



İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya
Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences
IDIA 15, 2022, 2, 34-47
Geliş/Received:11.09.2022, Kabul/Accepted: 23.12.2022
Araştırma Makalesi / Research Article

Çarpık normal dağılımlı AR(1) modeli için dayanıklı kontrol kartları

Arzu Altın Yavuz
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi,
İstatistik Bölümü,
26040, Eskişehir, Türkiye
aaltin@ogu.edu.tr
 0000-0002-3277-740X

Hilal Akdoğan
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi,
Fen Bilimleri Enstitüsü,
26040, Eskişehir, Türkiye
akdogannhilall@gmail.com
 0000-0002-2923-4252

Özet

Literatürde hem otokorelasyon problemini hem de normal olmayan dağılımlara ilişkin süreç kontrolünü ele alan çok az çalışma mevcuttur. Bu çalışmada her iki problemi aynı anda ele alan AR(1) sürecine uygun çarpık normal dağılımlı veriler için kalite kontrol grafikleri incelenmiştir. Ele alınan tüm kontrol kartları ARL değerlerine dayalı bir simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, sağlam S_n tahmin edicisine dayalı kontrol grafiğinin kullanılmasının yanlış alarm olasılığını azalttığı tespit edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Çarpık normal dağılım, Kontrol kartı, Otokorelasyon, Sağlam tahmin ediciler.

Abstract

Robust control charts for Ar(1) model with skew normal distribution

There are very few studies in the literature that address both the autocorrelation problem and the process control of non-normal distributions. In this study, we examined quality control charts for skewed normal distribution data in accordance with the AR(1) process, which handles both problems simultaneously. We compared the considered control charts over a simulation study that is based on ARL values. As a result, we found that the use of the control chart based on the robust S_n estimator reduces the probability of false alarms.

Keywords: Skew normal distribution, Control chart, Autocorrelation, Robust estimator.

1.Giriş

Genel olarak kalite kontrol çalışmaları istatistiksel süreç kontrolü, kabul örnekleme ve deney tasarımı şeklinde üç alandan oluşmaktadır. İstatistiksel süreç kontrolünde bir sürecin belirli bir çıktısının değişkenliğini ölçmek ve kontrol altında tutulmasını sağlamak amaçlanmaktadır [1]. İstatistiksel süreç kontrolünde pareto ve neden-sonuç diyagramı, tabakalama analizi, beyin fırtınası gibi çeşitli yöntemler

bulunmasına rağmen, tasarımlarının ve kullanımlarının görsel olarak anlaşılmalardaki kolaylık nedeniyle kalite kontrol grafikleri yaygın kullanıma sahiptir [2,3]. Literatürdeki ilk kontrol grafiği 1931'de Walter A. Shewhart tarafından önerilmiştir ve Shewhart grafiği olarak adlandırılmıştır [4,5]. Kalite kontrol grafikleri, sürecin önceki gözlemlerinden hareketle oluşturulan sınırlara göre sürecin şu andaki durumunu tespit etmeye yarayan grafiklerdir [6].

Geleneksel kalite kontrol grafiklerinin temel varsayımı sürecin gözlemlerinin bağımsız, aynı ortalamalı normal dağılıma sahip olmasıdır. Fakat, çoğu uygulamalarda normallik varsayımı geçerli olmayabilir. Bu durumda, çarpık anakitleleri kontrol edebilmek için üç yaklaşım önerilmektedir. Bunlardan ilki, örnek ortalamasının yaklaşık olarak normal dağılması için örnek boyutunu arttırmaktır. Ancak bu işlem genellikle pahalıdır [7]. İkincisi, temelde olan dağılımın bilindiğini ve istenen yanlış alarm oranlarını veren kesin kontrol grafiklerini oluşturduğu varsayılmaktadır. Fakat, temel dağılım bilinmiyorsa bu yöntem kullanılamaz [7]. Üçüncüsü, asimetrik kontrol sınırlarını kullanan yaklaşımlardır.

Çarpık anakitleleri kontrol edebilmek için önerilen asimetrik kontrol yöntemlerinden ilki Choobineh ve Ballard (1987) tarafından tanımlanan ve Choobineh ve Branting' in (1986) yarı varyans yaklaşımına dayanan Ağırlıklı Varyans (AV) yöntemidir. Bu yöntemde, çarpık dağılımlar için örneklem ortalamalarının ve değişim aralıklarının standart sapmasına dayanarak asimetrik kontrol sınırları elde etmişlerdir. Bai ve Choi (1995) de Ağırlıklı Standart Sapmalar (ASS) yöntemini kullanarak \bar{X} ve R grafiklerini oluşturmak için bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem, çarpık dağılımlar için \bar{X} , birikimli toplam ve üstel ağırlıklı hareketli ortalama kontrol grafiklerini oluşturmak ve standart sapmayı iki parçaya ayırarak kontrol limitleri elde etmek için kullanılır. Chan ve Cui (2003) tarafından \bar{X} ve R grafiğini oluşturmak için önerilen ve dağılım üzerinde herhangi bir varsayım olmaksızın süreç dağılımının çarpıklık derecesi dikkate alan diğer bir yöntem ise Düzeltilmiş Çarpıklık (DÇ) yöntemidir.

Kontrol grafiklerinin dayandığı diğer bir varsayım süreç verilerinin birbirinden bağımsız olmasıdır. Ancak özellikle bağımsızlık şartı uygulamada çok gerçekçi değildir. Özellikle günümüzde sanayi 4.0 çalışmaları ile birlikte kalite kontrol için yüksek hızda, otomatik ve sık alınan numuneler nedeniyle veriler arasında otokorelasyon söz konusudur. Ayrıca, kimya endüstrisinde olduğu gibi sürecin doğası gereği otokorelasyon ile karşılaşılabilen süreçler mevcuttur. Otokorelasyonlu bir süreç için geleneksel kalite kontrol grafikleri kullanıldığında, tahmin edilen parametre değerleri hatalı olmakta, yanlış alarm oranları yükselmekte ve süreç kaymaları geç tespit edilebilmektedir. Otokorelasyonlu veriler için EWMA, EWMAST, DFTC gibi kalite kontrol grafikleri geliştirilmiştir. Ancak artık kontrol grafikleri en eski ve kullanım kolaylığı nedeniyle en çok tercih edilen süreç kontrol yöntemidir. CUSUM ve EWMA, geçmiş verilere daha az ağırlık verdikleri için küçük kaymaları tespit etmek için uygundur. Ancak, büyük değişimlere Shewhart'a dayalı artık kontrol kartları kadar hızlı tepki veremezler [8]. Otokorelasyonlu veriler, artık kontrol grafiği oluşturularak kolayca analiz edilir ve otokorelasyon ortadan kaldırılabılır.

İlk artık kontrol çizelgesi, yani özel neden çizelgesi (special cause chart-SCC), Alwan ve Roberts tarafından 1988'de tanıtılmıştır. SCC çizelgesi, literatürde X artık çizelgesi olarak da bilinmektedir. Artık çizelgelerinde, tahmin hatalarının, yani artıkların istatistiksel olarak ilişkisiz olduğu varsayılır. Otokorelasyonlu gözlemlere uygun bir zaman serisi modeli belirlenir ve artıklar için bir kontrol grafiği çizilir. Bu nedenle, iyi bilinen tüm kontrol şemaları artık kontrol şemasına dönüştürülebilir. Artık grafiğinin temel avantajı, sürecin durağan olup olmamasına bakılmaksızın herhangi bir otokorelasyonlu veriye uygulanabilmesidir [9].

Ancak süreç verileri hem otokorelasyonlu hem de normal dağılımlı olmadığında problemin karmaşıklığı artmaktadır. Literatürde bu konuda sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Son dönemde çarpık normal dağılım, normal dağılımı da kapsaması nedeniyle kalite kontrol çalışmalarında oldukça öne çıkmaktadır. Çarpık normal dağılıma sahip süreç ortalaması için iki yeni kontrol kartı ve süreç yetenek oranları geliştirilmiştir [10,11,12,13]. Çarpık normal dağılımın bazı özellikleri kullanılarak, uygulamalarda kullanım kolaylığı sağlanmıştır. Endüstriyel süreçler incelenirken çarpık normal ve iki değişkenli normal süreçler için bazı kontrol kartları geliştirilerek performansları analiz edilmiştir [14].

Ayrıca, otokorelasyon varlığında örnek verilerin ortalamalarının farklı özellikleri incelenerek, istatistiksel süreç kontrolü için öneriler sunulmuştur. Gözlemleri atlayarak ayrılmış küçük veri gruplarının ortalamaları dikkate alınarak otokorelasyon süreçlerinin izlenmesi önerilmiştir [15]. AR(1) süreci için elde edilen bu sonuçlar kullanılarak, atlama olmadan da çok daha büyük veri setleri için iyi performans elde edilebileceği gösterilmiştir [16]. AR(1) modeli için çeşitli artık kontrol kartlarının karşılaştırması yapılmıştır [9]. Otokorelasyonun grafik performansı üzerindeki etkisini azaltmak ya da ortadan kaldırmak için bir kontrol grafiği önerilmiştir [17]. AR(1) modelinde normal dağılıma uygun olmayan veriler için kontrol grafiklerinin güç fonksiyonu üzerindeki etkisi incelenmiştir [18]. Medyan mutlak sapma tahmin edicisine (MAD) dayalı kontrol grafiğinin performansı çarpık normal dağılım için mevcut kontrol grafiklerinin performanslarıyla karşılaştırılmıştır [19].

Bu çalışmanın amacı, çarpık normal dağılımdan gelen otokorelasyonlu veri setleri için kalite kontrol kartlarının performansını karşılaştırmaktır. Bu amaçla çarpık normal dağılım için kesin kontrol sınırları ve AV, ASS, DÇ yöntemlerine ek olarak, sağlam ölçek tahmincilerine dayanan MAD, S_n , Q_n , çeyrekler arası değişim katsayısı, Gini, ölçegin Andrews M, iki ağırlıklı orta varyans tahmin edicileri ele alınmıştır. Otokorelasyonlu süreç olarak AR(1) modelinde artık kontrol grafikleri için kontrol limitleri belirlenmiştir. Bu kontrol grafiklerinin performansları ARL ölçüsüne dayalı olarak gerçekleştirilen bir simülasyon çalışmasıyla karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın ikinci bölümünde çarpık normal dağılım, üçüncü bölümde AR(1) modeline dayalı artık kontrol kartı tanıtılmıştır. Dördüncü ve beşinci bölümde literatürde var olan ve yeni önerilen tahmin yöntemleri tanıtılmıştır. Monte Carlo benzetim çalışmasının ardından, son bölümde önerilere yer verilmiştir.

2. Çarpık normal dağılım

Y rastgele değişkeni çarpık normal dağılıma sahip olsun. $Y \sim SN(\lambda, \delta^2, \alpha)$ olarak gösterilir ve olasılık yoğunluğu Eşitlik 1 de verildiği gibidir.

$$f(y; \lambda, \delta, \alpha) = \frac{2}{\delta} \phi\left(\frac{y-\lambda}{\delta}\right) \Phi\left(\alpha \frac{y-\lambda}{\delta}\right), \quad y \in \mathbb{R} \quad (\alpha, \lambda \in \mathbb{R}, \delta \in \mathbb{R}^+), \quad (1)$$

Burada λ konum, δ^2 ölçek ve α şekil parametresini, ϕ ve Φ ise sırasıyla, standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu (pdf) ve birikimli dağılım fonksiyonunu (cdf) göstermektedir. $\lambda = 0$ ve $\delta = 1$ ise, $SN(\alpha)$ ile gösterilen standart çarpık normal dağılımı elde edilir. Çarpıklık parametresi λ dağılımın şeklini kontrol etmektedir. $\lambda = 0$ olduğunda dağılım simetrik, $\lambda > 0$ olduğunda pozitif ve $\lambda < 0$ olduğunda negatif çarpık olmaktadır [14]. Çarpık normal dağılım, normal dağılımın birçok istatistiksel özelliğini korumaktadır. Çarpık normal dağılımının avantajı, çarpıklık parametresi olan λ parametresi ile geniş dağılım sınıfını temsil etmesidir. Bu dağılım sınıfı, normal dağılımın ($\lambda = 0$) dışında, farklı düzeylerde çarpıklık ve basıklık içeren modelleri içerir. Normal durumlarda bile verilerde bazı bozulma olasılığı olmakta ve çarpık normal dağılım süreç verilerini daha güvenilir bir şekilde tanımlayabilmektedir.

3. AR kontrol kartı

Bir zaman serisi modeli ile otokorelasyonlu bir süreci tanımlama fikri ilk olarak 1988 yılında Alwan ve Roberts tarafından ortaya atılmıştır [15].

Zaman serisi analizinde genellikle değişkenin gözlemlenen değerinin geçmişteki bazı değerleri ile açıklanabileceği varsayılır. Ölçümler genellikle aynı zaman aralıkları ile elde edilir. Otoregresif bir zaman serisi aşağıdaki gibi tanımlanır. Genel olarak bir AR(p) modeli,

$$X_t = c + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

biçiminde yazılır ve burada φ_i modelin parametreleri, c sabit terim ve ε_t ak gürültüdür. AR(1) süreci ise özel olarak,

$$X_t = c + \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

şeklinde tanımlanır. Burada, t örnekleme zamanıdır, X_t , t zamanındaki örnek değeri, c sabit terim, φ otoregresif katsayısı ($-1 < \varphi < 1$) ve $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ dağılımlı bağımsız rastgele hata terimidir

Süreç, $|\varphi| < 1$ ise durağan, $|\varphi| = 1$ ise X_t sonsuz varyansa sahip olduğundan durağan değildir. $|\varphi| < 1$ varsayıldığında, ortalama $E(X_t)$, durağanlık sebebiyle tüm t değerleri için aynıdır.

AR(1) sürecinin ortalaması ve varyansı sırasıyla aşağıda verilmiştir.

$$\mu = \frac{c}{1-\varphi}, \quad Var(X_t) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\varphi^2}$$

X_t otokorelasyonlu gözlemler olmak üzere, artıklar aşağıda biçimde yazılabilir.

$$e_t = X_t - \widehat{X}_t$$

Burada, \widehat{X}_t t zamanında X_t 'nin tahmin değeridir. Shewhart artık kontrol kartı için orta çizgi, 3σ alt ve üst kontrol sınırları aşağıdaki gibidir:

$$AKL = \bar{e} - 3\sigma_e$$

$$OÇ = \bar{e}$$

$$ÜKL = \bar{e} + 3\sigma_e$$

Artan bir doğrusal eğilime sahip X_t değeri, AR(1) süreci için şu şekilde temsil edilebilir.

Bir kayma veya sıçrama değeri ile X_t :

$$Z_t = X_t + \delta$$

şeklinde yazılabilir. Burada δ ortalamanın yukarı doğru kayma büyüklüğüdür (Karaoğlan ve Bayhan, 2011).

4. Tahmin yöntemleri

Bu bölümde AR(1) sürecine sahip kalite kontrol karakteristiklerinin dağılımının çarpık normal dağılım olması durumunda kullanılacak çeşitli tahmin yöntemleri ele alınmıştır. Bu yöntemler iki başlık altında toplanmıştır. İlki çarpık dağılımlar için kullanılan tahmin yöntemleri, ikincisi ise dağılımsal sapmalara karşı dirençli olan sağlam tahmin yöntemleridir.

X_1, X_2, \dots, X_n çarpık normal dağılımından alınan rassal bir örneklem olsun. Çarpık normal dağılım için kontrol grafiğinin kesin sınırları sırasıyla,

$$AKL = \mu_x - \sigma_x(\gamma_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}-\lambda} + \gamma_2) \quad ÜKL = \mu_x + \sigma_x(\gamma_1 z_{1-\frac{\alpha}{2}-\lambda} - \gamma_2)$$

şeklinde ve burada $\rho = \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}$, $\alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$, $\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\alpha_1^2\rho^2}}$, $\gamma_2 = \frac{\alpha_1\rho}{\sqrt{1-\alpha_1^2\rho^2}}$ olarak belirlenir.

4.1. Ağırlıklı varyans (AV) yöntemi

Ağırlıklı varyans yönteminde, çarpık bir dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılır ve her parçanın aynı ortalamaya, farklı standart sapmalara sahip yeni simetrik dağılımlar olduğu kabul edilir [7,20].

Süreç parametreleri bilindiği durumda AV yöntemine dayalı kontrol sınırları,

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_x + 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{2P_x}$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_x - 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{2(1 - P_x)}$$

şeklinde. Burada, P_X kalite değişkeni X ' in süreç ortalaması μ_X ' e eşit veya küçük olma olasılığı $P_X = P(X \leq \mu)$ dir.

4.2. Ağırlıklı standart sapma (ASS) yöntemi

ASS yönteminde çarpık bir dağılım ortalamaya göre iki parçaya ayrılır ve her bir parça yeni simetrik dağılımlar oluşturmak için kullanılır. Yeni simetrik dağılımların standart sapmalarının toplamı σ' ya eşittir ($\sigma = \sigma_U + \sigma_A$) [21]. Süreç parametreleri bilindiğinde ASS yöntemine dayalı kontrol grafiğinin sınırları,

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2\sigma_U^W}{\sqrt{n}} = \mu + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2P$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2\sigma_A^W}{\sqrt{n}} = \mu - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} 2(1 - P)$$

şeklinde [21].

4.3. Düzeltilmiş çarpıklık (DÇ) yöntemi

Düzeltilmiş çarpıklık yöntemi, dağılımın çarpıklık derecesine bağlı olarak kontrol grafiklerinin oluşturulmasına dayanmaktadır. Bu yöntemde temel dağılım üzerinde herhangi bir varsayım bulunmamaktadır. Klasik Shewhart grafiğinin dağılımın çarpıklığına göre düzeltilmesiyle elde edilen kontrol sınırlarını kullanmamızı sağlamaktadır.

X , ortalama 0, standart sapma 1 ve çarpıklık κ_3 olan bir standartlaştırılmış rastgele değişken olsun. Süreç parametreleri bilindiğinde, DÇ yöntemine dayalı kontrol grafiğinin sınırları,

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_x + \frac{(3 + c_4^*)\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

$$M\check{C}_{\bar{X}} = \mu_x$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_x + \frac{(-3 + c_4^*)\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

şeklinde belirlenir [22]. Burada $\kappa_3(\bar{X})$, alt grup ortalaması (\bar{X}) nın çarpıklığı ve

$$c_4^* = \frac{\frac{4}{3}\kappa_3(\bar{X})}{1 + 0.2\kappa_3^2(\bar{X})}$$

şeklindedir.

5. Sağlam yöntemler

Sağlam yöntemler, birçok istatistiksel yöntemde var olan temel normallik varsayımı ihlal edildiğinde en sık kullanılan yöntemlerdir. Sağlam istatistiksel yöntemler normallik varsayımından sapmalar konusunda duyarsız, aykırı değerlerin varlığına karşı dirençli tahmin yöntemleridir. Bu nedenle geleneksel yöntemlere yararlı ve uygulanabilir alternatifler sunmaktadır.

Ölçek tahmin edicileri istatistiksel uygulamalarda çok önemlidir. Ölçeğin en yaygın tahmin edicisi örnek standart sapmasıdır. Ancak örnek standart sapması normal dağılımdan az miktardaki sapmalardan, çarpıklık ve basıklık değerlerinden etkilenen bir tahmin edicidir [23]. Örnek standart sapması normal dağılıma göre basıklığı daha az ya da biraz daha fazla olan dağılımlar için etkinliğini korurken, normal dağılımdan uzaklaştıkça etkinliğini kaybetmektedir [24].

Kalite kontrol çalışmalarında verilerin normal dağılıma varsayımı vardır. Ancak bu durum çoğu zaman sağlanmaz. Bu nedenle kalite kontrol çalışmalarında kontrol limitlerinin belirlenmesinde örnek standart sapmasına alternatif tahmin edicilerin kullanılması önem kazanmıştır.

5.1. Medyan mutlak sapma (MAD)

MAD örnek standart sapmasının sağlam tahmin edicilerinden biridir ve normal olmayan dağılımlarda örnek standart sapmasına göre etkinliği daha yüksektir. MAD tahmin edicisinin kırılma noktası 0.5' dir ve etki fonksiyonu sınırlıdır [25].

X_1, X_2, \dots, X_n m alt gruptan alınan n birimlik rassal örnek olsun. Adekeye ve Azubuik (2012) MAD'a dayalı \bar{X} grafiğinin kontrol limitlerini aşağıdaki gibi elde etmişlerdir.

$$\text{ÜKL}_{\bar{X}} = \mu_x + \frac{3\sigma_x}{\text{MAD}}$$

$$\text{MÇ}_{\bar{X}} = \mu_x$$

$$\text{AKL}_{\bar{X}} = \mu_x + \frac{3\sigma_x}{\text{MAD}}$$

Burada MAD tahmin edicisi,

$$\text{MAD} = \frac{\text{median}(|x_i - \text{median}(x_i)|)}{0.6745}$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

5.2. S_n Tahmin edicisi

MAD tahmin edicisinin avantajları yanında bazı dezavantajları da vardır. MAD, dağılım üzerinde simetrik bir görüş alır, önce merkezi bir değer olan medyan tahmin edilir ve daha sonra ondan pozitif ve negatif sapmalara eşit önem verir. Aslında MAD, medyan etrafında simetrik aralığı bulmaya karşılık gelir. MAD yöntemini çok çarpık dağılımlarda kullanmak verimsiz sonuçlar verebilir.

Rousseeuw ve Croux (1993) tarafından önerilen aynı şekilde başlangıç veya yardımcı ölçek tahminleri olarak kullanılabilir ancak daha verimli ve simetrik dağılımlara meyilli olmayan MAD alternatifler olarak tahmin ediciler geliştirilmiştir. Bunlardan ilki S_n ,

$$S_n = c_n 1.1926 \text{ median}_i \{ \text{median}_j |x_i - x_j| \}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

ile ifade edilir [25].

5.3. Q_n Tahmin edicisi

MAD ve S_n ' e alternatif olan bir diğer sağlam tahmin edici Q_n tahmin edicisidir. Q_n tahmin edicisi asimetrik dağılımlar için uygundur ve kırılma noktası 0.5' dir [25].

$$Q_n = d_n 2.2219 \{ |x_i - x_j|; i < j \}_{(k)}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Burada, $k = \binom{h}{2} \approx \binom{n}{2}/4$ ve h değeri $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ dir.

5.4. Çeyrekler arası değişim katsayısı

Bir süreçte aykırı değerler olduğunda, süreç dağılımında meydana gelen değişiklikleri izlemek için çeyrekler arası değişim katsayısına dayalı tahmin edicinin kullanılması önerilmektedir [25].

Ölçeğin sağlam bir tahmin edicisi olarak tanımlanan IQR,

$$IQR = \frac{Q_3 - Q_1}{1.34898}$$

şeklinde tanımlanır [26]. IQR tahmin edicisinin kırılma noktası 0.25' dir ve etki fonksiyonu sınırlıdır.

5.5. Gini tahmin edicisi

Ölçeğin bir diğer dayanıklı tahmin edicisi olan Gini aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$Gini = \frac{4}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i-n-1}{2n} \right) X_{(i)}$$

Burada $X_{(i)}$ i ' inci sıra istatistiğini göstermektedir. Gini tahmin edicisi aykırı değerlere karşı örnek standart sapması ve değişim aralığından daha sağlam ve etkin bir tahmin edicidir [25].

5.6. Ölçeğin Andrews wave M tahmin edicisi

Ölçeğin Andrews wave M tahmin edicisi aşağıdaki gibidir.

$$S_{wa} = \frac{(cMAD)n^{1/2} [\sum_{|u_i| < 1} \sin^2(\pi u_i)]^{0.5}}{\pi |\sum_{|u_i| < 1} \cos(\pi u_i)|}$$

Burada,

$$u_i = \frac{x_i - M}{cMAD}$$

olarak hesaplanmaktadır [25].

5.7. Biweight midvariance tahmin edicisi

$Q_i = \frac{X_i - M}{K \times MAD}$ ve $a_i = \begin{cases} 1, & |Q_i| < 1 \\ 1, & |Q_i| \geq 1 \end{cases}$ olmak üzere, Biweight midvariance tahmin edicisinin

karekökü,

$$\hat{\xi}_{bi} = \frac{\sqrt{n} \sqrt{\sum a_i (X_i - M)^2 (1 - Q_i^2)^4}}{|\sum a_i (1 - Q_i^2) (1 - 5Q_i^2)|}$$

şeklinde elde edilir. K değeri olarak 9'un kullanımı genel kabul görmektedir. Bu tahmin edicinin kırılma noktası yaklaşık olarak 0.5'tir [25,27].

6. Monte Carlo benzetim çalışması

Bu kısımda ele alınan kontrol kartlarının performansını karşılaştırmak için bir simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. AR(1) modelindeki gözlemlerin farklı çarpıklık değerlerine sahip çarpık normal dağılımdan geldiği varsayılmıştır. Çarpık normal dağılımın parametreleri $\lambda = 1.592$, $\delta = 0.196$ ve $\alpha = 0.66, 1.2$ ve 2.17 olarak seçilmiştir. Otokorelasyon değeri literatürde 0-0.30 olduğunda düşük, 0.30-0.70 orta şiddetli ve 0.70'den büyük olduğunda yüksek şiddetli olarak adlandırılmaktadır. Bu nedenle otokorelasyon için $\phi = 0.25, 0.50, 0.75$ ve 0.95 değerleri seçilmiştir. Ortalama kayma miktarları da büyüklüklerine göre küçük, orta ve büyük kaymalar olarak 3'e ayrılmaktadır. Literatürde, küçük kaymaların $\delta \leq 1.5$ 'ten küçük; orta kaymaların $1.5 \leq \delta \leq 2.5$ arasında ve büyük kaymaların 2.5 'ten daha büyük $\delta \geq 2.5$ olduğu belirtilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada kayma miktarı için $\delta=0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ ve 3.0 değerleri göz önünde bulundurulmuştur.

Yukarıda belirtilen parametrelere göre veriler bir AR(1) modelinden üretilmiş ve süreç parametrelerinin bilindiği varsayılarak karşılık gelen artıklar hesaplanmıştır. Kontrol kartlarının performanslarının karşılaştırılmasında ARL ölçütünden yararlanılmıştır.

Bir kontrol grafiğinin en önemli performans ölçüsü ARL' dir. ARL, kontrol dışı bir sinyal olana kadar kontrol grafiğinde beklenen alt grup sayısıdır ve sürecin davranışını değerlendirmek için kullanılır. Eğer süreç kontrol altında ise ilk kontrol grafiği sinyalinden önce beklenen alt grup sayısı, kontrol içi ortalama çalışma uzunluğu olarak adlandırılır ve ARL_0 olarak gösterilir. Eğer süreç kontrol dışında ise ilk kontrol grafiği sinyalinden önce beklenen alt grup sayısına kontrol dışı ortalama çalışma uzunluğu denir ve ARL_1 ile gösterilir. Süreç kontrol altında iken ortalama çalışma uzunluğunun büyük, süreç kontrol dışındayken ortalama çalışma uzunluğunun küçük olması istenir.

Tüm kontrol kartlarının tasarımında $\mp 3\sigma$ ya karşılık gelecek şekilde $\alpha = 0.0027$ olarak seçilmiştir. 10000 tekrarlı bir Monte Carlo simülasyon çalışması sonucunda kontrol kartlarının ARL değerleri aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$ARL = \frac{\sum_{i=1}^{10000} RL_i}{10000}$$

Elde edilen sonuçlar Çizelge 1-3' te verilmiştir.

Çizelge 1' de, $\alpha = 0.66$ ve otokorelasyon değeri $\phi = 0.25$ için ortalamadan kayma miktarı $\delta = 0$ olduğunda bir başka ifade ile süreçte herhangi bir kayma olmadığında AV, ASS ve ÇD yöntemleri için elde edilen ARL değerleri, $ARL_0 = 370$ değerinden küçük olarak tespit edilmiştir. Süreçte herhangi bir kayma olmadığında ARL değerinin büyük, kayma miktarı arttığında ise ARL değerinin düşük olması istenir. Bu nedenle süreç kontrol altında iken bu yöntemlerin yanlış alarm verme sayısı yüksektir. Herhangi bir kayma olmadığında ARL değeri en yüksek olan yöntem S_n tahmin edicisine dayalı kalite kontrol grafiğidir. Bunu izleyen kontrol grafikleri sırasıyla, MAD, Q_n , Andrew, Biweight, Gini, IQR ve ÇN' dir.

$\delta = 0.25$ olduğunda en küçük ARL değerine sahip kontrol kartının en etkin kart olduğu söylenir. Bu nedenle kayma miktarı 0.25 olduğunda en küçük ARL değerine sahip olan kontrol grafikleri ASS, ÇD, AV, Q_n şeklinde sıralanmaktadır. Kayma miktarı $\delta = 0.5$ olduğunda sağlam tahmin edicilere dayalı kontrol grafiklerinin ARL değerlerinin en düşük olduğu tespit edilmiştir. Kayma miktarı arttıkça tüm kontrol grafiklerinin ARL değerleri azalmakta, ancak en küçük ARL değerine sahip olan kontrol grafiği S_n tahmin edicisine dayalı kalite kontrol grafiğidir.

Otokorelasyon değeri $\phi = 0.5$ olduğunda süreç ortalamasında herhangi bir kayma söz konusu değilken tüm kontrol grafiklerinin ARL değerlerinin azaldığı görülmektedir. Benzer şekilde en yüksek ARL değerine sahip kontrol grafiği S_n tahmin edicisine dayalı kalite kontrol grafiğidir.

Otokorelasyon değeri $\phi = 0.75$ olduğunda da benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 2'de, dağılımın çarpıklık parametresi $\alpha = 2.17$ olduğunda kayma miktarı $\delta = 0$ iken benzer olarak AV, ASS ve ÇD kontrol grafiklerinin ARL değerleri 370 değerinden daha küçüktür. Dağılımın çarpıklık değeri arttığında kontrol grafiklerinin performansı benzer şekilde devam etmektedir.

S_n tahmin edicisine dayalı kalite kontrol grafiğinin dağılımın tüm çarpıklık parametre değerlerinde ve otokorelasyon düzeylerinde istenilen daha büyük bir kontrol içi ARL_0 değerine ve daha küçük bir kontrol dışı ARL_1 değerine sahip olduğu belirlenmiştir.

7. Öneriler

Bu çalışmada, birinci dereceden otokorelasyonlu veriler için çarpık normal dağılıma dayalı artık kontrol grafikleri için çeşitli yöntemler ele alınmıştır. Kalite kontrol çalışmalarında kullanım kolaylığı nedeniyle çokça tercih edilen kontrol kartlarının temel iki varsayımının sağlanmaması durumunda ele alınan bu kontrol grafiklerinin performansı ARL değerleri üzerinden karşılaştırılmıştır. Verilerin normal dağılıma sahip olmama durumu için alternatif olarak çarpık normal dağılım, otokorelasyonlu olması durumu için ise AR(1) süreci göz önünde bulundurulmuştur. Süreç ortalamasında herhangi bir kayma olmaması durumunda en yüksek ARL değerine sahip yöntem S_n tahmin edicisine dayalı yöntemdir. Geleneksel kullanıma sahip olan AV, ASS ve ÇD yöntemlerinin kontrol içi ARL değerleri ele alınan tüm durumlarda arzu edilen 370 değerinden oldukça küçüktür. Bu nedenle yanlış alarm değerleri yüksektir. Kontrol dışı durum için istenilen en küçük ARL değerini veren kontrol grafiği kayma miktarı 0.50 den büyük olduğunda benzer şekilde S_n tahmin edicisine dayalı kontrol grafiğidir. Bu nedenle hem otokorelasyonlu hem de çarpık dağılıma sahip süreçler için S_n tahmin edicisine dayalı kontrol grafiğinin kullanılması yanlış alarm olasılığının azalmasına neden olacaktır.

Kaynaklar

- [1] Işığışık, E. (2012). Toplam kalite yönetimi bakış açısıyla istatistiksel kalite kontrol, Bursa: Ezgi Yayınevi.
- [2] Montgomery, D.C., 2009, Introduction to Statistical Process Control, John Wiley & Sons, Inc., p.13.
- [3] Birgören, B., 2015, İstatistiksel kalite kontrolü. Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

- [4] Shewhart, W.A., 1931, Economic Control of Quality of Manufactured Product, American Society for Quality Control, p.145.
- [5] Qui, P., 2013, Introduction to Statistical Process Control, Texts in Statistical Science, p.74.
- [6] Öztürk, A., 2009, Kalite yönetimi ve planlaması. Bursa:Ekin Yayınları.
- [7] Bai, D.S., Choi, I.S., 1995, \bar{X} and R control charts for skewed populations, Journal of Quality Technology, 27,2, 120-131.
- [8] Karaoğlan, A. D., 2010, CONTROL CHARTS FOR AUTOCORRELATED PROCESSES: A REVIEW Engineering Sciences, 5(2), 243-25.
- [9] Karaoğlan, A., Bayhan, G., 2011, Performance Comparison of Residual Control Charts for Trend Stationary First Order Autoregressive Processes, Gazi University Journal of Science, 24(2), 329-339.
- [10] Tsai, Tzong-Ru., 2007, Skew normal distribution and the design of control charts for averages, International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering, 14,1, 49- 63.
- [11] Tsai, Tzong-Ru., Chiang, Jyun-You., 2008, The design of acceptance control chart for non-normal data, Journal of The Chinese Institute of Industrial Engineers, 25:2, 127-135.
- [12] Li, Chung-I., Su, Nan-Cheng., Su, Pei-Fang., Shyr, Yu., 2014, The design \bar{X} of and R control charts for skew normal distributed data, Communications in Statistics - Theory and Methods, 43:23, 4908-4924.
- [13] Li, C., Mukherjee, A., Su, Q., Xie, M., 2019, Some monitoring procedures related to asymmetry parameter of azzalini's skew-normal model. Revstat - Statistical Journal, 17,1, 1-24.
- [14] Figueiredo, F., Gomes, M.I., 2013, The skew-normal distribution in SPC, Revstat – Statistical Journal, 11,1, 83-104.
- [15] Alwan, L.C., Roberts, H.V., 1988, Time-series modeling for statistical process control, Journal of Business & Economic Statistics, 6(1), 87–95.
- [16] Thomas R. Willemain, George C. Runger, 1996, Designing Control Charts Using an Empirical Reference Distribution, Journal of Quality Technology, 28:1, 31-38.
- [17] Ma, X., Zhang, L., Hu, J., Palazoglu, A., 2018, A model-free shewhart individuals control chart for autocorrelated data, 10th IFAC International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes, Chine, July 25-27.
- [18] Mishra, U., Singh, J.R., 2020, Effect of first order auto-regressive model on the power function of average control charts under non-normal population, Sri Lankan Journal of Applied Statistics, 21(2), 26–37.
- [19] Gorgin, V., Gildeh, B.S., 2020, MAD control chart for autoregressive models with skew-normal distribution, Stochastics and Quality Control, 35,1, 17-23.
- [20] Choobineh, F., Ballard, J.L., 1987, Control-limits of QC charts for skewed distributions using weighted-variance, IEEE Transactions on Reliability, R-36,4, 473-477.
- [21] Chang, Y.S., Bai, D.S., 2001, Control charts for positively-skewed populations with weighted standard deviation, Quality and Reliability Engineering International, 17, 397-406.
- [22] Chan, L.K., Cui, H.J., 2003, Skewness correction \bar{X} and R charts for skewed distributions, Naval Research Logistics, 50, 555 – 573.
- [23] Tukey, J.W., 1960, A Survey of Sampling from Contaminated Distributions. In: Oklin, I., Ed., Contributions to Probability and Statistics, Stanford University Press, Redwood City, CA.

- [24] Hoaglin DC, Mosteller F, Tukey JW, eds, 2000, Understanding Robust and Exploratory Data Analysis. New York: Wiley-Interscience.
- [25] Wilcox, R., 2012, Introduction to robust estimation and hypothesis testing. 3rd ed.
- [26] Riaz, M., 2008, A dispersion control chart, Communications in Statistics - Simulation and Computation, 37:6, 1239-1261.
- [27] Goldberg, K. M., Iglewicz, B., 1992, Bivariate Extensions of the Boxplot. *Technometrics*, 34(3), 307–320.
- [28] Rousseeuw, P.J., Croux, C., 1993, Alternatives to median absolute deviation, Journal of the American Statistical Association, 88:424, 1273 - 1283.



Stationarity test by auto-regression equation estimation: an industrial workshop communication example

Ongun Yücesan

Atılım Üniversitesi
Sivil Havacılık Yüksekokulu
Incek, Gölbaşı, Ankara, Türkiye
ongun.yucesan@atilim.edu.tr
 0000-0003-2263-6803

Altan Özkil

Atılım Üniversitesi
Sivil Havacılık Yüksekokulu
Incek, Gölbaşı, Ankara, Türkiye
altan.ozkil@atilim.edu.tr
 0000-0001-8136-6087

Abstract

Stationarity Test by Auto-Regression Equation Estimation: An Industrial Workshop Communication Example

The AR and ARMA estimations remain well-known tools for determining an underlying mathematical expression for a series at hand. Once a mathematical equation is obtained, it is possible to derive a transfer function between the input and output. If the poles of this transfer function reside on or outside the unit circle, the series generated would not be stationary. Such a series with a significant number of samples generated would cause integer overflows for a simulation activity. For the study, the MTBF observation purposed validation series is considered from an Industrial Embedded PC Communications Test-Bed. These are compared on time and frequency to AR and ARMA estimated ones. The AR estimation possesses a better match to the original, with a 57-degree polynomial maintaining the stationary property.

Keywords: Auto-Regression (AR), Moving Average (MA), Auto Regression Moving Average (ARMA), Internet of Things (IoT), Homoscedasticity, Heteroscedasticity, stationarity, MTBF.

Öz

Öz Bağlanım Denklem Tahmini ile Durağanlık Testi: Bir Endüstriyel İşletişim Örneği

AR ve ARMA tahminleri, eldeki bir seri için temel bir matematiksel ifadeyi belirlemek açısından iyi bilinen araçlar olmaya devam etmektedir. Matematiksel bir denklem elde edildiğinde, girdi ve çıktı arasında bir transfer fonksiyonu türetmek mümkündür. Bu transfer fonksiyonunun kutupları birim çemberin üzerinde veya dışında yer alıyorsa, üretilen seri durağan olmayacaktır. Önemli sayıda numunenin üretildiği böyle bir seri, bir benzetim etkinliği için tamsayı taşmalarına neden olacaktır. Çalışma için, Hatalar Arası Ortalama Zaman (HAOZ) gözlem amaçlı doğrulama serisi, bir Endüstriyel Gömülü PC İletişimi Sınama yatağından alınmıştır. Bunlar zaman ve sıklık açısından AR ve ARMA tarafından tahmin edilenlerle karşılaştırılır. AR tahmini, durağan özelliği koruyan 57 derecelik bir polinom durumunda, orijinal gözlemle daha iyi bir eşleşmeye sahiptir.

Anahtar sözcükler: Öz Bağlanım (AR), Hareketli Ortalama (MA), Öz bağlanım hareketli ortalama (ARMA), Cisimlerin İnterneti (IoT), eş-varyans, varyans değişkenliği, durağanlık, HAOZ

1. Introduction

Auto-regression Series are primarily employed for modeling the stock market exchange or currency values. They are mostly affiliated with the economics arena. An ancillary benefit of adhering to this technique is the possibility of generating new data by predicting underlying characteristics. These anticipated series have some consideration for error and irregular fluctuation either. With the mentioned qualities, adding more samples to a series or generating a whole new one at the desired length is possible. The generated data can later be employed for simulation and modeling purposes. A series developed for such an effort, at significantly high indexes, need a stable character or stationarity property. This quality would guarantee that the sequence generated would remain reasonably within certain limits. Suppose the originating one for the predictions possesses these qualities. In that case, it may be possible to talk of an Independent and Identical Distributed (IID) character. This quality would require at least the series need be stationary so that each sample could be coming from the same distribution without a trend or seasonality.

The generality of the available academic work is about stationary conditions and tests, which aim to identify if a unit root exists. This task is mainly done with available tests without identifying the auto-regression series that are auxiliary to this work. Therefore, whenever a particular mathematical tool is employed, its exceptions, assumptions, and technique limit the quality of a test outcome. The prediction, the precision of prediction, prediction errors, and following the original series too closely are sources of error. Even though they are generally accepted tests, predicting a random event to the uttermost precision is not evident in its benefits. Still, some interesting issues can be of importance. For example, the degree of the considered polynomial, AR, or ARMA process could be an interesting factor. Generally, tests are all deciding for these factors in built-in libraries. However, for modeling and simulation purposes, they have importance along with the polynomials.

The series subject to this study comes from our previous studies. It is a validation purpose mean time between failure (MTBF) observation series from an Embedded PC Industrial Shop Communications physical testbed in Yucesan et al. [1][2]. It is a composite of a couple of experiments with slightly seasonal outcomes affected by ambient temperature. Nevertheless, they were statistically possessing stationary and exponential distribution characteristics. In our early studies, the series was subject to some existing known test techniques for stationarity and underlying existing classical random distributions involving Open Platforms Collaborations – Unified Access (OPC UA). The existing studies in the literature generally consider some known techniques applied to identify a unit root existence therefore stationarity yet studies which actually model a series with a known model (i.e. AR / ARMA) for any purpose are not too common.

The document organization is as follows: Section 1 Introduction gives acquaintance to the topic, followed by a brief literature survey Section 2. Theoretical Background. The Material and Methods in Section 3

describe the material at hand and the techniques employed. The Results and discussion in Section 4 present the results and support the initiation of a discussion on the topic. The text finalizes with Section 5. Conclusion and Recommendations.

2. Theoretical Background

There are studies on auto-regression series parameter estimations. Nevertheless, few studies comparatively identify these. Barman et al.[3] compare estimated parameters of AR, MA, and ARMA series based on three different information criteria. Besides them, the Regression Scores, Mean Absolute Error (MSE), Mean Squared Error (MSE), Median Absolute Error (MeAE), Root Mean Square Error (RMSE), and statistical stationarity tests are also considered.

There is time to time trends and seasonality among the observation or resourcing series. These properties generally can be visualized as a persistent increase in values as the trend name goes along. Seasonality means that a set of characters or values are happening for a period. Nevertheless, for a while in another duration, it could be repeated or not. The stationarity is also affected by the timescale of the series tested [4]. Longer times scales can include regular repetitions of a temporary trend or a seasonal effect. Stationary series would possess the property that the mean and variances are statistically persistent [5][6]. However, the series having this property does not guarantee stationarity. The student-t test is a valuable technique for a control for mean and variance levels [7]. Standard deviations, along with the variance, for the stationary character are essential as well. Therefore test on homoscedasticity is employed to control this factor [8] [9][10].

Nevertheless, the observed series that do not have these qualities can be augmented to see the underlying characters. Pre-filtering [11], differencing and mean adjustment [12][13][14] type techniques change natural characteristics. However, they reveal a hidden and persistent character.

3. Material and Methods

Aim is still to test for stationarity in this study, however, extra step to actually generate a series matching the originating one been considered. This technique not only tell if the series is stationary or not by identification of a unit root existence, also yields a basis for a future simulation of the data collected in the physical testbed. A comparison of AR and ARMA expression based generation of the predicted series is more indicative of the characteristics of the observations at hand, getting us to know the system better.

In this section material at hand and the techniques employed for simulation is briefly outlined. The techniques AR/ARMA, which will serve as the basis for identification is presented. The reliability series observation method is outlined and the methodology employed for the study is described later on.

3.1. Auto-Regression (AR)

The auto-regression series in the simple form is as in equation (1).

It is expressed in the z -domain.

$$A[Z]Y[Z] = E[Z] \quad (1)$$

Assuming $E[Z]$ is white noise, the term becomes constant in this domain. Where $Y[Z]$ is the output of the transfer equation. Therefore the input term is not considered for an AR series. The terms of $A[Z]$ indicate the leading terms of every output lag. This represents z^i for increasing $i \in [1, n]$ and $n = 57$ in our final case outcome that is detailed in later on sections.

3.2. Auto-Regression Moving Average (ARMA)

The auto-regression series moving average is also based on an equation of various output lags with different constant leading terms. However, the white noise term also possesses leading constants. Therefore providing a weighted average for error. Again in the z -domain, the ARMA equation is expressed as in equation (2).

$$A[Z]Y[Z] = C[Z]E[Z] \quad (2)$$

As in the AR equation, the $A[z]$ terms are the leading terms for the lag constants, and $Y[z]$ is the output. $E[z]$ represents the error modeled as white noise. Therefore $C[z]$ represents the leading terms for the relevant lags of the error.

3.3. The Reliability observations series

The observations were made in a peer-to-peer communication physical testbed, mimicking an industrial plant workshop. This plant supposedly makes polling of a past of data from a server software over an Embedded Personal Computer with the Windows Operating System. The experiment involved starting with a reset. Later this query for a history of the progressing counter information is polled as an array every 15 to 20 seconds. The number of successful repetitions of this poll activity is counted and recorded. The series has been obtained to predict an MTBF figure.

3.4. Methodology

First, AR and ARMA series were generated using MATLAB built-in AR and ARMAX generators accordingly to the above definitions. These tools provide some information criteria and MSE-type values as a basis for comparison. The *Fit Percent* has been considered as the main criteria in this study. Besides this one, tools provide a simultaneous Loss Function final parameter, MSE, Akaike Information Criterion (AIC), Bayesian Information Criterion (BIC), and a Final Prediction Error (FPE) figure. Those are yielding very similar outcomes. A better fit over the observations is aimed to be obtained using the outcomes. The maximum absolute value of the transfer function poles is monitored with increasing AR/ARMA degrees of prediction. Based on this maximum pole, the prediction degree of the polynomials, therefore, maximum lag, is increased. As the polynomial increases its degree, the maximum absolute value of the poles remains inside the unit circle condition to a point. After this point, they leave the unit circle, leaving the stationary zone. Therefore the degree of prediction polynomial with the maximum fit and the absolute value of the maximum pole remaining within the unit circle identifies the maximum degree of the prediction and decision for the AR or ARMA polynomial.

The obtained maximum degree of the polynomial and series type based on the conditions mentioned above are later compared on Fourier domain response and time-domain match for the predicted series and originating observation series.

4. Results and Discussions

4.1. Results

The progress of AR and ARMA fit predictions and their corresponding maximum absolute value poles with the increasing prediction polynomial degree is provided in figure 1.

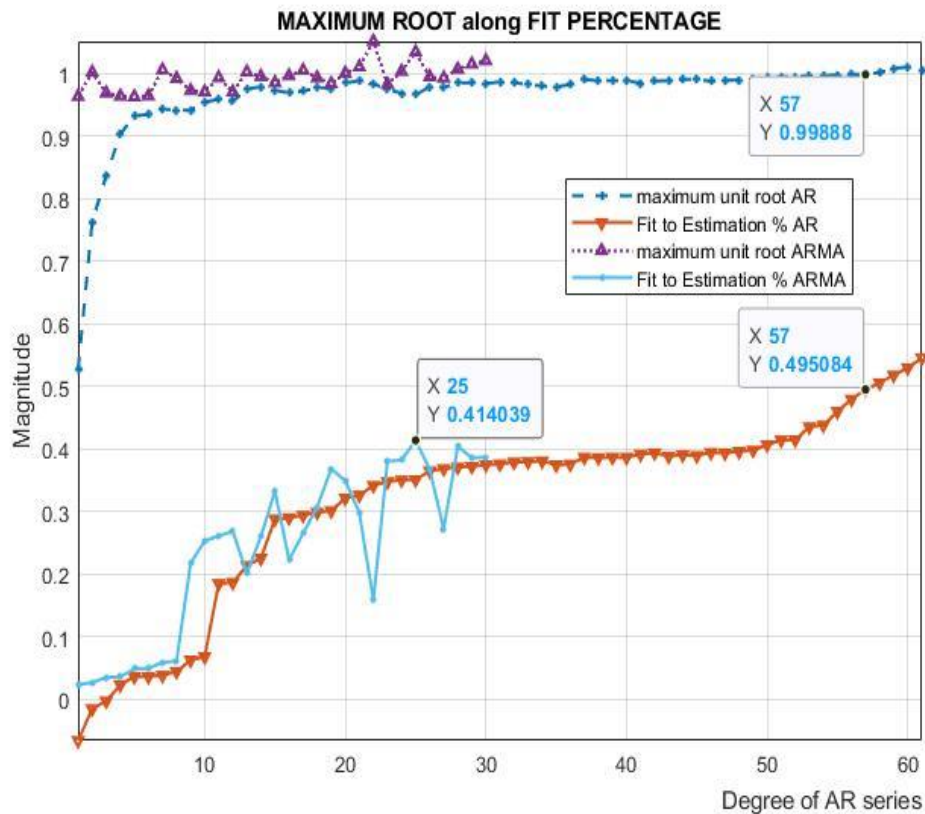


Figure 1. Progress of maximum poles for AR and ARMA along with fit percentages (lower lines)

In this figure, the inverse triangles represent AR fit percentage. The light-colored small '+' signed series represent ARMA fit percentage. The maximum ARMA fit percentage is around degree for the $A[z]$ and $C[z]$ series 25th sample, at roughly 41% fit percent. The above residing lines with straight triangles represent the maximum absolute value of the pole of the ARMA series. It has a darker shade. Interrupted lines with small '+' markers represent the progress of the maximum absolute value of the poles of the AR process. This maximum absolute value of the pole of the AR process surpasses one, namely, the unit circle boundary into the unstable region with the 58th $A[z]$ degree.

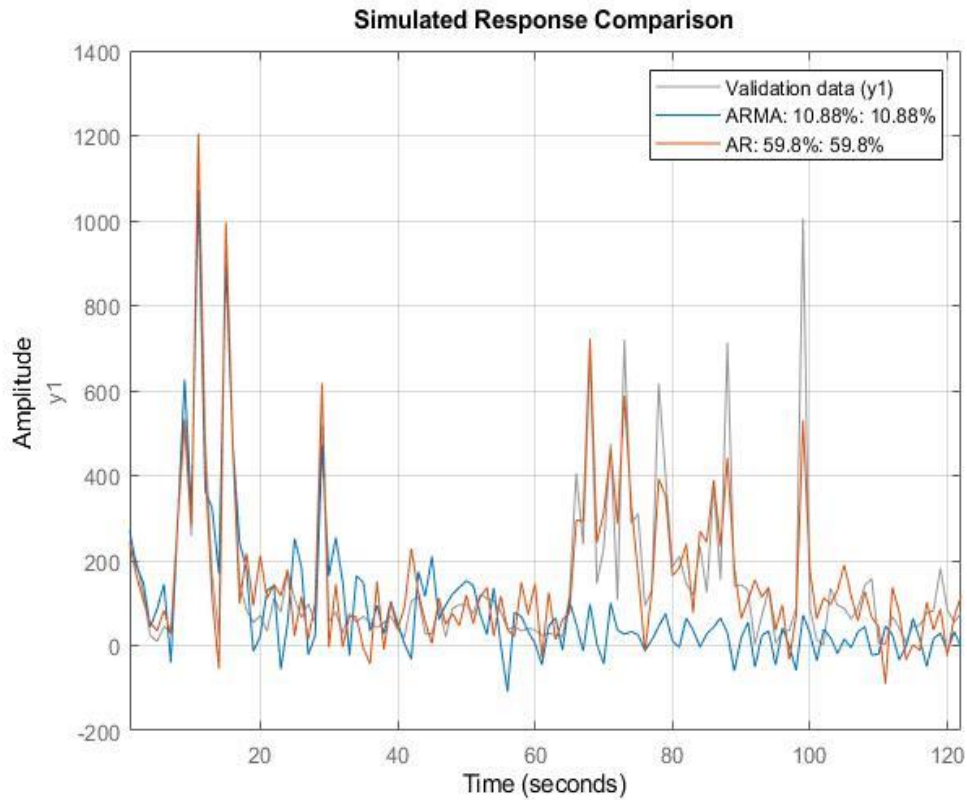


Figure 2. Progress of AR and ARMA predicted series along with originating series.

Second, the time-domain representation of the prediction is provided in figure 2. The series move together in the first oscillatory group. However, we see that the ARMA with the maximum possible degree of prediction of 30 is residing low, lacking the ability to follow the high values in this season. Nevertheless, the AR is sufficient to follow the originating series with a 61-degree polynomial. The lightest shades belong to the initial validation or MTBF observation data series. The issue is reconsidered in the discussions section.

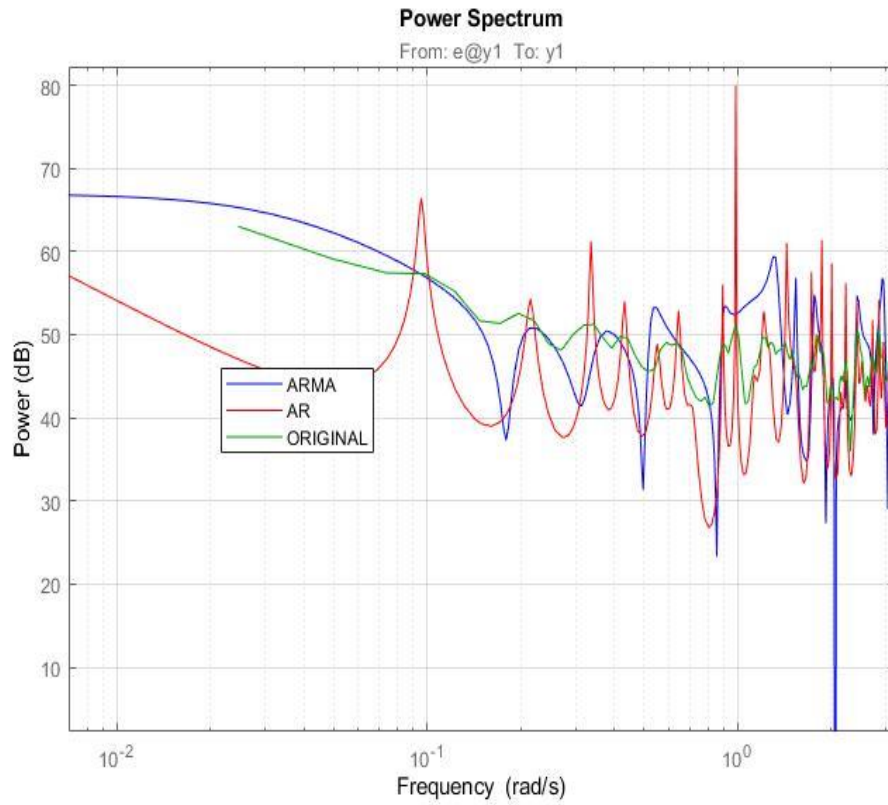


Figure 3. The spectrum of the AR, ARMA, and originating validation series

Third, the Fourier domain power spectrum of the estimations along with the originating series is available in figure 3. Here the original series has mediocre oscillations in the spectrum. AR series represented with red have the first peak and follow smooth oscillations of the original one with harsher but consistent peaks (zero). The Blue one having the first ditch (pole) is the one that is missing some of the characteristics of the original, especially in middle-range frequencies, which can account for the unfollowed season of the original.

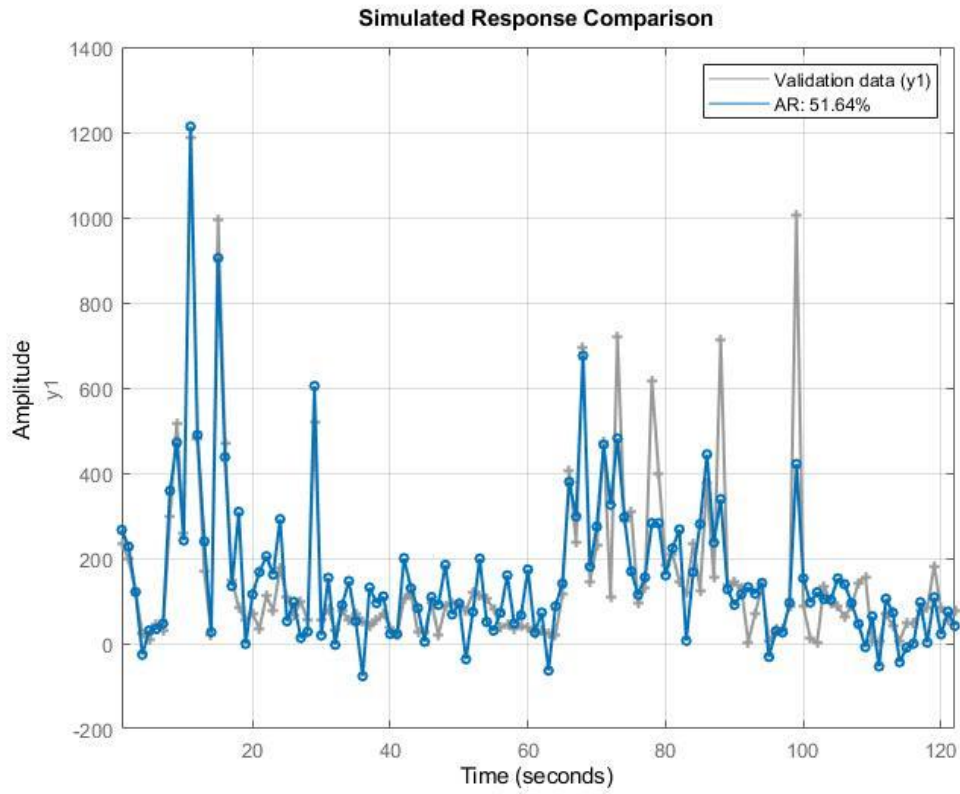


Figure 4. Time domain comparison of AR 57-degree with originating series

Fourth, from figure 1, we observe that the max AR pole is within the unit circle at the 57th degree of prediction polynomial. Finally, figure 4 includes the time domain procession of the original and AR series predicted with a 57-degree polynomial. Here the AR series are marked with a small 'o', and the validation (original) series are marked with '+'. AR series still follow the validation one.

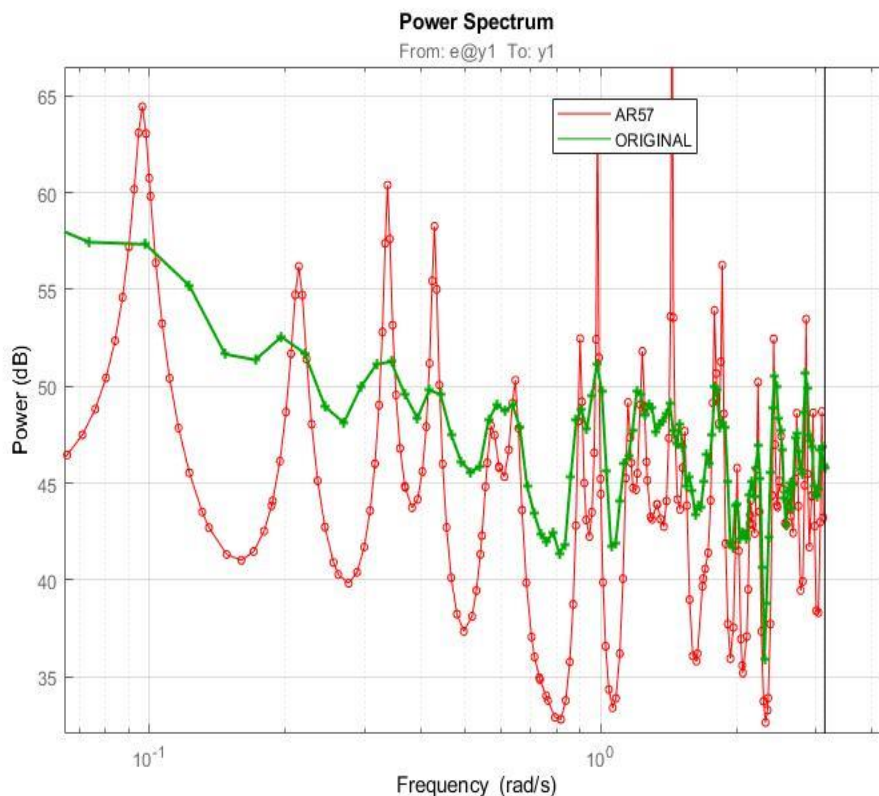


Figure 5. Time domain comparison of AR 57-degree with originating series

Fifth, figure 5 includes the Fourier domain power spectrum of the originating validation series, and the AR predicted series with a 57-degree polynomial. The series with minor 'o' marks are AR with a 57-degree polynomial, whereas the one with '+' marks is the original validation series. Here AR mainly responds to an increase in validation series with an increase in the shape resembling to that of a pole.

4.2. Discussions

Figure 1 presents an interesting result. The maximum pole of the AR series is pretty much constant. However, as the parameters of the series become more specifically modeling the original validation series, rather than the general statistical nature of the general behavior of the signal, the exact values of each sample take precedence. Such an over-modeling can cause prediction errors and mismatches by being at the limits of the prediction technique and the details of this instance of the experiments.

As visible from Figures 3 and 5, the ARMA series on mid-range frequencies, where spectral power is still significant, fail to follow the originating validation series closely. The mean is related to low-frequency components; however, this mid-range with moderate power would impact the variance of the predictions and simulations derived. The missing spectral components meant the ARMA series missed the second seasonal high variance high peak region, as seen in figure 2.

On the front of the AR model, the polynomials at 58, 59, 60, and 61st degrees have maximum pole absolute value (radius of a complex pole) outside the unit circle. This observation should be due to over-modeling while observing the persistent plateau across the AR polynomial degrees or less and equal to 57. This maximum radius or absolute value of the maximum pole is around 0.9989 for the 57th-degree AR polynomial. This value is around 0.9889 for 38th degree AR polynomial. Therefore, assuming all the poles are within the unit circle and accepting stationarity is reasonable.

From figure 1 one can also observe that the ARMA model has significantly oscillatory performance as the max pole radius is once within and once out of the unit circle in a periodic manner. Observing the Fit Percentage of AR and the frequency mismatches of ARMA lead us to concentrate on AR. Therefore, with 57-degree AR having a good fit yet still stationary, one can model and simulate the scenario in the future. However, AR is not all smooth either in the Frequency domain front. The spectrum of AR with a 57-degree polynomial has a better match, as can be seen in figure 5. However, similar spectral components seem more powerful than the original series. Besides this, the times series seem to match with reasonable error as in figure 4.

All of these tell the series possesses AR property. The error signal inherent in the AR process does not span across time. Dirac delta is the time function version of the white noise. This outcome should also be related to the independent and identical character of the series since the error model is a simple and only variant of the current time. This simplicity can be considered, in a way, a Markovian Property. Another definition, the output's causality condition, being dependent only on its own and previous values, is observed in the AR series. The multiple lags considered for output could violate the Markovian property. However, error according to a probability distribution can change output value with nothing but the past state of the system. For the ARMA series, dependency on the other instances of the error challenges the Markovian Property by being dependent on the previous state of the system and different instances of the input. Therefore, this is in contrast to the situation of the IID property of being independent of other samples. The ARMA models do not yield consistent and closely fitting results. This misfit should not be considered along with the over-modeling caused error. Since that is a marginal condition, the misfit is a general situation. Possibly general acceptance of stationary condition implies IID property is still valid here.

5. Conclusions and Recommendations

The validation observations can be modeled with an AR series with reasonable mistakes. By neglecting the marginal conditions of the modeling boundaries, it has all poles within the Unit circle, which indicates stationary character. Being AR modeled and dependent on the single instant of the error function strengthens belief in the IID character. Employment of such a model for a simulation activity could be decent future work based on the findings.

6. Acknowledgements

This validation series comes from the KAMAG 110G007 project supported by TUBITAK conducted to the benefit of the Turkish Petroleum Anonymous Partnership (TPAO). However, this research was not funded by any funding institution.

Kaynaklar

- [1] O. Yucesan , A. Ozkil ve E. Ozbek , “A Reliability Assessment of an Industrial Communication Protocol on a Windows OS Embedded PC for an Oil Rig Control Application” in *Journal of Science, Technology and Engineering Research*, c. 2, volume. 2, pages. 22-30, Dec. 2021, doi:10.53525/jster.971534
- [2] O. Yucesan , A. Özkil ve M. E. Özbek , “Validity of Exponential Distribution for Modelling Inter-failure Arrival Times of Windows-based Industrial Process Control Data Exchange” in *Journal of Science, Technology and Engineering Research*, c. 3, Volum. 1, pages. 1-8, June. 2022., doi:10.53525/jster.1017004
- [3] U. Barman, R. D. Choudhury, A. Ekbal Hussain, M. J. Dahal, P. Barman, and M. Hazarika, “Comparative Assessment of AR, MA, and ARMA for the Time Series Forecasting of Assam and Meghalaya Rainfall Division,” 2020 *International Conference on Computational Performance Evaluation (ComPE)*, 2020, pp. 507-511, DOI: 10.1109/ComPE49325.2020.9200014.
- [4] Worden, K., Iakovidis, I., Cross, E.J. (2019). “On Stationarity and the Interpretation of the ADF Statistic”. In Pakzad, S. (eds) *Dynamics of Civil Structures, Volume 2. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-74421-6_50
- [5] Muhei-Aldin O, VanSwearingen J, Karim H, Huppert T, Sparto PJ, Erickson KI, Sejdić E. “An investigation of fMRI time series stationarity during motor sequence learning foot tapping tasks.” in *J. Neurosci Methods*, 2014 Apr 30;227:75-82. doi: 10.1016/j.jneumeth.2014.02.003. Epub 2014 Feb 11. PMID: 24530436; PMCID: PMC3987746.
- [6] Parey, S., Hoang, T.T.H. and Dacunha-Castelle, D. “Future high-temperature extremes and stationarity” in *Nat. Hazards* 98, 1115–1134 (2019). <https://doi.org/10.1007/s11069-018-3499-1>
- [7] HyunWook Lee, Kevin P. Granata, “Process stationarity and reliability of trunk postural stability” in *Clinical Biomechanics*, Volume 23, Issue 6, 2008, Pages 735-742, ISSN 0268-0033, <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2008.01.008>.
- [8] Suman Kanti Chowdhury, Ashish D. Nimbarte, “Effect of fatigue on the stationarity of surface electromyography signals”, *International Journal of Industrial Ergonomics*, Volume 61, 2017, Pages 120-125, ISSN 0169-8141, <https://doi.org/10.1016/j.ergon.2017.05.004>.
- [9] Kipiński, L., König, R., Sieluzycy, C. et al. “Application of modern tests for stationarity to single-trial MEG data” in *Biol. Cybern.* 105, 183–195 (2011). <https://doi.org/10.1007/s00422-011-0456-4>
- [10] Machiwal, Deepesh and Sharma, Arun. (2008). “Testing homogeneity, stationarity and trend in climatic series at Udaipur - a case study.” In *Journal of Agrometeorology*. 10. 127-135. 10.54386/jam.v10i2.1191.
- [11] A. M. Robert Taylor. (2003). “Robust Stationarity Tests in Seasonal Time Series Processes” in *Journal of Business & Economic Statistics*, 21(1), 156–163. <http://www.jstor.org/stable/1392360>
- [12] C. James and H. A. Murthy, “Time series models and its relevance to modeling TCP SYN based DoS attacks” in 2011 *7th EURO-NGI Conference on Next Generation Internet Networks*, 2011, pp. 1-8, doi:10.1109/NGI.2011.5985951.
- [13] Presno, M.J., López, A.J. “Testing for stationarity in series with a shift in the mean. A Fredholm approach” in *Test* 12, 195–213 (2003). <https://doi.org/10.1007/BF02595819>
- [14] Marcus J Chambers, “Fractional integration, trend stationarity, and difference stationarity Evidence from some U.K. macroeconomic time series” in *Economics Letters* , Volume 50, Issue 1, 1996, Pages 19-24, ISSN 0165-1765, [https://doi.org/10.1016/0165-1765\(95\)00721-0](https://doi.org/10.1016/0165-1765(95)00721-0).
- [15] Sadhukhan, B., Mukherjee, S., Agarwal, S. (2019). “Investigation of Fractality and Stationarity Behaviour on Earthquake” in: Thampi, S., Marques, O., Krishnan, S., Li, K.C., Ciunzo, D., Kolekar, M. (eds) *Advances in Signal Processing and Intelligent Recognition Systems. SIRS 2018. Communications in Computer and Information Science, vol 968. Springer, Singapore.* https://doi.org/10.1007/978-981-13-5758-9_32
- [16] W. W. Franklin and K. P. White, “Stationarity tests and MSER-5: Exploring the intuition behind mean-squared-error-reduction in detecting and correcting initialization bias,” in *2008 Winter Simulation Conference*, 2008, pp. 541-546, DOI: 10.1109/WSC.2008.4736111.
- [17] Xiaoyu Sun and Zhongwen Chen. 2021. “A Comparison of Mean Reverting Forex Trading Strategies Based on Stationarity Testing Methods” In 2021 *5th International Conference on E-Business and Internet*

(ICEBI2021). *Association for Computing Machinery*, New York, NY, USA, 147–150.
<https://doi.org/10.1145/3497701.3497736>

- [18] P. Basu, D. Rudoy, and P. J. Wolfe, “A nonparametric test for stationarity based on local Fourier analysis,” in *2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2009, pp. 3005-3008, DOI: 10.1109/ICASSP.2009.4960256.
- [19] Li, M., Chen, W.S. and Han, L. “Correlation matching method for the weak stationarity test of LRD traffic” in *Telecommun. Syst.* 43, 181–195 (2010). <https://doi.org/10.1007/s11235-009-9206-5>
- [20] B. Marti-Cardona, C. Lopez-Martinez, and J. Dolz-Ripolles, “Local texture stationarity indicator for filtering Doñana wetlands SAR images”, in *2012 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2012, pp. 4903-4906, DOI: 10.1109/IGARSS.2012.6352513
- [21] Maystrenko, A.V. & Svetlakov, A.A. & Gandsha, Taras & Dmitriev, V.M. & Aksenova, Natalia. “Application of numerical signal differentiation methods to determine stationarity of A process” in *Petroleum and Coal*. 59. 311-318. (2017)
- [22] Rasoulzadeh, V., Erkus, E.C., Yogurt, T.A. et al. “A comparative stationarity analysis of EEG signals” in *Ann. Oper. Res.* 258, 133–157 (2017). <https://doi.org/10.1007/s10479-016-2187-3>
- [23] Ulrich K. Müller, “Size and power of tests of stationarity in highly auto-correlated time series” in *Journal of Econometrics*, Volume 128, Issue 2, 2005, Pages 195-213, ISSN 0304-4076, <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2004.08.012>.
- [24] Ricardo Gimeno, Benjamin Machado, Román Minguez, “Stationarity tests for financial time series” in *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Volume 269, Issue 1, 1999, Pages 72-78, ISSN 0378-4371, [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(99\)00081-3](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(99)00081-3)



İstatistikçiler Dergisi: İstatistik & Aktüerya
Journal of Statisticians: Statistics and Actuarial Sciences
IDIA 15, 2022, 2, 60-71
Geliş/Received: 13.10.2022, Kabul/Accepted: 07.12.2022
Araştırma Makalesi / Research Article

Yangın ve doğal afet sigortası priminin Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları ile tahmin edilmesi

Berke Dilmen

AgeSA Hayat ve Emeklilik A.Ş.
İstanbul, Türkiye
berkedilmen1@gmail.com
ID 0000-0003-2100-9752

Şeyma Gencer

Groupama Sigorta
İstanbul, Türkiye
gencer.seyma@hotmail.com
ID 0000-0002-9160-4883

Furkan Arıkel

Ray Sigorta A.Ş.
İstanbul, Türkiye
fuarike@gmail.com
ID 0000-0002-2290-2457

Şeydanur Kayır

Hacettepe Üniversitesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
Ankara, Türkiye
seydanurkayir@gmail.com
ID 0000-0002-6279-0592

Övgücan Karadağ Erdemir*

Hacettepe Üniversitesi
Aktüerya Bilimleri Bölümü
Ankara, Türkiye
ovgucan@hacettepe.edu.tr
ID 0000-0002-4725-3588

Öz

Bu çalışmada Türkiye yangın ve doğal afet sigortası primlerinin gelecekteki öngörüsü için Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları ele alınmıştır. Bu amaçla Türkiye Sigorta Birliği tarafından yayınlanmış 2011-2021 yılları arasındaki yangın ve doğal afet sigortası prim istatistikleri kullanılmıştır. Her iki zaman serisi yöntemi ile iki yıllık prim öngörüsü yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapay sinir ağları ile elde edilen tahmini prim değerleri ile daha düşük hata kare ortalama ve ortalama mutlak yüzde hata değeri hesaplanmıştır.

Anahtar sözcükler: ARIMA, Box-Jenkins Modelleri, Prim, Yangın ve doğal afet sigortası, Yapay sinir ağları, Zaman serileri analizi.

Abstract

Estimation of Premium of Fire and Natural Disaster Insurance with Box-Jenkins Models and Artificial Neural Networks

In this study, Box-Jenkins models and artificial neural networks are discussed for the prediction of Turkey's fire and natural disaster insurance premiums. For this purpose, fire and natural disaster insurance premium statistics for the years 2011-2021 published by the Insurance Association of Turkey were used. A two-year premium forecast was made with both time series methods and the results were compared. With the estimated premium values obtained by artificial neural networks, lower mean square error and mean absolute percent error value were calculated.

Keywords: ARIMA, Box-Jenkins Models, Premium, Fire and natural disaster insurance, Artificial neural networks, Time series analysis.

1. Giriş

Doğal afet çok sık meydana gelmeyen ancak gerçekleştiği zaman yüksek maddi kayıplara neden olabilecek deprem, hortum, kasırga gibi doğa olaylarını ve insan kaynaklı olarak toplumsal kayıplara yol açan terör, iklim değişikliği ve hava kirliliği gibi felaketleri içerir [1]. Afetlerin Epidemiyolojisi Araştırma Merkezi [2]'ne göre bir olayın doğal afet olabilmesi için en az 100 insanın etkilenmesi, 10 insanın ölmesi, olağanüstü hâl ilan edilmesi veya uluslararası yardım talep edilmesi gerekmektedir. Yangın ise ateşin kontrol edilemediği durumlarda ortaya çıkmakta, canlıların ölümüne, yaralanmasına ve ciddi maddi kayıplara neden olmaktadır.

İklim değişikliği, küresel ısınma, doğal kaynakların bilinçsiz kullanımı, sanayileşme, teknolojinin yaygın kullanımı ve kontrolsüz nüfus artışı gibi nedenler doğal afet riskini artırmaktadır. Her türlü canlı ve doğa için tehdit oluşturan doğal afetler, insanları fiziksel, sosyolojik, psikolojik ve ekonomik olarak etkilemektedir. İnsan sağlığını ve psikolojisi tehdit etmenin yanında, mal varlığını da olumsuz olarak etkileyen doğal afetlerin finansal etkileri incelenmelidir. Doğal afet riski proaktif ve reaktif risk yönetimi yöntemleri ile değerlendirilebilir. Afet meydana gelmeden önce gerçekleşme ihtimali ve olası zararlarının tahmini proaktif yöntem olarak, afet meydana geldikten sonra uygulanacak yöntemler ise reaktif yöntemler olarak adlandırılır. Proaktif risk yönetimi kapsamında afet gerçekleşmeden önce belirli finansal araçlar ile önlemler alınmalıdır. Finansal etkilerinden korunma yöntemleri afet sigortası, reasürans, afet rezerv fonu, afet tahvilleri ve olağanüstü durum kredisi şeklinde sıralanabilir [3].

Doğal afet riskinin finansmanında risk bilinci, riski önleme, risk transferi, piyasalardan faydalanmak, risk transfer ürünü geliştirmek, riski yönetmek, riskin etkisini azaltmak, uygun risk primine karar vermek, finansal olarak desteklemek, süreci başlatmak ve yol göstermek gibi süreçler mevcuttur ve bu süreçlerde kamu ve özel sektör işbirliği önemlidir. Her ülkenin doğal afet riski ile mücadelesi farklılık göstermektedir. Türkiye'de doğal afet riskinden korunma yöntemlerinin başında kuşkusuz doğal afet sigortası, zorunlu deprem sigortası ve tarım sigortası gibi sigortalar gelir. Sigorta sistemi, tanımı ve amacı gereği belirli prim tutarlarından bir havuz oluşturarak, risk ya da hasar meydana geldiğinde oluşacak finansal zararları en aza indirmeye çalışır. Ayrıca reasürans yoluyla sigorta şirketlerindeki riskin bir kısmı reasürans şirketlerine transfer edilir [4].

Sigorta sisteminin doğru çalışması için prim tutarının yükümlülükleri karşılayacak düzeyde doğru belirlenmesi gerekmektedir. Primin doğru belirlenmesi her sigorta türü için önemlidir ancak doğal afet sigortalarında meydana gelecek finansal kaybın oldukça yüksek olması riskinden dolayı şirketlerin yükümlülük karşılamada sorun yaşamaması açısından diğer sigorta türlerine göre daha fazla önem arz etmektedir. Bu nedenle matematiksel, istatistiksel ve aktüeryal yöntemlerden yararlanılabilir ve belirli bilgisayar yazılımları ile tahminler desteklenebilir. Prim tahminleri için doğrusal modeller, regresyon modelleri, genelleştirilmiş doğrusal modeller, genelleştirilmiş doğrusal karma modeller, bireysel veya kolektif risk modelleri, makine öğrenim teknikleri veya zaman serisi modelleri kullanılabilir.

Doğrusal temelli modellerde bir yıllık veri yardımıyla tahminler yapılabildiği için kullanımı daha yaygın ve kullanışlıdır. Zaman serisi yöntemlerinden yararlanabilmek için geçmiş prim ya da hasar verilerinin belli bir zaman aralığında kayıt altına alınmış olması gerekir. Bu nedenle diğer yöntemlere göre aktüerya bilimleri literatüründe çok sık rastlanmamaktadır. Ancak geleceğe dair bir öngörü çalışmasında tek bir yılı baz almak yerine bir yıldan daha uzun süreli bir veriyi baz alarak tahmin yapmak istatistiksel açıdan daha doğru tahminler sağlayabilir. Bir yıldan daha uzun süreli verilerle modelleme yapılacaksa zaman serileri yöntemlerinden yararlanmak gerekir.

Zaman serisi yöntemleri doğrusal ve doğrusal olmayan yöntemler olarak ayrılabilir. Doğrusal zaman serileri yöntemlerinden en sık kullanılan Box-Jenkins modelleri veya diğer adıyla ARIMA modelleridir. Üstel düzleştirme yöntemlerinin genelleştirilmiş biçimi olan Box-Jenkins modelleri mevsimsel veya mevsimsel olmayan zaman serilerine belirli aşamalardan geçerek uygulanır. Model belirleme, modelin tahmini, tanıtım denetim ve öngörü olmak üzere dört aşamadan oluşan bu sürece Box-Jenkins yöntemi denir. Doğrusal olmayan zaman serileri yöntemlerinden özellikle son zamanlarda yoğun olarak kullanılanlardan biri yapay sinir ağlarıdır. Biyolojik sinir ağlarına benzeyen yapay sinir ağları, insan beyninin çalışma şeklini taklit eder ve çok sayıda değişken ile çalışıp, genelleme yapabilir [5, 6]. Box-Jenkins modelleri ve yapay

sinir ağları dışında, üstel düzleştirme yöntemleri, zaman serileri için regresyon yöntemleri, çok değişkenli zaman serisi yöntemleri de zaman serilerinin analizinde kullanılmaktadır [7, 8].

Zaman serisi yöntemleri birçok finansal ve istatistiksel verinin geleceğe dair öngörüsü amacıyla kullanılmaktadır. Bir hisse senedi portföyü üzerinde veri madenciliği analizi ve yapay sinir ağları kullanarak çeşitli finansal ve ekonomik değişkenlerin yapısal ilişkisi ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır [9]. Kaynar ve Taştan [6] aylık ve günlük döviz kuru verilerini kullanarak Box-Jenkins modelleri ile ileri beslemeli yapay sinir ağlarını karşılaştırmıştır. Schumacher ve diğerleri [10] aktüerya öğrencilerinin başarılarının ölçülmesinde yapay sinir ağlarını, lojistik regresyon modelleri ve karar ağaçlarını karşılaştırmıştır. İhracat miktarının tahmininde Box-Jenkins ve yapay sinir ağları karşılaştırması yapılmıştır [11]. Başka bir çalışmada Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları enflasyon verilerini içeren bir zaman serisine uygulanmıştır [12]. Tkáč ve Verner araştırmasında yapay sinir ağlarını; denetim ve muhasebe, maliyet izleme, kredi puanlama, döviz ve faiz oranları, mali sorun ve iflas, hisse senedi ve tahviller vb. alanlar için kullanmıştır [13]. Onocak ve Koç [14], emeklilik yatırım fonu hisse senedi fiyatlarını yapay sinir ağları ile tahmin etmiştir. BIST 100 endeksinin 2009-2019 dönemleri arasında altın, döviz kuru sepeti, mevduat faizi, emisyon, doğrudan sermaye yatırımları, portföy yatırımları ve sanayi üretim endeksi verileri otoregresif hareketli ortalama modelleri ve yapay sinir ağları ile Kantar [15] tarafından tahmin edilmeye çalışılmıştır. Genel sigorta tazminatı rezervi için çapraz sınıflandırılmış aşırı dağılım Poisson modelinin yapay sinir ağı özellikleri ile geliştirilmesi üzerine bir çalışma yapılmıştır [16]. Türkiye ev fiyatları tahmininde Box-Jenkins modelleri, çok değişkenli zaman serisi yöntemlerinden vektör otoregresif (VAR) model ve genelleştirilmiş doğrusal model (GLM) ile karşılaştırılmıştır [17]. Elektrik piyasası fiyatlarının öngörüsü için bir çalışmada [18] çoklu regresyon, Box-Jenkins ve yapay sinir ağları karşılaştırılmıştır.

Zaman serisi yöntemleri ile prim tahmini üzerine yapılan çalışmalar nispeten daha azdır. Prim tahmininde risk faktörü ve enflasyon gibi fiyatlandırmayı önemli düzeyde etkileyen faktörlerin devre dışı bırakılıp, sadece zamanın etkisinin dikkate alınması eksik prim tahminlerine neden olabilir. Prim tahmini üzerine yapılmış çalışmaların birkaçı incelenmiştir. Çekici [19], 1986 – 2009 yılları arasındaki yangın ve doğal afet sigortası prim tutarlarından ve hasar prim oranlarından oluşan zaman serisi ele almış ve 2011 yılı için yangın ve doğal afet sigortası prim tutarı tahminini Pegels'in üstel düzeltme tekniği ile yapmıştır. Çekici ve İnel [20], Hazine Müsteşarlığı tarafından 1981-2011 yılları arasında yayınlanan direkt prim üretim verilerinin yardımıyla basit ortalama tahmin yöntemi, basit hareketli ortalama tahmin yöntemi, ağırlıklı hareketli ortalama tahmin yöntemi, basit üstel düzeltme tahmin yöntemi, Holt'un iki parametrelili üstel düzeltme tahmin yöntemi, Brown'nun üstel düzeltme yöntemi ve doğrusal regresyon modeli ile bir yıllık prim öngörüsü yapmışlardır. Çetinkaya [21], 2006-2019 yılları arasında Türkiye Sigorta Birliği (TSB) internet sitesinde yayınlanan Türkiye hayat sigortası prim üretimi verilerinden yararlanarak Holt'un iki parametrelili üstel düzeltme tahmin yöntemi, Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları ile prim öngörüsü yapmıştır. İstatistiksel yöntemler dışında analitik hiyerarşi süreci gibi normalde finansal performans ve sıralama çalışmalarında kullanılan yöntemlerden de prim hesabında yararlanılabilir. Gümüş ve Uzekmek [22] İstanbul, Bursa ve Sakarya'da konutların yangın risklerini ve uygun prim tutarlarının hesaplanması için analitik hiyerarşi sürecinden yararlanmıştır.

Bu çalışmada yangın ve doğal afet sigortası prim tahmini için doğrusal zaman serisi yöntemlerinden Box-Jenkins modelleri ve doğrusal olmayan zaman serisi yöntemlerinden ise yapay sinir ağları ele alınmıştır. TSB'nin internet sayfasında [23], 2011-2021 yılları arasında yayınlanan yangın ve doğal afet sigortası prim istatistiklerinden yararlanılmıştır. Sayısal hesaplamalar R Studio [24] programında yapılmıştır. Her iki yöntemle de 2011-2019 verileri yardımıyla iki yıllık prim öngörüsü yapılmış ve tahmin sonuçları 2020-2021 yıllarındaki gerçek prim değerleri ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışma, prim tahmininde çok sık kullanılmayan zaman serisi analizi yöntemleri ile yapıldığından prim tahminine farklı istatistiksel bir bakış açısı sunması bakımından önem arz etmektedir. Ayrıca yayınlanan son güncel istatistikler kullanıldığından, Türkiye yangın ve doğal afet sigortası primleri ile ilgili güncel bir tahmin çalışması sunulmaktadır.

Bu çalışmanın İkinci Bölümü'nde zaman serisi analizinde kullanılan Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları hakkında kısaca bilgi verilmiştir. Üçüncü Bölüm'de TSB'de yayınlanan istatistiklerden elde edilmiş zaman serisi her iki zaman serisi yöntemi ile modellenmiş ve iki yıllık prim öngörüsü yapılmıştır. Çalışmanın sonucunda elde edilen sonuç ve bulgulara ise Dördüncü Bölüm'de yer verilmiştir.

2. Zaman Serisi Analizi

2.1. Box-Jenkins Modelleri

Box-Jenkins modelleri üstel düzleştirme yöntemlerinin geliştirilmiş halidir ve en genel haliyle $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ biçiminde ifade edilmektedir. Bu gösterimde p ve q sırasıyla otoregresyon (AR) ve hareketli ortalama (MA) modellerinin derecelerini gösterirken; d , durağan olmayan bir sürecin durağanlaşması için gerekli olan fark alma sayısını göstermektedir. Box-Jenkins modelleri, mevsimsel olmayan ($ARIMA(p,d,q)$) ve mevsimsel ($ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$) modeller olarak iki farklı biçimde ifade edilebilir. Mevsimsel modellerde P ve Q sırasıyla mevsimsel otoregresyon (SAR) ve mevsimsel hareketli ortalama (SMA) modellerinin derecelerini gösterirken; D , mevsimsel fark alma sayısını göstermektedir [7].

z_t durağan bir zaman serisini, ε_t ak gürültü olan hata terimini ve $(1 - B)^d$ terimi d . dereceden fark işleminin kapalı formunu göstermek üzere, mevsimsel olmayan Box-Jenkins modelinin diğer bir ifade ile $ARIMA(p,d,q)$ modelinin genel gösterimi Eşitlik (1) ile verilmiştir.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_1 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t \quad (1)$$

Mevsimsel Box-Jenkins modeli olan $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ modelinin genel gösterimi ise Eşitlik (2) ile verilmiştir.

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_p B^{ps})(1 - B)^d (1 - B^s)^D z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_1 B^2 - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}) \varepsilon_t \quad (2)$$

Eşitlik (1) ve Eşitlik (2)'de verilen ϕ ve θ terimleri, sırasıyla otoregresyon ve hareketli ortalama modellerinin katsayılarını gösterirken, Φ ve Θ terimleri mevsimsel modellerin katsayılarıdır. Box-Jenkins yöntemi olarak adlandırılan modelleme yöntemi dört ana aşamadan oluşur. Bunlar sırasıyla; zaman serisine uygun modelin belirlenmesi, modelin tahmin edilmesi, tanıtım denetimi ve son olarak öngörü işlemidir [7].

2.2. Yapay Sinir Ağları

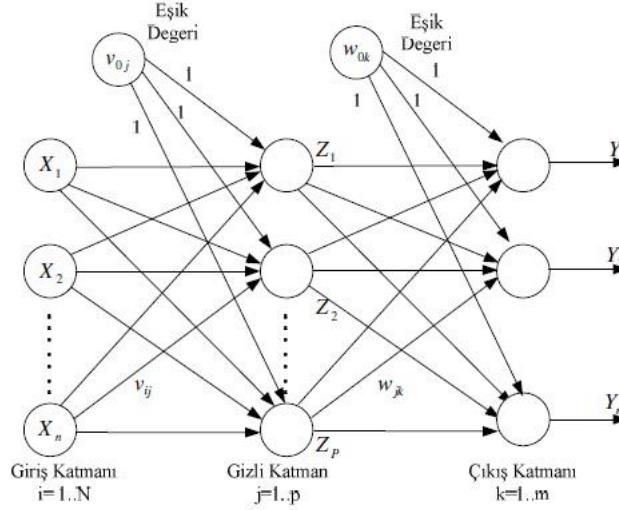
Gerçek veri yardımıyla elde edilmiş zaman serilerinin doğrusal modeller ile modellenmesinden elde edilen artıklarının doğrusallığı Mc-Leod ve Li [25] testi gibi doğrusal olmayış testleri ile incelendiğinde aslında birçoğunun doğrusal olmadığı görülür. Bu durumda zaman serilerinin doğrusal olmayan zaman serileri yöntemleri yardımıyla modellenmesi gerekir. Yapay sinir ağları sık tercih edilen doğrusal olmayan yöntemlerden birisidir ve çok katmanlı algılayıcı ağlar, Elman yapay sinir ağları, Jordan yapay sinir ağları, geri beslemeli ağlar, uzun kısa dönem hafıza ağları ve geçitli geri beslemeli ağlar gibi çeşitlere ayrılır [8]. Biyolojik sinir ağlarına benzeyen yapay sinir ağları, bilgiyi insan gibi analiz eden ve işleyen bir bilgi işleme sistemidir [5].

Bir yapay sinir ağı hücresinin 5 ana bileşeni vardır. Bunlar; girdiler (x_1, x_2, \dots, x_n), ağırlıklar (w_1, w_2, \dots, w_n), birleştirme fonksiyonu, $f(\cdot)$ aktivasyon fonksiyonu ve çıktı (y)'dir. Eşitlik (3)'te b eşik değeri ve $net = \sum_{i=1}^n w_i x_i + b$ olmak üzere bir yapay sinir hücresi doğrusal ya da doğrusal olmayan bir aktivasyon fonksiyonu yardımıyla,

$$y = f(net) = f(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b) \quad (3)$$

biçiminde ifade edilir [6]. Çok katmanlı yapay sinir ağlarında nöronlar katmanlar olarak düzenlenmiştir ve giriş katmanı, gizli katman ve çıkış katmanı bulunmaktadır. Çok katmanlı yapay sinir ağları ileri

beslemeli ile geri beslemeli yapay sinir ağları olarak ikiye ayrılabilir. İleri beslemeli yapay sinir ağlarında aktarılan bilgiler girişten çıkışa doğru, diğer bir ifade ile ileriye doğru hareket ederken, geri beslemeli ağlarda en az bir hücrenin çıkışı, diğer herhangi bir hücreye giriş olarak verilir. İleri beslemeli yapay sinir ağları, giriş katmanındayken dışarıdan gelen bilgilere herhangi bir değişiklik yapmadan, orta ve çıkış katmanında fonksiyonlarla belli ağırlıklarla çıkış nöronuna aktarılır [26]. Çok katmanlı ileri beslemeli bir yapay sinir ağının gösterimi Şekil (1) ile aşağıda verilmiştir.



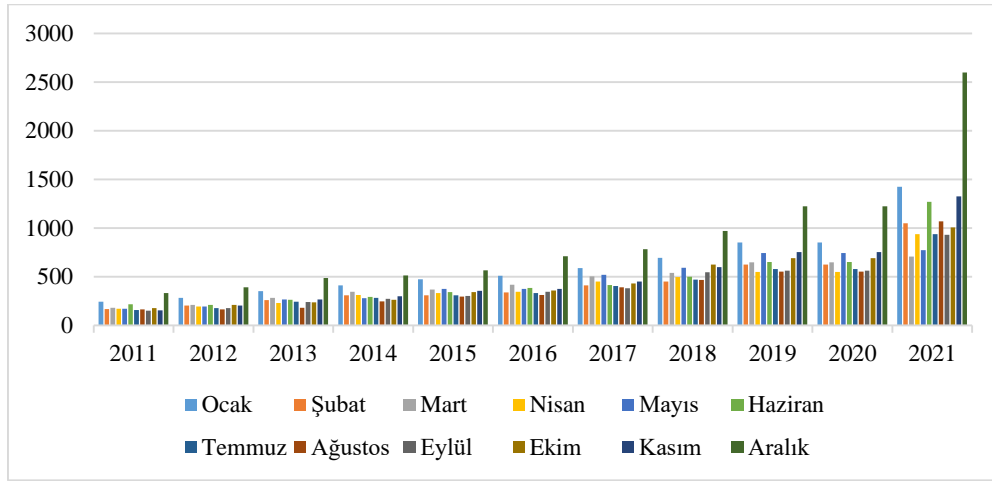
Şekil 1. Çok katmanlı ileri beslemeli yapay sinir ağı [6]

3. Uygulama: Yangın ve Doğal Afet Sigortası Priminin Zaman Serileri Analizi Yöntemleri ile Tahmini

3.1. Yangın ve Doğal Afet Sigortası Prim Verisi

Türkiye’de toplam prim üretiminde hayat dışı sigorta branşının katkısı hayat sigortası branşına göre oldukça yüksektir. TSB’de 2011-2021 yıllarında yayınlanan prim üretimi verilerine göre tüm prim üretiminde hayat dışı sigorta branşının katkısının %82-%91 aralığında değiştiği gözlenmiştir. TSB verilerine göre 2011-2021 yılları hayat dışı sigorta prim üretiminde yangın ve doğal afet sigortası primlerinin önemli bir katkısı vardır. Zorunlu mali sorumluluk, hastalık/sağlık ve kara araçları sigortalarından sonra toplam hayat dışı prim üretimine en yüksek katkıyı %13 civarında yangın ve doğal afet sigortaları yapmıştır.

TSB’de yayınlanan genel sigorta istatistiklerinden Ocak 2011’den Aralık 2021’e kadar tüm aylara ait yangın ve doğal afet sigortası prim üretimi verisi alınmıştır [23]. 2011 yılının Ocak ayından 2021 yılının Aralık ayına kadar yangın ve doğal afet sigortası prim üretim tutarlarına ait histogram Şekil 2’de verilmiştir.

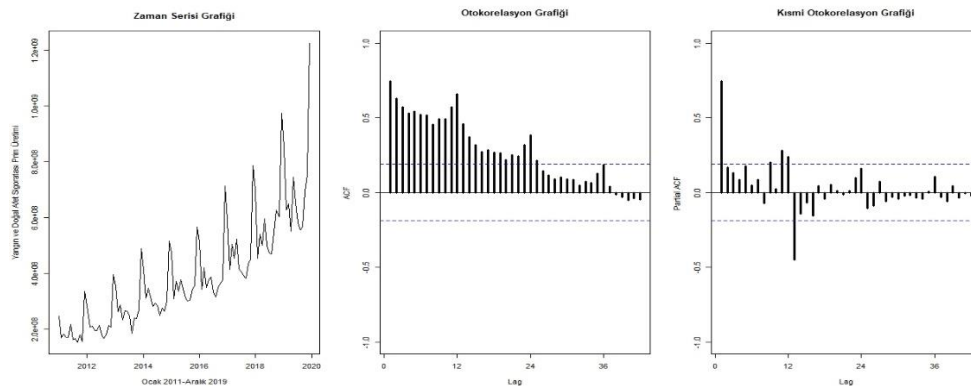


Şekil 2. 2011-2021 yılları arasında aylar bazında Türkiye yangın ve doğal afet sigortası prim üretimi (milyon)

Prim üretiminin 2011'den 2021 yılına kadar arttığı ve her yılın aralık ayında yüksek bir artış olduğu gözlenmektedir. Her yılın ay sonlarında gözlenen artışın, şirketler için raporlama dönem sonunun aralık ayı olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

3.2. Zaman Serileri Yöntemleri ile Prim Tahmini

Zaman serileri yöntemleri ile prim öngörüsü yapmak amacıyla gerekli olan sayısal hesaplamalar R Studio [24] ortamında yapılmıştır. Box-Jenkins modelleri için “forecast” paketi altında arima() fonksiyonu, yapay sinir ağları için “neuralnet” paketi altında nnetar() fonksiyonu kullanılmıştır. Ek olarak “rJava”, “XLConnect”, “ggplot2”, “zoo”, “lmtest” ve “readxl” gibi diğer birçok paket kullanılmıştır. Zaman serileri tahmin yöntemleri 2011 yılı Ocak ayından 2019 yılı Aralık ayını kapsayan toplam 108 ayın verisine uygulanmıştır. Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları ile iki yıllık prim öngörüsü yapılmıştır. Son iki yıla ait olan 2020 Ocak-2021 Aralık verisi ise tahmin değerleri ile gerçek verilerin karşılaştırılması amacıyla örneklem dışı test verisi olarak belirlenmiştir. 2011 yılının Ocak ayından 2019 yılının Aralık ayına kadar yangın ve doğal afet sigortası aylık primlerine ait zaman serisi grafiği ile ACF ve PACF grafikleri Şekil 3 ile aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. Ocak 2011- Aralık 2019 dönemleri arasında Türkiye yangın ve doğal afet sigortası primlerine ait zaman serisi, ACF ve PACF grafikleri

Aylık veri kullanıldığı için zaman serisinin frekansı 12 alınmıştır. Şekil 2'de verilen zaman serileri grafiği incelendiğinde artan bir trend ve mevsimsellik gözlenmektedir. ACF grafiği incelendiğinde ilk dört ve daha

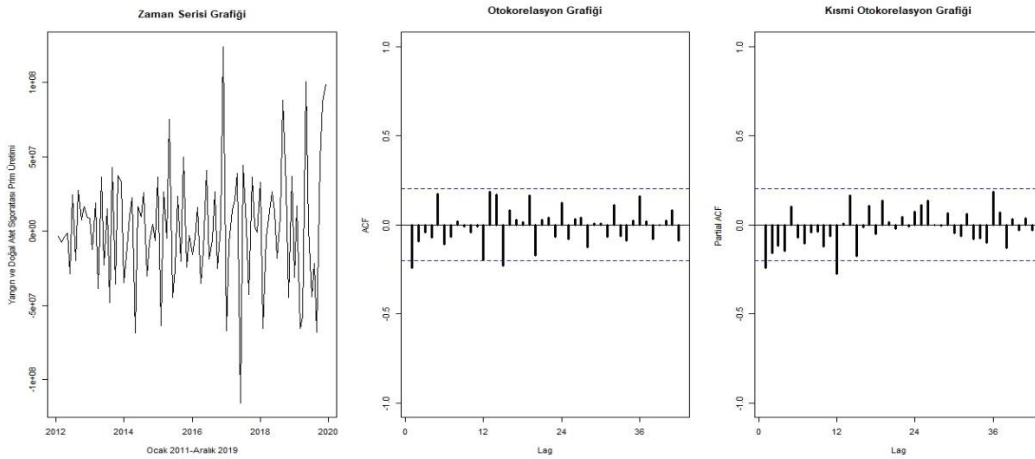
fazla gecikmenin güven sınırları dışında olması trend varlığı ihtimalini güçlendirmektedir. Zaman serisi grafiği ile ACF ve PACF grafiklerinden serinin durağan olmadığı gözlenmektedir. Durağanlığın tespiti için Augmented Dickey-Fuller (ADF) birim kök testi uygulanmıştır [27, 28]. “urca” R paketi yardımıyla serinin durağanlığı incelendiğinde seride birim kök varlığı gözlenmiştir ve serinin durağan olmadığı birim kök terstleri ile de doğrulanmıştır. Birim kök testine ait sonuçlar Tablo 1 yardımıyla aşağıda verilmiştir.

Tablo 1. Yangın ve doğal afet sigortası prim serisi için durağanlık testi sonuçları

	ADF Birim Kök Testi		
	Sabit	Sabit ve Trend	Sabitsiz ve Trendsiz
p-değeri	0.1615	2.505e-05	0.3097
ADF Test İstatistiği	-1.1792	-4.7853	0.4636
MacKinnon Kritik Değeri (%1)	-3.46	-3.99	-2.58
MacKinnon Kritik Değeri (%5)	-2.88	-3.43	-1.95
MacKinnon Kritik Değeri (%10)	-2.57	-3.13	-1.62
Düzeltilmiş R²	0.0160	0.1855	0.0035

Tablo 1’de verilen birim kök testi sonuçlarına göre sabit model ile sabitsiz ve trendsiz kurulan modellere göre ADF test istatistiği değerleri kritik değerlerden büyük ve $p > 0.05$ olduğundan seride birim kök mevcuttur. Seride birim kök bulunması serinin durağan olmadığı anlamına gelmektedir. Sabit ve trendli model serinin durağan olduğu hipotezini doğrulasa da diğer modellerde reddedilmiş ve serinin grafiklerinde durağanlık gözlenmemiştir. Fark işlemleri ile seri durağanlaştırmaya çalışılmış ve birim kök testleri yinelenmiştir.

Seri grafiklerinde trend ve mevsimsellik gözlemlendiği için sırasıyla bir fark ve bir mevsimsel fark işlemi uygulanmıştır. Fark işlemlerinden sonra yangın ve doğal afet prim serisine ait zaman serileri grafiği ile otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon grafikleri tekrar çizdirilmiş ve Şekil 4 ile aşağıda verilmiştir.



Şekil 4. Ocak 2011- Aralık 2019 dönemleri arasında Türkiye yangın ve doğal afet sigortası primlerine ait bir fark ve bir mevsimsel farkı alınmış zaman serisi, ACF ve PACF grafikleri

Şekil 4’te verilen zaman serisi grafiği incelendiğinde, fark işlemlerinden sonra trend ve mevsimsellik yapısının kaybolduğu gözlenmektedir. ACF ve PACF grafiklerinde güven sınırlarını aşan çok fazla değer olmadığı ve ilk 4 değer güven sınırı içerisinde bulunduğu serinin durağan hale geldiği varsayılmıştır. ADF testleri de fark işlemlerinden sonra tekrarlanmıştır ve tüm model türlerine göre birim kök test sonuçları Tablo 2 ile verilmiştir.

Tablo 2. Yangın ve doğal afet sigortası prim serisi için durağanlık testi sonuçları (fark ve mevsimsel işlemleri sonrası)

	ADF Birim Kök Testi		
	Sabit	Sabit ve Trend	Sabitsiz ve Trendsiz
p-değeri	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
ADF Test İstatistiği	-8.5185	-8.5137	-8.5226
MacKinnon Kritik Değeri (%1)	-3.51	-4.04	-2.6
MacKinnon Kritik Değeri (%5)	-2.89	-3.45	-1.95
MacKinnon Kritik Değeri (%10)	-2.58	-3.15	-1.61
Düzeltilmiş R²	0.6196	0.618	0.6177

Tablo 2’de verilen birim kök testi sonuçlarına göre tüm modeller için ADF test istatistiği değerleri kritik değerlerden küçük ve $p < 0.05$ olduğundan seride birim kök olduğunu ileri süren hipotez reddedilir. Fark işlemlerinden sonra prim serisinin durağan hale geldiği birim kök testleri ile de desteklenmiştir. Ayrıca fark işlemlerinden sonra birim kök testleri ile elde edilen düzeltilmiş R^2 değerleri artmıştır. Prim verisinin durağanlaştığı ve modellemeye uygun olduğu düşünülerek belirlenen iki zaman serisi ile prim tahmini yapılmıştır.

3.2.1. Serinin Box-Jenkins (ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)s) Modelleri ile Modellenmesi

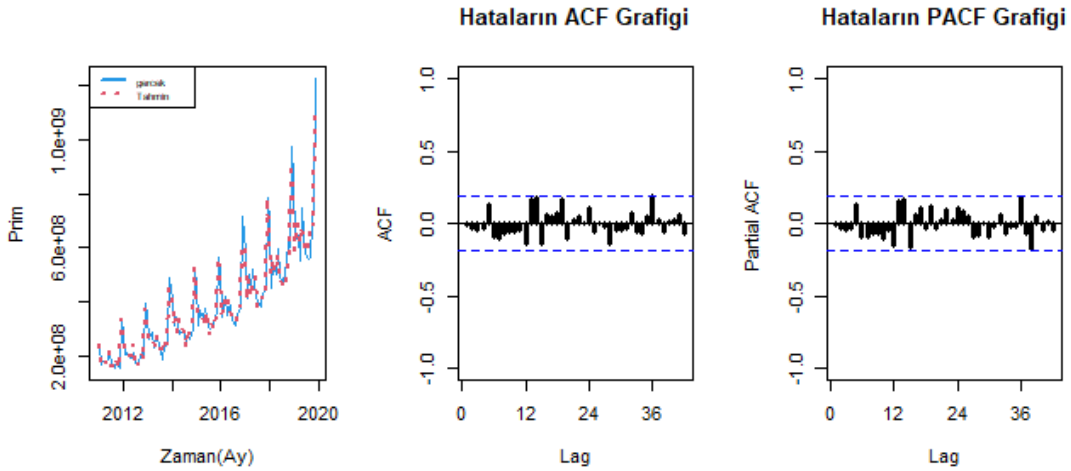
Yangın ve doğal afet primlerine ait zaman serisine 1. fark ve 1. mevsimsel fark işlemleri uygulandığı için $d=1$ ve $D=1$ olarak belirlenmiştir. Şekil 4’te verilen ACF ve PACF grafiğinde ilk değerler güven sınırını aştığı için $p=1$ ve $q=1$ model dereceleri ile modeller kurulmuştur. ACF grafiği daha hızlı azalıyor gibi görüldüğünden hareketli ortalama modellerinin daha uygun olabileceği düşünülmektedir. Birinci dereceden hareketli ortalama (MA(1)) modelleri kapsamında ARIMA(0,1,1)(0,1,0)[12], ARIMA(0,1,1)(0,1,1)[12], ARIMA(0,1,1)(1,1,0)[12] ve ARIMA(0,1,1)(1,1,1)[12] modelleri kurulmuştur. Bu modellerden ARIMA(0,1,1)(0,1,0)[12] modeli dışındaki modellerde bazı katsayılar istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır ($p > 0.05$). Grafikselsel olarak hareketli ortalama modeli prim zaman serisine daha uygun görüldüğü için birinci dereceden bazı otoregresyon (AR(1)) modelleri ile bazı otoregresif hareketli ortalama (ARMA(1,1)) modelleri denenmiştir. Denenen AR(1) modellerinden bazıları ARIMA(1,1,0)(0,1,0)[12], ARIMA(1,1,0)(1,1,0)[12], ARIMA(1,1,0)(2,1,0)[12], ARIMA(1,1,0)(0,1,1)[12] ve ARIMA(1,1,0)(1,1,1)[12] modelleridir. Bu modellerde istatistiksel olarak anlamsız katsayılar rastlanmıştır. ARMA (1,1) modellerinden ise ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12], ARIMA(1,1,1)(1,1,0)[12], ARIMA(1,1,1)(0,1,1)[12] ve ARIMA(1,1,1)(1,1,1)[12] modelleri denenmiştir. Bu modellerden ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12] modeli dışındaki modellerde anlamsız katsayılar ile karşılaşılmıştır. Katsayıları istatistiksel olarak anlamlı olan Box-Jenkins modelleri arasında bilgi kriterine göre bir karşılaştırma yapılmıştır. Bu sebeple en uygun Box-Jenkins modeli, en düşük BIC değerini veren ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12] modeli olarak kabul edilmiştir.

Tablo 3. Box-Jenkins (ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12]) modelinin parametre tahminleri ve bazı istatistikleri

Değişkenler	Katsayı	Standart Hata	z değeri	p
AR (1)	0,4282	0,1246	3,4359	0,0005905*
MA (1)	-0,8814	0,0582	-15,1499	< 2,2e-16*
İstatistikler				
Log-likelihood	-1788,92			
AIC	3583,83			
AICC	3584,1			
BIC	3591,49			

*İstatistiksel olarak anlamlı katsayı ($\alpha=0,05$)

Belirlenen Box-Jenkins modeli ile elde edilen tahmini prim değerleri ile aylar bazındaki gerçek prim değerleri aynı düzlemde çizdirilmiş, hataların ACF ve PACF grafikleri elde edilmiştir. Bu grafikler Şekil 5 ile verilmiştir.

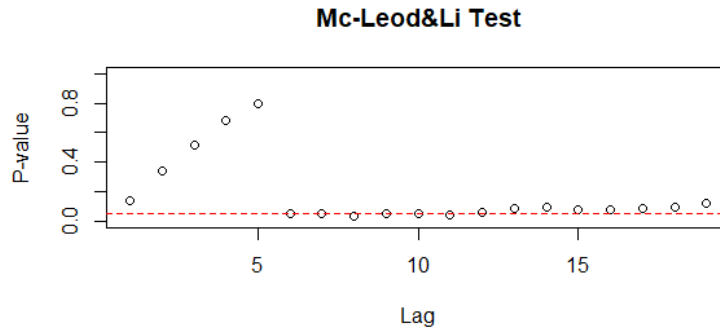


Şekil 5. ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12] modeli ile elde edilen tahmin değeri ile gerçek değerlerin birlikte grafiği, ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12] modeline ait hataların ACF ve PACF grafikleri

Şekil 5'te verilen ilk grafikte, ARIMA(1,1,1)(0,1,0)[12] modeli yardımıyla elde edilmiş tahmin değerleri, 2011-2019 yılları arasındaki gerçek aylık Türkiye yangın ve doğal afet sigortası prim değerlerine büyük ölçüde yakınsamıştır. Hataların ACF ve PACF grafikleri incelendiğinde, güven sınırını aşan çok fazla gecikme olmadığından hataların ak gürültü sürecine uyduğu söylenebilir. Hataların ak gürültü sürecine uyup uymadığı ayrıca Box-Ljung testi [29] ile test edilmiştir. Test sonucuna göre hataların bağımsız olduğunu diğer bir ifade ile ak gürültü sürecine uyduğunu ileri süren yokluk hipotezi kabul edilir ($p=0,7097>0,05$; $X^2 = 8.9209$, $df = 12$).

3.2.2. Serinin Yapay Sinir Ağları ile Modellenmesi

Yapay sinir ağları doğrusal olmayan zaman serilerinde sıklıkla kullanılan bir model sınıfı olduğundan ilk olarak yangın ve doğal afet aylık prim verilerinin doğrusallığı Mc-Leod&Li testi [25] ile test edilmiş ve grafiği Şekil 6 ile verilmiştir.



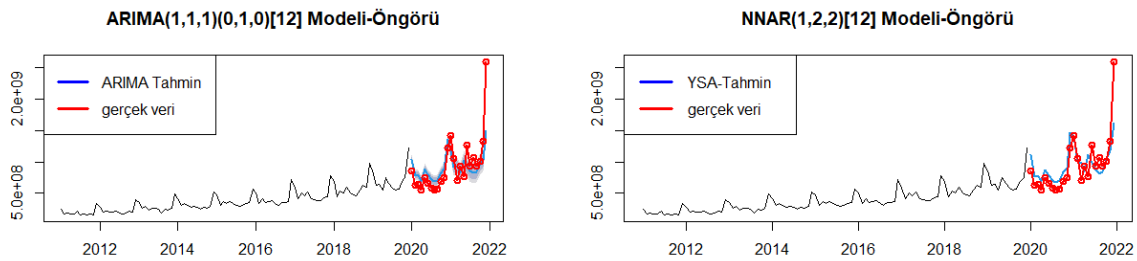
Şekil 6. Yangın ve doğal afet sigortası aylık prim tutarları zaman serisi için Mc-Leod&Li testi grafiği

Doğrusal zaman serilerinde tüm gecikmeler için p-değerlerinin kesik çizgi ile belirtilen referans çizgisinin üstünde olması beklenir [8]. Prim verisinde bazı noktalar referans çizgisinin altında olduğundan doğrusal olmama durumu vardır. Bu durumda yapay sinir ağları prim verisine uygulanabilir.

Yapay sinir ağları için “neuralnet” R paketi içindeki nnetar() fonksiyonu kullanılmıştır. Box-Jenkins modellerinde olduğu gibi son iki yıla ait olan veri test verisi olarak alınmıştır. nnetar() fonksiyonu mevsimsel olmayan zaman serileri için AR(p) modeline benzer şekilde, k gizli katman sayısını göstermek üzere bir yapay sinir ağı modelini NNAR(p,k) modeli olarak belirtmektedir. Mevsimsel zaman serileri için, ARIMA(p,0,0)(P,0,0)[m] modeline benzer şekilde yapay sinir ağlarını NNAR(p,P,k)[m] modeli olarak belirler. İlk başta seriye uygun modelin tanımlanması için parametre belirlenmemiş, yangın ve doğal afet aylık prim serisine uygun yapay sinir ağı modeli nnetar() fonksiyonu yardımıyla belirlenmeye çalışılmıştır. Fonksiyon, parametreleri NNAR(2,1,2)[12] olarak belirlemiştir. Paketin belirlediği model dışında başka birçok model uygulanmıştır. Bunlar arasından diğerlerine göre gerçek veriye daha yakın tahmin sağlayanlar NNAR(2,1,2)[12], NNAR(2,2,3)[12] ve NNAR(1,2,2)[12] modelleridir. Bu üç yapay sinir ağı modeli içinden gerçek veriye en yakın tahmin sağlayan model NNAR(1,2,2)[12] modelidir.

3.2.3. Box-Jenkins Modeli ile Yapay Sinir Ağları Sonuçlarının Karşılaştırılması

Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları ile elde edilen öngörü değerleri karşılaştırma amacıyla Şekil 7’de birlikte verilmiştir. Şekil 7’de verilen grafiklerde her iki model içinde tahmini ve gerçekleşen değerler uyumludur. Karşılaştırma kriterleri yardımıyla her iki yöntem karşılaştırılmıştır. Hata kare ortalama (MSE) değerleri Box Jenkins modeli için 2,8542 iken yapay sinir ağları için 2,3996 olarak hesaplanmıştır. Ortalama mutlak yüzde hata (MAPE) değerleri ise Box-Jenkins modelleri ve yapay sinir ağları için sırasıyla 4,5597 ve 4,4364 olarak hesaplanmıştır. MSE ve MAPE dışında MAE ve RMSE değerleri de incelenmiştir. Yapay sinir ağları ile daha düşük hata değerleri elde edilmiştir. Ancak, sadece zaman serileri yöntemlerinden yararlanarak yapılan gelecek öngörüsünde hesaplanan karşılaştırma kriteri ölçütleri yüksek çıkmıştır. Prim hesabında; yaşanan bölge, bina yapısı, iklim, sıcaklık vb. risk faktörlerinin devre dışı bırakıldığı bir tahmin yönteminin gerçeğe yakın tahminlerde sorun yaşadığı gözlenmektedir. Bu çalışmayı neticede iki zaman serisi yönteminin prim tahmininde karşılaştırılması gibi düşünmek daha doğru olacaktır.



Şekil 7. Box-Jenkins modeli ve yapay sinir ağları ile Ocak 2020 - Aralık 2021 dönemi için tahmin edilen prim değerlerinin gerçek değerlerle grafiği

4. Sonuç ve öneriler

Tüm dünyada olduğu gibi Türkiye’de de küresel ısınma, iklim değişikliği, doğal kaynakların bilinçsiz bir şekilde tüketilmesi, sanayileşme, yaygın teknoloji kullanımı ve yoğun nüfus artışı gibi nedenler ile doğal afetlerin meydana gelme sıklığı artmıştır. Doğal afetlerin finansal etkilerini en aza indirmek için tercih edilen yöntemlerin başında sigorta gelmektedir. Sigorta sisteminin etkin çalışması için sistemin girdisi olan prim tutarlarının yükümlülükleri karşılayacak düzeyde doğru belirlenmesi önemlidir. Ayrıca TSB’de 2011-2021 yılları arasında yayınlanan istatistikler incelendiğinde Türkiye’de toplam hayat dışı prim üretiminde yangın ve doğal afet sigortalarının önemli bir katkısı olduğu görülmektedir.

Prim tahmini üzerine yapılmış aktüeryal çalışmalar incelendiğinde, prim hesabında doğrusal modellerin, regresyon modellerinin, genelleştirilmiş doğrusal modellerin, genelleştirilmiş doğrusal karma modellerin,

bireysel veya kolektif risk modellerinin sıklıkla kullanıldığı görülür. Doğrusal temelli bu modellerde sıklıkla bir yıllık veri kullanılarak geleceğe dair öngörü yapılmaktadır. Bu çalışmalarda yaşanan bölge, sıcaklık, bina türü gibi fiyatlandırmayı önemli ölçüde etkilen risk faktörleri modellemeye dahil edilmektedir.

Bu çalışmada prim tahmininde kullanımına çok sık rastlanmayan zaman serisi yöntemleri ile prim öngörüsü yapılmış ve sonuçları incelenmiştir. Bu amaçla doğrusal zaman serilerinden Box-Jenkins modelleri ve doğrusal olmayan yöntemlerden yapay sinir ağları seçilmiştir. 2011-2019 yılları arasında kaydedilmiş 108 aylık prim zaman serisi yardımıyla iki yıllık prim öngörüsü yapılmıştır. Öngörü değerleri 2020-2021 yılları arasında yayınlanan 24 aylık gerçek prim değerleri ile karşılaştırılmıştır. Zaman serisi yöntemlerinde mekansal ve iklimsel etki göz önünde bulundurulmadan sadece zaman etkisi yardımıyla modelleme yapılmıştır.

Yangın ve doğal afet sigortası aylık primlerinin tahmininde Box-Jenkins modelleri ile yapay sinir ağları kendi içinde karşılaştırılmıştır. Grafiksel incelemelerde her iki yöntem ile elde edilen öngörü değerleri gerçek prim değerleri ile uyuşmuştur. Daha detaylı bir karşılaştırma amacıyla her iki zaman serisi yöntemi için MSE ve MAPE gibi model karşılaştırma kriterlerinden yararlanılmıştır. Yapay sinir ağları ile daha düşük MSE ve MAPE değeri hesaplanmıştır. Analiz sonucunda yapay sinir ağları yönteminin daha tutarlı sonuç verdiği gözlenmiştir. Bir tahmin çalışmasına göre hata değerleri beklenenden biraz fazla hesaplanmıştır. Bunun nedeni prim tahmininde sadece zaman etkisinin dikkate alınması diğer bir ifade ile risk faktörlerinin devre dışı bırakılması olarak yorumlanabilir. Ayrıca bu çalışmada prim tutarları üzerinde herhangi bir enflasyon düzeltmesi yapılmadan TSB tarafından yayınlanan istatistik bilgileri ham hali ile kullanılmıştır. Enflasyon oranları prim üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğundan, çalışmanın devamı niteliğinde, enflasyon etkisinden arındırılmış prim verisi ile zaman serisi analizlerinin tekrarlanması ve enflasyonun zaman serileri yöntemleri ile öngörü çalışmalarına etkisinin incelenmesi planlanmaktadır.

Bu çalışmada zaman serisi yöntemlerinden sadece ikisi ele alınmış ve bir öngörü çalışması yapılmıştır. Yangın ve doğal afet sigortası prim serisine uygun olabilecek başka zaman serisi yöntemleri ile çalışma tekrarlanıp, sonuçlar karşılaştırılabilir. Zaman serisi yöntemleri ile elde edilen sonuçlar doğrusal modeller veya makine öğrenmesi ve derin öğrenme gibi veri madenciliği yöntemleri ile elde edilecek sonuçlarla karşılaştırılabilir. Ayrıca bu çalışmada 2022 yılı verilerinin hepsi yayınlanmadığından en güncel yıl olarak 2021 seçilmiştir. Daha güncel bir çalışma için 2022 yılı verilerinin hepsi yayınlandığında çalışma güncellenebilir.

Kaynaklar

- [1] S. Erpek, 2007, Sigorta Şirketlerinin alternatif risk finansmanı yöntemlerinden afet tahvilleri ve Türk sermaye piyasasında uygulanabilirliği, *Sermaye Piyasası Kurulu Yeterlik Etüdü*, 1-54.
- [2] <https://www.emdat.be/explanatory-notes>
- [3] A. Yavuz, S. Dikmen, 2015, Doğal afetlerin zararlarının finansmanında kullanılan afet öncesi finansal araçlar, *Marmara Üniversitesi Siyasal Bilimler Dergisi*, 3(2), 303-322.
- [4] N. Dalkılıç, 2014, Kamu-özel sektör işbirliği çerçevesinde doğal afet risk finansmanı, *Amme İdaresi Dergisi*, 47(4), 117-137.
- [5] L. Fausett, 1994, Fundamentals of neural networks: architectures, algorithms and applications, Prentice Hall.
- [6] O. Kaynar, S. Taştan, 2009, Zaman serisi analizinde MLP yapay sinir ağları ve ARIMA modelinin karşılaştırılması, *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 33, 161-172.
- [7] C. Kadılar, H. Öncel Çekim, 2020, SPSS ve R uygulamalı zaman serileri analizine giriş, Seçkin Yayıncılık, Ankara, 1-379.
- [8] E. Eğrioğlu, E. Baş, 2020, Zaman serileri ve öngörü yöntemleri (R uygulamalı), Atlas Akademik Basım Yayın Dağıtım Tic. Ltd. Şti., 1-270.
- [9] S. Thawornwong, D. Enke, 2004, The adaptive selection of financial and economic variables for use with artificial neural networks, *Neurocomputing*, 56, 205-232.
- [10] P. Schumacher, A. Olinsky, J. Quinn, R. Smith, 2010, A comparison of logistic regression, neural networks, and classification trees predicting success of actuarial students, *Journal of Education for Business*, 85(5), 258-263.
- [11] M. Karahan, 2015, Yapay sinir ağları metodu ile ihracat miktarlarının tahmini: ARIMA ve YSA metodunun karşılaştırmalı analizi, *Ege Akademik Bakış*, 15(2), 165-172.

- [12] M. Akdağ, Y. Yiğit, 2016, Box-Jenkins ve yapay sinir ağı modelleri ile enflasyon tahmini, *Ankara Üniversitesi İktisadi ve İdare Bilimler Dergisi*, 30(2), 273.
- [13] M. Tkáč, R. Verner, 2016, Artificial neural networks in business: two decades of research, *Applied Soft Computing*, 38, 788-804.
- [14] D. Onocak, S. Koç, 2018, Yapay sinir ağları ile emeklilik yatırım fonu hisse senedi fiyatlarının tahmini. *Finans Ekonomi ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 3(3), 590-600.
- [15] L. Kantar, 2020, BİST 100 endeksinin yapay sinir ağları ve ARMA modeli ile tahmini, *Muhasebe ve Finans İncelemeleri Dergisi*, 3(2), 121-131.
- [16] A. Gabrielli, R. Richman, M. V. Wüthrich, 2020, Neural network embedding of the over-dispersed Poisson reserving model, *Scandinavian Actuarial Journal*, 1, 1-29.
- [17] B. Yılmaz, A. S. Kestel, 2020, Forecasting house prices in Turkey: GLM, VAR and time series approaches, *Journal of Business Economics and Finance*, 9 (4), 274-291.
- [18] B. Arslan, İ. Ertuğrul, 2022, Çoklu regresyon, ARIMA ve yapay sinir ağı yöntemleri ile Türkiye elektrik piyasasında fiyat tahmin ve analizi, *Journal of Management and Economics Research*, 20(1), 331-353.
- [19] E. Çekici, 2011, Doğal afetler ve Türk sigorta sektöründe risk transferi, *Öneri Dergisi*, 9(36), 53-62.
- [20] M. Çekici, M. İnel, 2013, Türk sigorta sektörünün direkt prim üretimlerinin tahmin teknikleri ile incelenmesi. *Marmara Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 34(1), 135-152.
- [21] T. Çetinkaya, 2019, Hayat sigortası prim üretimlerini tahminleme yöntemlerini karşılaştırarak gelecek yıllar prim üretimini tahminleme, Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, Türkiye.
- [22] F. Gümüş, F. Uzekmek, 2019, Yangın sigortası risk ve prim hesaplaması üzerine bir uygulama, *Journal of Accounting, Finance and Auditing Studies*, 5(1), 269-297.
- [23] <https://www.tsb.org.tr/istatistikler>
- [24] RStudio Team (2020). RStudio: Integrated Development for R. RStudio, PBC, Boston, MA URL <http://www.rstudio.com/>.
- [25] A. I. McLeod, W. K. Li, 1983, Diagnostic checking ARMA time series models using squared-residual autocorrelations, *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), 269-273.
- [26] <https://www.veribilimiokulu.com/yapay-sinir-aglari/>
- [27] D. A. Dickey, W. A. Fuller, 1979, Distributions of the Estimators For Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Journal of the American Statistical Association*, 75, 427-431.
- [28] D. A. Dickey, W. A. Fuller, 1981, Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root, *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- [29] G. M. Jung, G. E. P., Box, 1978, On a measure of lack of fit in time series models, *Biometrika*, 65, 297-303.