda ayrıca verilmemelidir. Tablo ve şekillerde genel şablonun dışında paragraf sekmesinde girintiler bölümünde; <ul style="list-style-type: none">• önce ve sonra alanı 0,• satır aralığı Tek olmalıdır.
Ekler	Her bir ek, kaynağından sonra ayrı sayfalarda verilmelidir.
Diğer	p değerini sadece tablo dışında gösteriniz. Tablo içerisinde ayrı bir p sütunu oluşturmayınız. Metin içindeki p değerlerini italik olarak gösteriniz.

Başvurunun Bölümleri	
Başlık	Makale başlığı bold ve sayfaya ortalı olmalıdır.
Yazar İsimleri	Yazar isimlerini başvuru dosyasına kesinlikle eklemeyiniz. Yazar isimleri yer alan başvurular işleme alınmaz ve iade edilir.
Öz	Gönderilen makaleler Türkçe ve yabancı dilde "başlık (title)", "öz (abstract)" içermelidir. Özler 150 ile 200 kelime arasında olmalıdır. Özde atıf kullanılmamalıdır.
Anahtar Kelimeler	Makalelerde konuyu tanımlayan Türkçe ve İngilizce "anahtar kelimeler" bulunmalıdır. 3-8 kelime arasında olmalıdır.
Ana Metin	Ana metnin nasıl görüneceğine dair örnek bir metin için lütfen ekoist dergisinin web sayfasını inceleyiniz.
Kaynakça	Dergiye gönderilen yazılarda referans sistemi <i>Publication Manual of the American Psychological Association</i> APA (6. Baskı) yazım kurallarına uygun hazırlanmalıdır. Detaylı bilgi için bkz. http://www.apastyle.org/manual/index.aspx

Başlık Sistemi	
Başlık Oluşturma	Birinci ve ikinci düzeydeki başlıkları oluşturan kelimelerin ilk harfleri büyük yazılmalıdır (istisna: ve, ile, de, mi gibi ekler her zaman küçük harfle yazılır). Tablo ve şekil başlıkları da bu kurala göre düzenlenmelidir.
Temel Başlıklar	Çalışmanın başlığı ve temel başlıklar (Yöntem, Bulgular, Tartışma) ortalı ve bold yazılır (Giriş bölümüne Giriş başlığı konulmaz).
İkinci Düzey Başlık	Sola dayalı ve bold yazılır. Kendinden önceki paragraftan bir satır boşluk ile ayrılır.
Üçüncü Düzey Başlık	Sola dayalı, 0,5 cm içerden ve bold yazılır. Sadece ilk kelime büyük harfle başlar; geri kalanlar küçük harfle devam eder. Sonuna nokta konur ve paragraf başlığın hizasından devam eder. Kendinden önceki paragraftan satır boşluğu ile ayrılır.
Dördüncü Düzey Başlık	Sola dayalı, 0,5 cm içerden, bold ve italik yazılır. Sadece ilk kelime büyük harfle başlar; geri kalanlar küçük harfle devam eder. Sonuna nokta konur ve paragraf başlığın hizasından devam eder. Kendinden önceki paragraftan satır boşluğu ile ayrılır.
Beşinci Düzey Başlık	Sola dayalı, 0,5 cm içerden ve italik yazılır. Sadece ilk kelime büyük harfle başlar; geri kalanlar küçük harfle devam eder. Sonuna nokta konur ve paragraf başlığın hizasından devam eder. Kendinden önceki paragraftan satır boşluğu ile ayrılır.
Tablo ve Şekil Başlıkları	Tablo ve Şekil ifadeleri (Tablo 1., Şekil 1. gibi) bold biçimde kullanılır. Tablo ve şekil başlıklarını oluşturan kelimelerin ilk harfleri büyük ve başlık italik olarak yazılır.

NOTES FOR CONTRIBUTORS

1. *Econometrics and Statistics e-Journal*, published by İstanbul University Department of Econometrics is an academic journal. The articles sent to *Econometrics and Statistics e-Journal* are evaluated using the double-blind review system.
2. The articles submitted for publication are first examined by the Journal Manager and Chief Editor in regard to the suitability of their goals, subject, content, presentation style and compliance to the journal's writing rules. Articles that have passed the preliminary evaluation process are sent to two referees that are expert in the specific field of the study. If the views of the referees on the work are at odds, then a third referee will be consulted. According to the reports of the referees the Editorial Management either accepts or rejects the article. The authors of the rejected articles are notified regarding the procedure.
3. The articles submitted for publication should not have been published nor submitted to another journal/editorial book previously. The articles should be composed in accordance with the international research and publication ethics standards.
4. Plagiarism allegations or abuses are constantly being investigated in order to protect the rights of authors and integrity of the journal. Submitted papers to the journal are examined by the plagiarism prevention program.
5. *Econometrics and Statistics e-Journal* accepts the submissions through ScholarOne Manuscripts <https://mc04.manuscriptcentral.com/ekoist>
6. The guideline for general format properties is as follows. Further details are available at <http://ekoist.istanbul.edu.tr/en/>

General Format Properties

Font	The font used in the entire manuscript should be Times New Roman, font size 10.
Page Layout	In a A4 paper, page margins for bottom, top, right, and left should be pre-set as 0.98 inch. Text should be justified with no hyphenation breaks in words at the end of a line. Text should be typed as a single-column document. Paragraphs and headings should not be indented, but aligned with the main text.
Paragraph Format	Paragraph indents should be pre-set in the tabs section as follows: <ul style="list-style-type: none"> • before and after: 6 pt • line spacing: 1.5
Page Limit	Manuscripts prepared in compliance with the guidelines should not exceed 25 pages (10.000 words).

Tables, Figures and Appendices

Tables and Figures	Tables, figures, pictures, graphics, and similar aspects should be embedded in the text, and not provided as appendices. Under the Paragraph tab, ensure that the indentation is as follows: <ul style="list-style-type: none"> • before and after: 0 • spacing: Single Tables and figures should be left aligned, and the text wrapping feature should be turned off.
Appendices	Each appendix should be displayed on a separate page after the references section.
Other	Show p value only outside the table. Do not create a separate p column in the table. Show p values in text in italics.

Manuscript Sections

Title	Article titles should be boldfaced and centered.
Author's name	The names of all authors and their institutions should not be included in the main document.
Abstract	Submitted articles should include Turkish and English title and abstract. The abstracts should be between 150 and 200 words. No citations should appear in the abstract.
Keywords	The articles should include Turkish and English keywords which present the scope and content of the text. The keywords should be between 3 and 8 words.
Main Text	Please look at the samples which are available at the journal's website for an example of how the main text will look.
Citations and References	The journal uses <i>Publication Manual of the American Psychological Association</i> (Notes and Bibliography). For further details see http://www.apastyle.org/manual/index.aspx

Levels of Heading

The Heading Style	First letters of the first and second levels should be capitalized. (Exception: conjunctions such as and, or, but should be in lowercase) Table and figure headings should also be arranged according to this rule.
Main headings (i.e. Methodology, Results etc.)	Title of the work and basic topics (Methods, Findings, Discussion) centered and bold written (no entry heading in the entrance section).
Second level headings	Flush left, boldface, separated with a line spacing from the previous paragraph.
Third level headings	Flush left, boldface with a 0,5 cm indentation, lowercase paragraph heading ending with a period (Only the first letter is capitalized), not separated with a line spacing from the previous paragraph.
Fourth level headings	Flush left, boldface, italicized, with a 0,5 cm indentation, lowercase paragraph heading ending with a period (Only the first letter is capitalized), not separated with a line spacing from the previous paragraph.
Fifth level headings	Flush left, italicized, with a 0,5 cm indentation, lowercase paragraph heading ending with a period (Only the first letter is capitalized), not separated with a line spacing from the previous paragraph.
Table and figure headings	Table and figure expressions (Table 1, Figure 1) are used in bold format. The first letters of the table and figure headings are written large and the title is written in italics.