

İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ

JOURNAL OF STATISTICAL
RESEARCH

JSRTR

E-ISSN 2791-7614

Cilt
Volume **14**

Sayı
Issue **01**

Yıl
Year **2024**

**İSTATİSTİK ARAŞTIRMA DERGİSİ
ULUSLARARASI HAKEMLİ DERGİ**

JOURNAL OF STATISTICAL RESEARCH
INTERNATIONAL PEER-REVIEWED JOURNAL

**ISSN: 2791-7614
CİLT/VOL. 14 • SAYI / ISSUE 1 • 2024**

**Türkiye İstatistik Kurumu Adına Sahibi / Owner on Behalf of Turkish Statistical Institute
Erhan ÇETİNKAYA**

Baş Editör / Editor - in - Chief
Prof. Dr. Selahattin GÜRİŞ

Editör Yardımcısı / Assistant Editor
Prof. Dr. Nurcan METİN
TÜİK Uzmanı Orçun AYDIN

Sorumlu Müdür / Responsible Manager
TÜİK Uzmanı Gönül KALENDER

Yabancı Dil Editörü / Foreign Language Editor
TÜİK Uzmanı Nilgün DORSAN

İletişim / Communication
Türkiye İstatistik Kurumu
Devlet Mah.
Necatibey Cad. No: 114
06420 Çankaya/Ankara/TÜRKİYE

Tel. / Phone: +90 312 454 73 50
Belgeç / Fax: +90 312 454 82 96
E-posta / E-mail: journal@tuik.gov.tr
İnternet Sayfası / Web Site:
<https://journal.tuik.gov.tr>

Türkiye İstatistik Kurumu yayını olan İstatistik Araştırma Dergisi, yılda iki kez yayımlanan uluslararası hakemli bir dergidir. Makalelerin bilimsel ve etik kurallara uygunluğu yazarların sorumluluğundadır; Türkiye İstatistik Kurumu sorumlu tutulamaz.

Journal of Statistical Research, the publication of the Turkish Statistical Institute, is an international peer-reviewed journal published twice a year. Compliance of the articles with scientific and ethical rules is the responsibility of the authors; Turkish Statistical Institute cannot be held responsible.

**©Türkiye İstatistik Kurumu Yayını
©Turkish Statistical Institute Publication**

Baş Editörümüzün anısına,

Değerli okuyucular,

İstatistik Araştırma Dergisi, Türkiye İstatistik Kurumu'nun 2002 yılında yayınlanmaya başladığı uluslararası akademik bir dergisidir. Yayın politikası yenilenen ve kısa bir aradan sonra Temmuz 2021'de yeniden yayınlanmaya başlayan İstatistik Araştırma Dergisi'nde istatistik yanında ekonometri, yöneylem araştırması ve istatistiğin araç olarak kullanıldığı diğer bilim dallarında teorik çalışmalara yer verdiğimiz gibi, uygulamalı orijinal çalışmalara da yer verilmektedir.

Dergimizin 2021 yılı öncesindeki tüm arşivinin güncel sayılarımızla birlikte tek bir platformdan erişilebilmesi için geçmiş sayılarımızın taranması, OCR işlemleri, künye bilgisi girişleri de içerisinde olmak üzere 2021 yılından beri yürüttüğümüz çalışmalarımız da tamamlanmıştır. Bu çerçevede geçmiş sayılardaki yazarlarımız çalışmalarına artık <https://dergipark.org.tr/> adresinde yer alan dergimizin sayfası üzerinden arşiv bağlantısına tıklayarak erişebilirler.

Bu sayıda makaleleri ile destek veren yazarlarımıza, dergimizin bilimsel çizgisine yön veren hakemlerimize, dergimizin Editörler Kuruluna üye olmayı kabul ederek bizi onurlandıran değerli bilim insanlarına, desteklerinden ötürü TÜİK Başkanı Sayın Erhan ÇETİNKAYA'ya ve emeği geçen herkese teşekkürlerimizi sunarız.

Dergimizin Temmuz 2024 (Cilt 14, Sayı 1) sayısı, dergimizin bugünlere gelmemesine çok büyük katkıları olan Baş Editörümüz Sayın Prof. Dr. Selahattin GÜRİŞ'e adanmıştır. Baş Editörümüzün zamansız vefatı hepimizi derinden üzmüştür. Ülkemizde pek çok akademisyenin yetişmesindeki katkıları yanında, dergimize ve bilim dünyasına yaptığı katkıları da unutulmayacaktır. Hüzünlü duygular içerisinde yayınladığımız dergimizin bu sayısının, bilim dünyasına yararlı olmasını dileriz. Bundan sonraki sayılarımıza da ilgi ve desteğinizin devamını bekler, saygılarımızı sunarız.

Prof. Dr. Nurcan METİN ve Orçun AYDIN
Editör Yardımcıları

Editörler / Editors

- Prof. Dr. Ebru ÇAĞLAYAN AKAY, Marmara Üniversitesi, İstanbul
Fikri AKDENİZ, Çığ Üniversitesi, Mersin
Cem CANEL, University of North Carolina Wilmington, Amerika Birleşik Devletleri
Mehmet Ali CENGİZ, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun
Meral ÇETİN, Hacettepe Üniversitesi, Ankara
Özlem İLK DAĞ, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara
Burak GÜRİŞ, İstanbul Üniversitesi, İstanbul
Jamal HUSEİN, Angelo State University, Amerika Birleşik Devletleri
Cem KADILAR, Hacettepe Üniversitesi, Ankara
Safet KOZAREVIC, University of Tuzla, Bosnia and Herzegovina, Bosna-Hersek
Sakkthivel Annamalai MANICKAM, Skyline University College, Birleşik Arap Emirlikleri
Ünal Halit ÖZDEN, İstanbul Ticaret Üniversitesi, İstanbul
Ömer ÖZTÜRK, The Ohio State University, Amerika Birleşik Devletleri
Muthucattu Thomas PAUL, Papua New Guinea University of Technology, Papua Yeni Gine
Mustafa SEVÜKTEKİN, Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa
Ram SHANMUGAM, Texas State University, Amerika Birleşik Devletleri
Kutluk Kağan SÜMER, İstanbul Üniversitesi, İstanbul
Semra ERPOLAT TAŞABAT, Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi, İstanbul
Mustafa TEKİN, İstanbul Üniversitesi, İstanbul
Münevver TURANLI, İstanbul Ticaret Üniversitesi, İstanbul
- Prof. Emeritus Barry C. ARNOLD, University of California, Amerika Birleşik Devletleri
Hanna DUDEK, Warsaw University of Life Sciences, Polonya
Nikolai KOLEV, University of Sao Paulo, Brezilya
Debasis KUNDU, Indian Institute of Technology, Hindistan
W. Y. Wendy LOU, University of Toronto, Kanada
- Doç. Dr. İbrahim DEMİR, Türkiye İstatistik Kurumu Başkanlığı, Ankara
Dr. Ojonugwa USMAN, Federal College of Education (Technical), Nijerya
Subhash Kumar YADAV, Babasaheb Bhimrao Ambedkar University, Hindistan

Dergimize gönderilen makalelerin tümü intihal tespit amacıyla incelenmektedir.

All articles submitted to our journal are analyzed by plagiarism detection tools.

İÇİNDEKİLER / CONTENTS

ARAŞTIRMA MAKALELERİ / ORIGINAL RESEARCH ARTICLES

- 1-18 Emre YILDIRIM, Mehmet Ali CENGİZ
Stochastic Copula Approach for Modeling Dependency: Evidence from Commodity and Exchange Rate Markets / Bağımlılık Modellemede Stokastik Kopula Yaklaşımı: Emtia ve Döviz Kuru Piyasasından Bulgular
- 19-35 Burhan ERDOĞAN
Bitcoin, Petrol ile Borsalar Arasındaki Volatilite Analizi / Volatility Analysis Between Bitcoin, Oil and Stock Markets
- 36-45 Zehra Berna AYDIN
Cusum, Ewma Kontrol Grafiklerinin Karşılaştırılması: Aydınlatma Sektöründe Bir Uygulama / Comparison of Cusum, Ewma Control Charts: An Application in the Lighting Industry
- 46-73 Atilla AYDIN
BİST100 Endeksinde Ocak-Ekim ve Haftanın Günleri Anomalilerinin Volatiliteye Etkilerinin Belirlenmesi / Determining the Effects of January-October and Days of the Week Anomalies on Volatility in the BIST100 Index
- 74-84 Erol TERZİ, Melih UZUNOĞLU, Ahmet TOY
Retrospective Investigation of Complication Development Risk Conditions with Logistic Regression Models in Diabetic Patients / Diyabetik Hastalarda Komplikasyon Geliştirme Riski Durumlarının Lojistik Regresyon Modelleri ile Retrospektif İncelenmesi



Stochastic Copula Approach for Modeling Dependency: Evidence from Commodity and Exchange Rate Markets

Emre YILDIRIM

University of Ankara Hacı Bayram Veli / Lect. PhD.
Continuing Education Application and Research Center
emre-yildirim@hbv.edu.tr
Orcid No: 0000-0002-2816-7473

Mehmet Ali CENGİZ

University of Ondokuz Mayıs / Prof. Dr.
Department of Statistics
macengiz@omu.edu.tr
Orcid No: 0000-0002-1271-2588

Abstract

In this study, the dependency structure between commodity prices and exchange rates of BRICS countries is modeled by the stochastic copula which is a particular class of time-varying copulas. This model is a nonlinear and its parameter follows an unobservable stochastic process. Since this approach regards both the observations and the latent process, it enables to be handled the dependency in a more flexible and comprehensive way.

The data set includes daily closing prices between January 2015 and December 2022, and they are extracted from Yahoo finance website. RStudio and MATLAB programs are used to analyze the data. It is found that there is a time-varying symmetrical dependence between oil prices and the exchange rates of BRICS countries. It should not be ignored that there is an upper tail dependence for oil and BRL and oil and RUB, and a lower tail dependence for oil and exchange rates of other BRICS countries. On the other hand, there is a time-varying symmetrical dependence between gold and the exchange rates of other BRICS countries while the relationship between gold and BRL is mostly measured by the upper tail dependence. Finally, it is suggested that dependency between gold and oil prices are dynamic and symmetric, but the upper tail dependency should be taken into account to measure the effect of asymmetry. The findings have important implications for policy makers and investors.

Keywords: Dependence modeling, Stochastic copula, BRICS countries, Commodity prices, Exchange rates.

Corresponding Author / Sorumlu Yazar: Emre YILDIRIM, University of Ankara Hacı Bayram Veli, Continuing Education Application and Research Center.

Citation / Atf: YILDIRIM E., CENGİZ M.A. (2024). Stochastic Copula Approach for Modeling Dependency: Evidence from Commodity and Exchange Rate Markets. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 1-18.

Bağımlılık Modellemede Stokastik Kopula Yaklaşımı: Emtia ve Döviz Kuru Piyasasından Bulgular

Özet

Bu çalışmada, BRICS ülkelerinin emtia fiyatları ile döviz kurları arasındaki bağımlılık yapısı, zamanla değişen kopulaların özel bir sınıfı olan stokastik kopula ile modellenmiştir. Bu model doğrusal olmayan bir modeldir ve parametresi gözlemlenemeyen bir stokastik süreci takip etmektedir. Bu yaklaşım hem gözlemleri hem de gizli süreci dikkate aldığından bağımlılığın daha esnek ve kapsamlı bir şekilde ele alınmasına olanak sağlar.

Bu çalışmadaki veri seti Ocak 2015 ile Aralık 2022 arası günlük kapanış fiyatlarını kapsamakta olup Yahoo finans websitesinden alınmıştır. Verilerin analizi için RStudio ve MATLAB programları kullanılmıştır. Petrol fiyatları ile BRICS ülkelerinin döviz kurları arasında zamanla değişen simetrik bir bağımlılık olduğu tespit edilmiştir. Petrol ve BRL ile petrol ve RUB için üst kuyruk bağımlılığı, diğer BRICS ülkelerinin ise petrol ve döviz kurları için alt kuyruk bağımlılığının olduğu göz ardı edilmemelidir. Öte yandan altın ile diğer BRICS ülkelerinin döviz kurları arasında zamanla değişen simetrik bir bağımlılık mevcutken, altın ile BRL arasındaki ilişki çoğunlukla üst kuyruk bağımlılığı ile ölçülmektedir. Son olarak altın ve petrol fiyatları arasındaki bağımlılığın dinamik ve simetrik olduğu ancak asimetrisinin etkisini ölçmek için üst kuyruk bağımlılığının da dikkate alınması gerektiği ileri sürülmektedir. Bulguların politika yapıcılar ve yatırımcılar için önemli çıkarımlar sunmaktadır.

Anahtar sözcükler: Bağımlılık Modelleme, Stokastik kopula, BRICS Ülkeleri, Emtia Fiyatları, Döviz Kuru.

1. Introduction

Modeling of the dependence structure between variables has become popular in finance and economics in recent years. These variables are mostly far from the normal distribution due to the fact that they exhibit skewness and excess kurtosis. For this reason, methods that require the assumption of normality are insufficient to model the dependence between financial and economic variables and therefore, flexible approaches that do not need strict assumptions such as normality are explored.

One of the alternative methods in modeling the dependency is copulas. The existence of copulas was first introduced by Sklar's theorem (1959) and has received increasing attention, especially in economics and finance lately. This theorem claims that the multivariate distribution function can be decomposed into univariate marginals and a copula function that completely captures dependence structure between the interested variables. Thus, it enables to model the dependence between the variables independently of the marginal distributions. Moreover, the most important benefits of copula functions are the ability to handle various dependency structures such as asymmetric and tail dependency as well as symmetric dependencies. Nelsen (2007) and Joe (2014) present comprehensive information on the copula theory. Copula can describe the dependency structures of markets under extreme conditions (Cherubini et.al., 2004; Penzer et. al., 2012; Wu and Lin, 2014).

In this paper, the dependence structure between commodity prices and exchange rates of the BRICS countries is modeled by the stochastic copula which is a particular class of time-varying copulas. This process consists of two stages: modeling marginals first and then dependency. Since the return series are serially correlated and the evidence of heteroscedasticity, ARMA-GARCH (Autoregressive Moving Average – Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) approach is performed to overcome these issues. The standardized residuals from the marginal models are converted to uniforms by the probability integral transform and used as input variables for the copulas. Dependency modeling is covered in three parts: oil and exchange rates of BRICS countries, gold and exchange rates of BRICS countries, and gold and oil. The main contributions of this study are as follows: to the best of our knowledge, it is the first study to handle the dynamic of dependence structure between commodity prices and exchange rates of BRICS countries through a stochastic copula model. This approach enables the dependency between the related variables to be studied in a more flexible and comprehensive framework. Moreover, there are very few studies in the literature that model dependency using the stochastic copula approach although it offers outstanding results in modeling dynamic dependency. It is expected that this paper will contribute to the gap in this field. Finally, the sample includes turmoil periods such as the Covid-19 pandemic and the Russia-Ukraine war and it is aimed to present the dynamics of dependency in such periods.

The remainder of the paper is as follows: In the Section 2, the literature review is explained. Section 3 describes the methodology. The definition of the data and empirical findings are presented in Section 4. The results are discussed in section 5.

2. Literature Review

Reboredo (2012) analyzes the co-movement of oil prices and exchange rates through the copula approach and finds that the dependency of the relevant variables is generally weak, that the dependency has increased significantly after the global financial crisis, and that there is no extreme market dependence between oil prices and exchange rates.

Wu et al. (2012) investigate the dependence structure between oil and exchange rate markets using the copula-GARCH method. They apply portfolio risk estimation to verify the effectiveness of the method.

Aloui et al. (2013) discuss the dependence between oil prices and exchange rates using the copula-GARCH approach. It is concluded that there is a significant and symmetrical dependence between all exchange rates of interest and oil. It is associated with the increase in oil prices and the depreciation of the dollar.

Yang and Hamori (2013) examine the dependence between gold and exchange rate markets. It has been determined that the conditional upper tail dependencies of gold and GBP and gold and JPY pairs are higher than other pairs. It is found that the dependency structure between gold and exchange rates is asymmetric.

Sebai and Naoui (2015) perform the copula-DCC-MGARCH approach to the relationship between oil prices and exchange rates. Before the global financial crisis, oil and exchange rates were independent, but after the crisis, there was evidence of a positive dependence between the related variables.

Kayalar et al. (2017) investigate the dependency between crude oil prices and stock market indices, as well as exchange rates, by using the copula approach according to developed/developing and oil importer/exporter classes. They conclude that while the exchange rates and stock markets of most oil exporting countries exhibit higher oil dependency, the markets of developing oil importing countries are less sensitive to price fluctuations.

Albulescu et al. (2018) analyze the dependence between international exchange rates with time-invariant and time-varying copulas. They conclude that although the dependence between the JPY and other exchange rates is weak, there is a positive and symmetrical dependence between all international exchange rates.

Fenech and Vosgha (2019) explore the conditional dependencies between oil prices and Gulf Corporation Council stock market indices with time-varying copula models. They conclude that portfolios composed of oil and some GCC stocks are less likely to be affected by symmetrical risk.

He and Hamori (2019) analyze the dependence between WTI oil prices and the exchange rates of BRICS countries using copula models. They suggest that there is a negative dependence and a significant tail dependency between oil prices and exchange rates.

Kumar et al. (2019) employ the dependence-switching copula approach to model the dependency between exchange rates and stock markets of BRICS countries. They suggested that for all countries except Russia, the dependency and tail dependency are symmetrical during the negative correlation regime, while the dependencies are asymmetrical but the tail dependency is symmetrical during the positive correlation regime. They reveal that the dependencies computed based on the R-vine copulas are optimal for calculating the VaR of the portfolio.

Meng et al. (2020) research the impact of downward and upward global oil price fluctuations on China's commodity sectors through both static and dynamic copulas. They suggest that the degree of downward spillover effect on the crude oil price is greater than the upward effect, thus asymmetric effects exist.

3. Methodology

This section presents the theoretical background of the proposed stochastic copula and marginal models.

3.1. Stochastic copula

The stochastic copula approach introduced by Hafner and Manner (2012) is defined as a particular class of time-varying copulas. In this model, parameters are estimated by considering not only data/observations as in Patton (2006) but also the latent stochastic process. Thus, the dynamics of the dependency structure enables to be handled in a more comprehensive and flexible way.

Let $(u_{1,t}, u_{2,t})$ for $t = 1, \dots, T$ be bivariate time series and their distribution function is defined by the copula model with dynamic θ parameter given below.

$$(u_{1,t}, u_{2,t}) \sim C(u_1, u_2 | \theta_t) \quad (1)$$

Where $\theta_t \in \Theta \subset R$. It is assumed that parameter θ_t is driven by an unobservable stochastic process. $\theta_t = \Psi(\lambda_t)$ transform is applied to ensure that the copula parameter remains in its domain. Here, $\Psi: R \rightarrow \Theta$ and transformation Ψ depends on the chosen copula. For information on transformations, the appendix can be viewed.

λ_t is the unobservable underlying process and follows the first order of the Gaussian autoregressive process:

$$\lambda_t = \alpha + \beta\lambda_{t-1} + \kappa\varepsilon_t \quad |\beta| < 1, \quad \kappa > 0 \quad (2)$$

Here ε_t is a Gaussian innovation process. Parameter estimates are performed by an independent stochastic process. The model described above is nonlinear and can be written in its state space representation.

$$(u_{1t}, u_{2t}) | \lambda_t \sim C(u_1, u_2 | \Psi(\lambda_t)) \quad (3)$$

The state equation is given in Eq. (3) and the transition equation is defined as in Eq. (4):

$$\lambda_t = \alpha + \beta\lambda_{t-1} + \kappa\varepsilon_t \quad (4)$$

For comprehensive information on the parameter estimation process of the stochastic copula model, Hafner and Manner (2012) can be scrutinized.

3.1.1. Tail dependency

Let (U_1, U_2) be two variables with uniform distribution. The lower tail dependency coefficient λ_l defined in $[0,1]$ is stated as follows:

$$\begin{aligned} \lambda_l &= \lim_{u \rightarrow 0^+} P(U_1 \leq u | U_2 \leq u) \\ &= \lim_{u \rightarrow 0^+} \frac{C(u, u)}{u} \end{aligned} \quad (5)$$

Similarly, the upper tail dependency λ_u defined in $[0,1]$ is expressed as follows:

$$\begin{aligned} \lambda_u &= \lim_{u \rightarrow 1^-} P(U_1 > u | U_2 > u) \\ &= \lim_{u \rightarrow 1^-} \frac{C^*(u, u)}{u} \end{aligned} \quad (6)$$

Here C^* is the survival copula. If the lower and upper tails are equal to each other, there is symmetric tail dependence between the two variables, otherwise there is asymmetric tail dependence. If $\lambda_l = 0$ and $\lambda_u = 0$, the two variables are asymptotically independent in the lower and upper tails.

In this study, normal, Gumbel, Clayton, Frank, Rotated Gumbel and Rotated Clayton copula models are considered as stochastic copula models. The normal copula models symmetric dependence. While Gumbel and Rotated Clayton copula models model upper tail dependencies, Clayton and Rotated Gumbel copulas overcome lower tail dependencies.

3.2. Marginal models

There is evidence of autocorrelation and heteroscedasticity in financial time series (Bollerslev, 1986). ARMA (Autoregressive Moving Average) – GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) models are used to overcome such problems and these models are defined as follows:

$$\begin{aligned} y_t &= \mu + \sum_{i=1}^p \varphi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \gamma_j a_{t-j} + a_t \\ a_t &= \sigma_t \varepsilon_t \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^m \delta_k \sigma_{t-k}^2 + \sum_{l=1}^n \zeta_l a_{t-l}^2 \quad (8)$$

Where φ and γ are the parameters AR and MA, respectively, and μ is the constant. The parameters ω , δ and ζ in the GARCH model represent constant, GARCH and ARCH parameters, respectively.

4. Data and empirical results

In this paper, gold and oil prices from the commodity market and exchange rates of the BRICS countries against the dollar are considered. The dataset ranges from January 2015 to December 2022 and includes 2059 daily closing prices. All price series are extracted from Yahoo Finance. The labels are ‘OIL’ for the Brent crude oil, ‘GOLD’ for the Gold spot price, ‘BRL’ for the Brazilian real against US dollars, ‘RUB’ for the Russian ruble against US dollars, ‘INR’ for the Indian rupee against US dollars, ‘CNY’ for the Chinese yuan against US dollars and ‘ZAR’ for the South Africa rand against US dollars.



Figure 1. Original series of interested variables.

The sampling period is regarded because it includes crisis periods affecting international markets such as the covid-19 pandemic, the Russia-Saudi Arabia oil price war and the Russia-Ukraine wars.

Table 1. Descriptive statistics for the return series.

| | COMMODITIES | | | EXCHANGE RATES | | | |
|----------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| | OIL | GOLD | BRL | RUB | INR | CNY | ZAR |
| Mean | 0.0002 | 0.0001 | -0.0003 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 | -0.0001 |
| Std. Dev. | 0.0268 | 0.0087 | 0.0109 | 0.0157 | 0.0039 | 0.0025 | 0.0101 |
| Skewness | -0.9600 | -0.2329 | -0.0619 | -1.5116 | -0.1973 | -0.1758 | -0.2461 |
| Kurtosis | 14.9550 | 3.3587 | 2.0595 | 37.4014 | 1.7336 | 5.5430 | 0.9530 |
| J-B stat | 19540.0 | 989.5 | 366.79 | 120990.0 | 272.46 | 2653.3 | 99.3 |
| J-B p-value | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| ADF stat | -44.9 | -44.6 | -48.3 | -44.6 | -51.6 | -46.1 | -45.2 |
| ADF p-value | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| L-B Q Stat | 14.494 | 14.607 | 15.663 | 47.036 | 51.555 | 23.907 | 8.3916 |
| L-B Q p-value | 0.2703 | 0.2636 | 0.2072 | <0.001 | <0.001 | 0.0209 | 0.7538 |
| L-B Q ² | 475.38 | 163.57 | 95.612 | 1292.3 | 207.13 | 192.08 | 103.92 |
| L-B Q ² p-value | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |
| Arch LM stat | 249.87 | 93.903 | 63.311 | 532.63 | 108.58 | 111.94 | 75.457 |
| Arch LM p-value | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 | <0.001 |

The price series of the interested variables are demonstrated in Fig. 1. The trend pattern appears for all price series and this indicates that the price series are far from stationary assumption. For this reason, return series calculated as in Eq. (9) are utilized instead of price series for dependency analysis.

$$r_t = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) \quad (9)$$

Here, p_t and r_t represent the price and return of the related financial asset at time t , respectively. The return series exhibit in Fig. 2. It is clear that there is evidence of volatility clustering for all series, implying the ARCH effect in the series. Descriptive statistics of the return series are presented in Table 1. The means for all return series are larger than the standard deviations, indicating that there is no trend form in the return series. Since the return series are left-skewed, the probability of loss is greater than the probability of gain for the all series. Although greater in oil and RUB exchange rates, excess kurtosis and heavy-tailedness are present in all series. The null hypothesis of normality of the return series is rejected by the Jarque-Bera test. Methods based on the assumption of normality are insufficient in modeling the dependence of related variables. The ADF (Augmented Dickey Fuller) test confirms the stationarity of the return series. It is propounded by means of Ljung-Box test that there is no serial correlation in the returns of oil, gold, BRL and ZAR, while there is a serial correlation in the returns of RUB, INR and CNY. However, it is revealed that the squares of the return series are serially related, and the existence of the ARCH effect is indicated by the ARCH LM test. These results support that ARMA-GARCH models are suitable for return series.

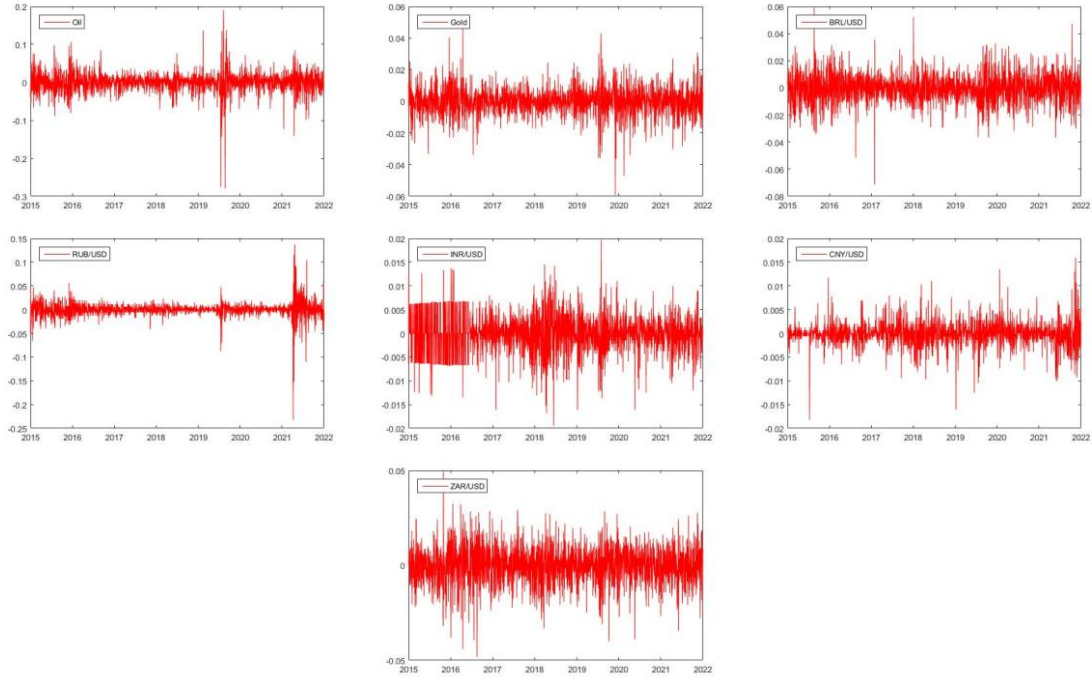


Figure 2. Return series of interested variables.

Table 2. Parameter estimates of the marginal distributions.

| | COMMODITIES | | | EXCHANGE RATES | | | |
|-------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | OIL | GOLD | BRL | RUB | INR | CNY | ZAR |
| μ | 0.0013 (0.0004) | 0.0001 (0.4530) | -0.0002 (0.0711) | 0.0001 (0.3066) | -0.0001 (0.9054) | -0.0001 (0.7911) | -0.0004 (0.0000) |
| φ_1 | 0.5245 (0.0327) | 0.2218 (0.0000) | -1.4434 (0.0000) | -0.5939 (0.0001) | / | 1.2229 (0.0000) | -0.8541 (0.0000) |
| φ_2 | / | -0.9823 (0.0000) | -0.7581 (0.0000) | / | / | -0.2354 (0.0000) | 0.9059 (0.0000) |
| φ_3 | / | / | 0.1498 (0.0000) | / | / | / | 0.9353 (0.0000) |
| γ_1 | -0.5569 (0.0200) | -0.2308 (0.000) | 1.3640 (0.0000) | 0.5284 (0.0014) | -0.1342 (0.0000) | -1.3009 (0.0000) | 0.8520 (0.0000) |
| γ_2 | / | 0.9899 (0.000) | 0.6281 (0.0000) | / | / | 0.3188 (0.0000) | -0.9215 (0.0000) |
| γ_3 | / | / | -0.2356 (0.0000) | / | / | / | -0.9158 (0.0000) |
| ω | 0.0001 (0.0021) | 0.0001 (0.7119) | 0.0001 (0.0258) | 0.0001 (0.5707) | 0.0001 (0.3404) | 0.0001 (0.9332) | 0.0001 (0.0851) |
| ζ | 0.0986 (0.0000) | 0.0334 (0.0702) | 0.0497 (0.0000) | 0.1251 (0.0162) | 0.0607 (0.0000) | 0.0795 (0.0000) | 0.0399 (0.0000) |
| δ | 0.8821 (0.0000) | 0.9554 (0.0000) | 0.9362 (0.0000) | 0.8709 (0.0000) | 0.9301 (0.0000) | 0.9193 (0.0000) | 0.9378 (0.0000) |

Table 2. Parameter estimates of the marginal distributions (continuing).

| | COMMODITIES | | | EXCHANGE RATES | | | |
|--------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| | OIL | GOLD | BRL | RUB | INR | CNY | ZAR |
| η | / | 0.9465 (0.0000) | / | / | / | / | 0.8598 (0.0000) |
| ν | 4.9730 (0.0000) | 5.1529 (0.0024) | 8.8933 (0.0000) | 6.6807 (0.0000) | 4.6528 (0.0000) | 3.4309 (0.0000) | 17.8680 (0.0043) |
| LL | 4958.932 | 6998.013 | 6492.744 | 6591.496 | 8624.244 | 9767.053 | 6591.459 |
| AIC | -4.812 | -6.791 | -6.299 | -6.398 | -8.375 | -9.483 | -6.394 |
| BIC | -4.793 | -6.763 | -6.269 | -6.379 | -8.358 | -9.458 | -6.361 |

Notes: This table show estimated parameters for marginals. The values are parameter estimations and p-values, respectively.

Table 2 reports the parameter estimations of the marginals. Except for some constant parameters, parameters are significant for all of return series. It is concluded that for gold and all exchange rates except ZAR, models that innovations are Student t distribution are the best suitable, while for gold and ZAR, models with skewed Student t distribution of innovations are the most appropriate. Since the degrees of freedom ν range from 3.43 to 17.86, all return series are heavy-tailed.

Table 3. Parameter estimations of the best fitted SCAR copula: Brent Oil.

| | Copula family | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|
| OIL – BRL | Normal | 0.0126 - | 0.9380 - | 0.0420 - | 43.5814 |
| OIL – RUB | Normal | 0.0035 (0.0029) | 0.9917 (0.0064) | 0.0360 (0.0124) | 213.8812 |
| OIL – INR | Normal | 0.0023 (0.0033) | 0.9782 (0.0281) | 0.0341 (0.0287) | 19.1544 |
| OIL – CNY | Normal | 0.0049 - | 0.9627 - | 0.0153 - | 19.7292 |
| OIL - ZAR | Normal | 0.0519 (0.0344) | 0.7710 (0.1433) | 0.1617 (0.0697) | 53.7539 |

Notes: This table presents the parameter estimations of SCAR models. The parameters indicate constant term, persistence level and dynamic dependency, respectively.

The standardized residuals obtained from the estimated marginal models are converted to uniform inputs by probability integral transformation. Table 3 reports the parameter estimations of the stochastic copula that best models the dependence between oil and the exchange rates of the BRICS countries. All results of stochastic copulas for the dependence of commodity prices and the exchange rates of the BRICS countries are presented in Tables A1-A10 in the Appendix. In the model, the parameter β indicates the persistence in dependence and the parameter κ refers whether the dependency is dynamic or not. Due to the nature of the stochastic copula approach, dependencies are handled in pairs. The dependency structure of oil and exchange rates of the BRICS countries is best modeled by the Gaussian copula. The fact that the parameter value κ for each pair is different from zero indicates that there is a dynamic aspect in the dependency.

In terms of persistence in dependency, relationship between oil and ZAR is relatively low, while the other pairs exhibit high persistence in dependency, except for the oil-ZAR pair.

Table 4. Parameter estimations of the best fitted SCAR copula: Gold.

| | Copula family | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|------------|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|
| GOLD – BRL | Gumbel | -0.0494 - | 0.9782 - | 0.1905 - | 49.7480 |
| GOLD – RUB | Normal | 0.0068 (0.0063) | 0.9370 (0.0496) | 0.0811 (0.0428) | 19.9272 |
| GOLD – INR | Normal | 0.0041 (0.0030) | 0.9785 (0.0139) | 0.0496 (0.0185) | 58.9407 |
| GOLD – CNY | Normal | 0.0058 (0.0035) | 0.9792 (0.0104) | 0.0611 (0.0162) | 118.0010 |
| GOLD - ZAR | Normal | 0.0058 (0.0035) | 0.9792 (0.0104) | 0.0611 (0.0162) | 118.0010 |

Notes: This table presents the parameter estimations of SCAR models. The parameters indicate constant term, persistence level and dynamic dependency, respectively.

However, Clayton, Gumbel and their rotated versions from Archimedean copulas are more informative about the extreme market dependence commonly occurred between financial variables. This information is valuable for investors and policy makers at the decision-making stage. For asymmetrical dependencies between oil-BRL and oil-RUB, Gumbel copula, which only models the upper tail dependence, should be considered. Clayton copula is the best fitted asymmetrical copula model for petrol-INR and petrol-CNY.

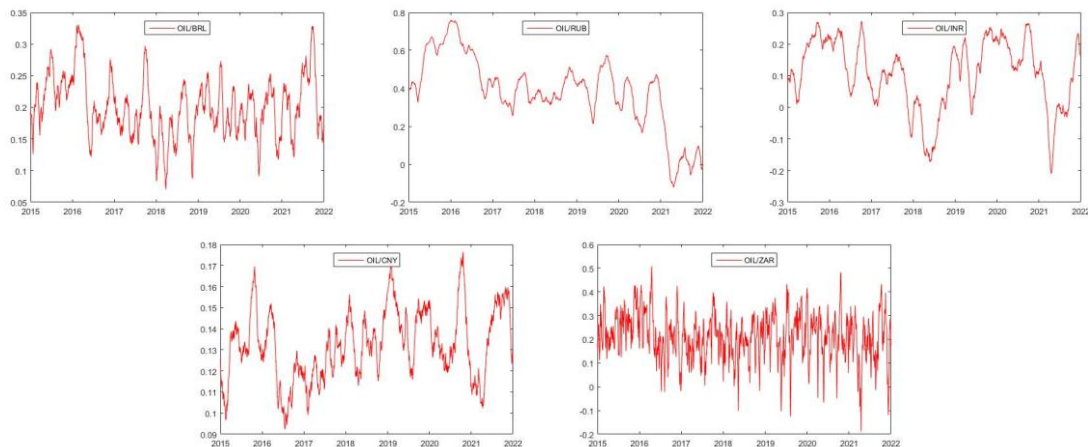


Figure 3. Dependence paths of oil and exchange rates.

The dependency of oil and exchange rates of BRICS countries is presented in Fig. 3. It is apparent that the dependence between oil and the exchange rates of the BRICS countries evolves over time. The dependency between the related variables is symmetrical and time-varying. It is notable to consider the lower tail dependencies for these variable pairs. Finally, there is a lower tail asymmetric dependence between oil and ZAR since the rotated Gumbel copula is selected as the best model for this pair.

Russia and Brazil are two of the world's largest oil producers. The increase in oil prices leads to the appreciation of the RUB and BRL currencies, which is supported by the upper tail dependency. On the other hand, the relationship between oil prices and other exchange rates excluding BRL and RUB is measured by the lower tail dependency. This indicates that oil and related exchange rates are more prone to comovement during downturns in markets. Table 4 summarizes the stochastic copula results for gold prices and the exchange rates of the BRICS countries. For all pairs, the β parameter value indicates high persistence in dependence, while the value of κ parameter refers that the dependency changes during time. The dependency between gold and BRL based on the log-likelihood criterion is best modeled through Gumbel copula. That is, the relations between gold and BRL is measured by the upper tail dependence. The dependency between gold and all exchange rates except BRL is best modeled by the normal copula, and there is a time-varying symmetric dependence between the relevant variables. However, Gumbel copula appears to be the best model for all pairs in terms of tail dependence. This means that gold and exchange rates of BRICS countries are more likely to move together during periods of market uptrend.

Table 5. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and Brent oil.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------|
| Normal | 0.0055 (0.0056) | 0.9345 (0.0562) | 0.0810 (0.0468) | 20.3147 |
| Gumbel | -0.0179 - | 0.9940 - | 0.1232 - | 17.8122 |
| Clayton | -0.0188 - | 0.9928 - | 0.1144 - | 14.6375 |
| Frank | 0.0049 (0.0055) | 0.9894 (0.0109) | 0.1154 (0.0723) | |
| Rotated Clayton | 0.0217 - | 0.9658 - | 0.2223 - | -112.8307 |
| Rotated Gumbel | -0.1147 - | 0.9617 - | 0.2280 - | 14.5577 |

Notes: This table presents the parameter estimations of SCAR models. The parameters indicate constant term, persistence level and dynamic dependency, respectively.

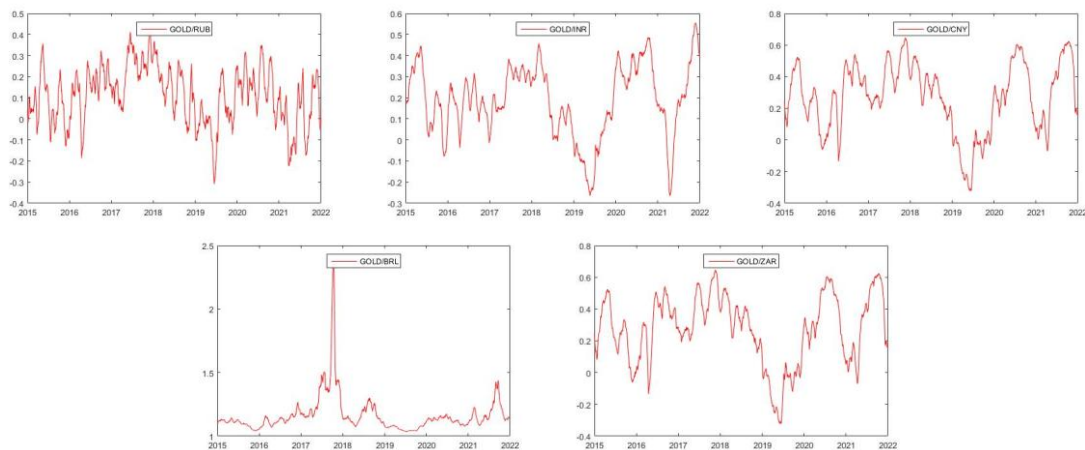


Figure 4. Dependence paths of gold and exchange rates.

The dependence paths between gold and exchange rates are depicted in Fig. 4. It is clear that the relations between exchange rates and gold, which are explained by symmetrical dependence, change both positively and negatively over time. This suggests that modeling the dependence between gold and the exchange rates of BRICS countries in a static way can be misleading. For the dependence between gold and oil prices, the Gaussian copula is the best fitted model. It provides the inference that the dependence between the related variables is symmetrical and evolves over time. However, the information on the tail dependency between gold and oil prices should not be ignored. Gumbel copula best models the extreme dependence between gold and oil and refers that the dependence between the two variables is explained by the upper tail dependence.

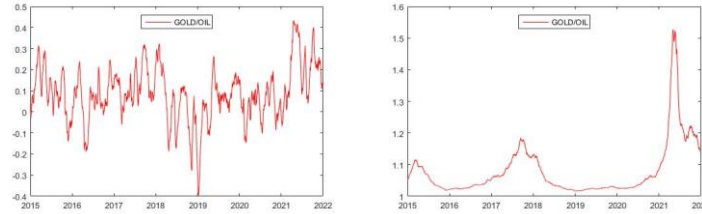


Figure 5. Symmetric and tail dependency between gold and oil, respectively.

The dependence paths of symmetric and tail dependence between gold and oil prices given by Gaussian and Gumbel copula, respectively, are demonstrated in Fig. 5. It reveals that oil and gold prices are both negatively and positively correlated over time. All the results of the dependency structures between the commodity and the exchange rates of the BRICS countries have important implications for both investors and policy makers.

5. Conclusion Remarks

Research on the dependency between economic and financial variables has become very popular in recent years. In this study, the dependency structure between commodity prices and exchange rates of BRICS countries is handled by the stochastic copula approach, which is a particular class of time-varying copulas. This method models the dependency between the variables by considering both the observations and the latent process, thus allowing to deal with the dependency structures in a more comprehensive and flexible way. Among the commodity products, oil and gold markets are investigated and the exchange rate values of BRICS countries against the dollar are used. The research consists of two steps. In the first step, the marginals of each variable are modeled with the ARMA-GARCH approach to overcome the issues of autocorrelation and heteroscedasticity in the return series. It is found that the models with innovations which is skewed t distribution for gold and ZAR are suitable, while the models with t distribution of innovations for oil and other exchange rates except ZAR are the best fitted and all return series are heavy-tailed. In the second step, the dependence structures between the interested commodities and the exchange rates of the BRICS countries are modeled via the stochastic copula approach. The remarkable results of the research are as follows: It is found out that the dependence between oil prices and the exchange rates of BRICS countries is symmetrical and time-varying. While the relationship between gold and BRL is mostly measured by the upper tail dependence, there is a symmetrical and time-varying dependency between gold and other exchange rates except BRL. When the relations between the exchange rates of the BRICS countries and gold are evaluated in terms of tail dependency, the exchange rates of gold and BRICS countries are upper tail dependent, that is, these markets tend to move together more likely during the period of rising markets. The findings have important implications for investors and policy makers.

References

- Albulescu, C. T., Aubin, C., Goyeau, D., & Tiwari, A. K. (2018). Extreme co-movements and dependencies among major international exchange rates: A copula approach. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 69, 56-69.
- Aloui, R., Aïssa, M. S. B., & Nguyen, D. K. (2013). Conditional dependence structure between oil prices and exchange rates: a copula-GARCH approach. *Journal of International Money and Finance*, 32, 719-738.
- Bollerslev T (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31(3), 307-327.
- Cherubini, U., Luciano, E., & Vecchiato, W. (2004). *Copula methods in finance*. John Wiley & Sons.
- Fenech, J. P., & Vosgha, H. (2019). Oil price and Gulf Corporation Council stock indices: New evidence from time-varying copula models. *Economic Modelling*, 77, 81-91.
- Hafner C M and Manner H (2012). Dynamic stochastic copula models: Estimation, inference and applications. *Journal of Applied Econometrics*, 27(2): 269-295.
- He, Y., & Hamori, S. (2019). Conditional dependence between oil prices and exchange rates in BRICS countries: An application of the copula-GARCH model. *Journal of Risk and Financial Management*, 12(2), 99.
- Joe, H. (2014). *Dependence modeling with copulas*. CRC Press, New York.
- Kayalar, D. E., Küçüközmen, C. C., & Selcuk-Kestel, A. S. (2017). The impact of crude oil prices on financial market indicators: copula approach. *Energy Economics*, 61, 162-173.
- Kumar, S., Tiwari, A. K., Chauhan, Y., & Ji, Q. (2019). Dependence structure between the BRICS foreign exchange and stock markets using the dependence-switching copula approach. *International Review of Financial Analysis*, 63, 273-284.
- Meng, J., Nie, H., Mo, B., & Jiang, Y. (2020). Risk spillover effects from global crude oil market to China's commodity sectors. *Energy*, 202, 117208.
- Nelsen R B (2007). *An introduction to copulas*. Springer Science & Business Media, New York.
- Patton A J (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International economic review*, 47(2): 527-556.
- Penzer, J., Schmid, F., & Schmidt, R. (2012). Measuring large comovements in financial markets. *Quantitative Finance*, 12(7), 1037-1049.
- Reboredo, J. C. (2012). Modelling oil price and exchange rate co-movements. *Journal of Policy Modeling*, 34(3), 419-440.
- Sebai, S., & Naoui, K. (2015). A study of the interactive relationship between oil price and exchange rate: A copula approach and a DCC-MGARCH model. *The Journal of Economic Asymmetries*, 12(2), 173-189.
- Sklar, A. 1959. Fonctions de Répartition à n dimensions et leurs Marges. *Publications Institut de Statistique de l'Université de Paris* 8: 229-31.
- Wu, C. C., & Lin, Z. Y. (2014). An economic evaluation of stock-bond return comovements with copula-based GARCH models. *Quantitative Finance*, 14(7), 1283-1296.
- Wu, C. C., Chung, H., & Chang, Y. H. (2012). The economic value of co-movement between oil price and exchange rate using copula-based GARCH models. *Energy Economics*, 34(1), 270-282.
- Yang, L., & Hamori, S. (2014). Gold prices and exchange rates: a time-varying copula analysis. *Applied Financial Economics*, 24(1), 41-50.

Appendix

Table A1. Parameter estimates for SCAR copula: Brent oil and BRL/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------|
| Normal | 0.0126 - | 0.9380 - | 0.0420 - | 43.5814 |
| Gumbel | -0.1081 (0.1227) | 0.9477 (0.0587) | 0.1681 (0.1353) | 38.6676 |
| Clayton | -0.0550 (0.0632) | 0.9690 (0.0344) | 0.1317 (0.1157) | 31.6331 |
| Frank | 0.0083 (0.0129) | 0.9932 (0.0108) | 0.0493 (0.0521) | 41.8289 |
| Rotated Clayton | 0.0076 - | 0.9794 - | 0.2179 - | 8.0521 |
| Rotated Gumbel | -0.0656 (0.0621) | 0.9723 (0.0256) | 0.1421 (0.1007) | 32.1236 |

Table A2. Parameter estimates for SCAR copula: Brent oil and RUB/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0035 (0.0029) | 0.9917 (0.0064) | 0.0360 (0.0124) | 213.8812 |
| Gumbel | -0.0056 - | 0.9957 - | 0.0812 - | 196.1713 |
| Clayton | -0.0056 - | 0.9933 - | 0.0965 - | 167.7098 |
| Frank | 0.0142 (0.0106) | 0.9947 (0.0038) | 0.1882 (0.0599) | 210.0190 |
| Rotated Clayton | -0.0015 - | 0.9753 - | 0.2103 - | 143.6485 |
| Rotated Gumbel | -0.0441 - | 0.9595 - | 0.2208 - | 181.3634 |

Table A3. Parameter estimates for SCAR copula: Brent oil and INR/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------|
| Normal | 0.0023 (0.0033) | 0.9782 (0.0281) | 0.0341 (0.0287) | 19.1544 |
| Gumbel | -0.1662 (0.2164) | 0.9466 (0.0669) | 0.2933 (0.2416) | 8.3299 |
| Clayton | -0.0170 (0.0180) | 0.9937 (0.0065) | 0.1077 (0.0583) | 15.4691 |
| Frank | 0.0108 (0.0103) | 0.9840 (0.0136) | 0.1605 (0.0905) | 18.5937 |
| Rotated Clayton | -0.0557 (0.0100) | 0.9919 (0.0017) | 0.2593 (0.0503) | 2.8212 |
| Rotated Gumbel | -0.0753 (0.0184) | 0.9757 (0.0059) | 0.2421 (0.0420) | 13.6347 |

Table A4. Parameter estimates for SCAR copula: Brent oil and CNY/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------|
| Normal | 0.0049 - | 0.9627 - | 0.0153 - | 19.7292 |
| Gumbel | -0.1667 (0.1481) | 0.9455 (0.0448) | 0.2924 (0.2626) | 11.8728 |
| Clayton | -0.1580 (0.0075) | 0.9264 (0.0045) | 0.0039 (0.0011) | 16.5800 |
| Frank | 1.0000 - | -0.2917 - | 0.0421 - | 17.8081 |
| Rotated Clayton | -0.0493 - | 0.9952 - | 0.2519 - | 0.3888 |
| Rotated Gumbel | -0.2828 (0.5121) | 0.8998 (0.1824) | 0.0424 (0.4623) | 13.9987 |

Table A5. Parameter estimates for SCAR copula: Brent oil and ZAR/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|---------|
| Normal | 0.0519 (0.0344) | 0.7710 (0.1433) | 0.1617 (0.0697) | 53.7539 |
| Gumbel | -0.5000 - | 0.7668 - | 0.5919 - | 43.7450 |
| Clayton | -0.0103 (0.0094) | 0.9937 (0.0053) | 0.0586 (0.0323) | 41.5504 |
| Frank | 0.3102 (0.2440) | 0.7755 (0.1685) | 0.9013 (0.5176) | 52.1377 |
| Rotated Clayton | 0.0073 - | 0.9805 - | 0.2185 - | -4.2132 |
| Rotated Gumbel | -0.0671 (0.0769) | 0.9705 (0.0333) | 0.1746 (0.1256) | 44.5053 |

Table A6. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and BRL/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0035 (0.0096) | 0.9823 (0.0460) | 0.0326 (0.0548) | 45.1280 |
| Gumbel | -0.0494 - | 0.9782 - | 0.1905 - | 49.7480 |
| Clayton | -0.0274 - | 0.9859 - | 0.1488 - | 30.9831 |
| Frank | 0.0117 (0.0085) | 0.9903 (0.0064) | 0.1368 (0.0528) | 45.2845 |
| Rotated Clayton | 0.0186 - | 0.9685 - | 0.2197 - | -34.2566 |
| Rotated Gumbel | -0.0900 - | 0.9647 - | 0.2260 - | 39.4066 |

Table A7. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and RUB/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0068 (0.0063) | 0.9370 (0.0496) | 0.0811 (0.0428) | 19.9272 |
| Gumbel | -0.0113 - | 0.9963 - | 0.0906 - | 17.1315 |
| Clayton | -0.0112 - | 0.9960 - | 0.0912 - | 10.6415 |
| Frank | 0.0398 (0.0397) | 0.9408 (0.0521) | 0.4443 (0.2720) | 19.5813 |
| Rotated Clayton | 0.0190 - | 0.9673 - | 0.2227 - | -92.2317 |
| Rotated Gumbel | -0.1054 (0.0081) | 0.9668 (0.0001) | 0.2368 (0.0001) | 10.4650 |

Table A8. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and INR/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0041 (0.0030) | 0.9785 (0.0139) | 0.0496 (0.0185) | 58.9407 |
| Gumbel | -0.0230 (0.0073) | 0.9896 (0.0029) | 0.1475 (0.0243) | 48.3196 |
| Clayton | -0.0456 (0.0163) | 0.9781 (0.0077) | 0.1938 (0.0365) | 37.0884 |
| Frank | 0.0162 (0.0106) | 0.9855 (0.0087) | 0.2252 (0.0758) | 47.6704 |
| Rotated Clayton | 0.0109 - | 0.9727 - | 0.2224 - | -19.5923 |
| Rotated Gumbel | -0.0451 (0.0464) | 0.9817 (0.0181) | 0.1857 (0.1018) | 45.3825 |

Table A9. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and CNY/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0058 (0.0035) | 0.9792 (0.0104) | 0.0611 (0.0162) | 118.0010 |
| Gumbel | -0.0243 (0.0105) | 0.9868 (0.0047) | 0.1375 (0.0334) | 103.1338 |
| Clayton | -0.0110 - | 0.9926 - | 0.0964 - | 81.9256 |
| Frank | 0.0217 (0.0145) | 0.9865 (0.0071) | 0.2864 (0.0794) | 111.1514 |
| Rotated Clayton | 0.0137 - | 0.9720 - | 0.2185 - | 37.9628 |
| Rotated Gumbel | -0.0215 (0.0092) | 0.9885 (0.0043) | 0.1311 (0.0339) | 96.2854 |

Table A10. Parameter estimates for SCAR copula: Gold and ZAR/USD exchange rate.

| Copula | α S.E. | β S.E. | κ S.E. | Log L |
|-----------------|---------------------|--------------------|--------------------|----------|
| Normal | 0.0058 (0.0035) | 0.9792 (0.0104) | 0.0611 (0.0162) | 118.0010 |
| Gumbel | -0.0243 (0.0105) | 0.9868 (0.0047) | 0.1375 (0.0334) | 103.1338 |
| Clayton | -0.0110 - | 0.9926 - | 0.0964 - | 81.9256 |
| Frank | 0.0217 (0.0145) | 0.9865 (0.0071) | 0.2864 (0.0794) | 111.1514 |
| Rotated Clayton | 0.0137 - | 0.9720 - | 0.2185 - | 37.9628 |
| Rotated Gumbel | -0.0215 (0.0092) | 0.9885 (0.0043) | 0.1311 (0.0339) | 96.2854 |

Table A11. Transformation function by copula model.

| Copula | Transformation function $\Psi(x)$ |
|---------|-------------------------------------|
| Normal | $\frac{\exp(2x) - 1}{\exp(2x) + 1}$ |
| Gumbel | $\exp(x) + 1$ |
| Clayton | $\exp(x)$ |
| Frank | x |



Bitcoin, Petrol ile Borsalar Arasındaki Volatilite Analizi

Burhan ERDOĞAN

Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, / Dr. Öğr. Üyesi

burhanerdogan@cumhuriyet.edu.tr

Orcid No: 0000-0002-6171-0554

Özet

Bu çalışmanın amacı kripto para birimi olan Bitcoin ve küresel bir etki gücüne sahip olan BRENT petrol fiyatlarının gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin borsa endeksleri üzerindeki dinamik bağlantılılığının analizini gerçekleştirmektir. Analizi gerçekleştirmek amacıyla 12.11.2017 ile 19.11.2023 tarihleri arasındaki Bitcoin, BRENT petrol, Amerika Birleşik Devletleri'nden S&P500 borsa endeksi, Fransa'dan CAC borsa endeksi, Almanya'dan DAX borsa endeksi, Japonya'dan NIKKEI225 borsa endeksi, İspanya'dan IBEX35 borsa endeksi, Türkiye'den BIST100 borsa endeksi, Meksika'dan S&PBMV borsa endeksi, Endonezya'dan IDX borsa endeksi ve Suudi Arabistan'dan TADAWUL borsa endeks değişkenlerine ait haftalık veriler TVP-VAR yöntemi ile analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulgular kriz dönemlerinin varlıklar arasındaki dinamik bağlantılık ilişkisini artırmakta olduğunu ve Bitcoin ve BRENT petrol değişkenlerinin diğer borsa endeksleri tarafından etkilendiğini ortaya koymuştur. Ayrıca incelenen gelişmiş ülke borsa endekslerinin tüm dönemler itibarıyla diğer değişkenleri etkilediğini bunun yanında Suudi Arabistan borsa endeksinin de diğer gelişmekte olan ülkelere göre borsa endekslerini daha fazla etkileyen bir görünüme sahip olduğunu ortaya koymuştur.

Anahtar sözcükler: Kripto Paralar, Bitcoin, Petrol, TVP-VAR, Gelişmiş Ülkeler, Gelişmekte Olan Ülkeler.

Volatility Analysis Between Bitcoin, Oil and Stock Markets

Abstract

The aim of this study is to analyse the dynamic interconnectedness of Bitcoin, a cryptocurrency, and BRENT oil prices, which have a global impact, on the stock market indices of developed and developing countries. In order to carry out the analysis, Bitcoin and BRENT oil prices between 12.11.2017 and 19.11.2023, Bitcoin, BRENT oil, S&P500 stock index from the United States, CAC stock index from France, DAX stock index from Germany, NIKKEI225 stock index from Japan, IBEX35 stock index from Spain, The weekly data of BIST100 stock market index from Turkey, S&PBMV stock market index from Mexico, IDX stock market index from Indonesia and TADAWUL stock market index variables from Saudi Arabia are analysed with the TVP-VAR method. The findings of the study revealed that crisis periods increase the dynamic interconnectedness between assets and that Bitcoin and BRENT oil variables are affected by other stock market indices. In addition, it is also revealed that the stock market indices of the developed countries examined affect other variables in all periods, and the Saudi Arabia stock market index has an outlook that affects the stock market indices more than other developing countries.

Keywords: Cryptocurrency, Bitcoin, Oil, TVP-VAR, Developed Countries, Developing Countries.

1. Giriş

Rekabetin en üst seviyelere ulaştığı günümüz ticari yaşamında en az maliyet ile en fazla kâra ulaşmak isteyen işletmeler tüm bu faaliyetlerini yoğun bir risk ortamında gerçekleştirmektedir. Bilgi teknolojilerinin yaşamın her alanına derinlemesine nüfuz ettiği, pazar sınırlarının neredeyse tamamen ortadan kalktığı ve bölgesel birçok ekonomik birlikteliğin olduğu bugünün ticari yaşamında birçok yeni risk faktörünün literatüre dahil olduğu görülmektedir (Tuna ve İsaetli, 2014:21).

Bretton Woods sisteminin uygulamaya geçtikten kısa bir sürede çöküşe uğraması, dünya genelinde uygulanan döviz kurları ve faiz oranlarındaki serbestleşme akımları ve petrol fiyatlarının aşırı dalgalanmaları belirsizliği artıran önemli faktörler olmuştur. Özellikle son otuz yıllık süreçte meydana gelen ekonomik krizler dünya piyasalarının birbirine çok fazla entegre olmasından dolayı bölgesel olmaktan çıkarak küresel birçok etkiye sebep olmuştur. Sermaye birikiminin artması ile birlikte gelişmiş ekonomilerden gelişmekte olan ekonomilere yoğun sermaye akışları gerçekleşmiş ve böylece volatilite hareketlerinin artmasına zemin hazırlamıştır (Kuzu, 2019:480-481).

Küresel finansal kriz sonrası dönemde özellikle borsalarda daha önce görülmemiş dalgalanmalar meydana gelmiş bu dalgalanmalar beraberinde hem belirsizliği artırmış hem de yüksek riskin oluşmasına sebep olmuştur. Bu olumsuz durumlardan kurtulmak için varlık getirilerinin volatilitelerinin doğru bir şekilde ölçülmesi oldukça önemli bir husus haline gelmiştir (Bhowming ve Wang, 2020:2).

Bu gelişmeler ve değişimler ışığında küresel ekonomik sistem beraberinde yeni sistemlerin de doğmasına olanak tanımıştır. Özellikle bu süreçte kripto paralar ekonomik yaşam içerisine entegre olmuştur. Nakamoto (2008) tarafından yayımlanan çalışma kripto para sisteminin doğuşunun temeli olarak ifade edilmektedir. Bitcoin Nakamoto (2008) tarafından ele alınan ilk kripto para olma özelliği ile literatürde yerini almıştır (Kahraman vd., 2019:22-23).

Kripto paralar somut olmayan, herhangi bir denetim mekanizmasınca takibi yapılamayan ve işlem yapanların tamamen gizli olması gibi özelliklerinden dolayı piyasalarda risk unsuru olarak görülmektedir (Bilir ve Çay, 2016:24; Dzikırıcı ve Gökçöz, 2018:94; Görmez ve Budd, 2012: 76-77).

Bu çalışmada kripto para birimi olan Bitcoin ile BRENT petrol fiyatlarının gelişmiş ülke borsalarından olan S&P 500 (Amerika Birleşik Devletleri), CAC (Fransa), DAX (Almanya), NIKKEI225 (Japonya), IBEX35 (İspanya) ve gelişmekte olan ekonomi borsalarından BİST100 (Türkiye), S&P BMV (Meksika), IDX (Endonezya) ve Tadawul (Suudi Arabistan) borsası arasındaki volatilite yayımlarının durumu analiz edilmeye çalışılmıştır.

Kripto paraların sayısının ve talebinin her geçen gün artması bunun yanında ekonomik hayatın en temel kavramlarından birisi olan petrolün önemli bir yatırım aracı olan piyasalara olan etkilerini görmek oldukça önemlidir.

Literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde genel olarak kripto paraların piyasalar veya varlıklar üzerindeki volatilitelerinin analiz edildiği çalışmaların yoğun olduğu görülmektedir. Yapılan bu çalışmanın gelişmiş ve

gelişmekte olan ekonomiler üzerine yapılan ilk ve kapsamlı bir çalışma olmasından dolayı literatüre katkı sunması beklenmektedir.

Bu çalışma konuya dair genel bilgilerin sunulduğu giriş, çalışma ile alakalı önceki çalışmaların aktarıldığı literatür, çalışma verisi ve analiz yöntemine dair bilgilerin sunulduğu metodoloji, analiz sonuçları ve sonuç olmak üzere beş bölümden oluşmaktadır.

2. Literatür

Volatilite konusunu temel alan çalışmalar son zamanlarda literatürde sıklıkla tercih edilmektedir. Çalışmanın bu bölümünde ilgili alanda yapılmış çalışmalardan örnekler verilmiştir.

Antonakakis vd., (2019) 2015-2018 yılları için TVP-FAVAR modeli kullanarak kripto para piyasasındaki bağlantılılığın analizi gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda %25 ile %75 aralığında bağlantılılık tespit edildiği ve ayrıca son zamanlarda Ethereum'un kripto piyasasını en çok etkileyen kripto para olduğu ifade edilmiştir.

Dahir vd., (2020) TVP-VAR metodu kullanılarak 2012-2018 döneminde Bitcoin ile BRICS ülkeleri hisse senedi piyasası arasındaki volatilitenin analizi gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonuçlarına göre Bitcoin'in hisse senedi piyasası üzerinde önemli bir volatilite etkisinin bulunmadığı tespit edilmiştir.

Liu ve Gong., (2020) TVP-VAR-SV modelleri ile 2002-2018 döneminde WTI, Brent, Umman ve Tapis petrol piyasalarının oynaklıkları incelenmiştir. Çalışma sonuçlarına göre önerilen model volatilite yayılımlarının daha net ve daha istikrarlı olarak tespit edildiğini ifade etmektedir.

Urom vd., (2020) çalışma TVP-VAR yöntemini kullanarak Bitcoin, hisse senetleri, altın ve ham petrol fiyatları arasındaki dinamik yayılmaların analizi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Sonuçlara göre piyasa getirilerinin yükseldiği dönemlerde Bitcoin ve hisse senetleri ve ham petrol arasında pozitif yönlü ve güçlü bir bağımlılık tespit edilmiştir. Getirilerin düşüş gösterdiği dönemlerde ise Bitcoin'den Finlandiya, Hollanda, ABD ve ham petrol piyasasına negatif bağımlılık olduğu ifade edilmiştir.

Adekoya ve Oliyide (2021) çalışma USD, Bitcoin, altın, hisse senetleri ve petrol fiyatları arasındaki volatilitenin analizi amacıyla gerçekleştirilmiştir. TVP-VAR metodunun tercih edildiği çalışma sonuçları USD ve altının şokların net alıcısı olurken Bitcoin, hisse senedi piyasası ve petrol fiyatlarının net şok yayıcı taraf olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca volatilitenin en yüksek olduğu dönemlerin pandeminin hemen sonrasındaki süreç olduğu bildirilmiştir.

Balcılar vd., (2021) çalışma 2005-2020 yılları arasında 11 tarımsal emtia ve ham petrol vadeli işlem fiyatlarının bağlantılılığının analizi amacıyla TVP-VAR metodunu kullanmıştır. Çalışma sonucunda ham petrol, hububat hayvancılık şeker ve soya gibi emtiaların net şok yayıcı taraf olduğunu ifade etmiştir.

Umar vd., (2021) çalışma tarımsal emtialar ile petrol şokları arasındaki volatilitenin analizini amaçlamaktadır. Sonuçlara göre volatilitenin kriz dönemlerinde yükseldiği ifade edilmiştir.

Attarzadeh ve Balcılar (2022) 2013-2021 yılları arasında temiz enerji, Bitcoin, borsa ve ham petrol arasındaki bağlantılılığın analiz edildiği çalışmada TVP-VAR metodu kullanılmıştır. Çalışma sonucunda Bitcoin ve ham petrolün net şok yayıcı olduğu ayrıca kriz olmayan dönemlerde bağlantılılık düzeyinin zayıf kaldığı tespit edilmiştir.

Cao ve Xie (2022) bu çalışma TVP-VAR metodu kullanılarak kripto paralar ve Çin finans piyasası arasındaki asimetric volatilitenin ölçümü amacıyla gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucunda elde edilenlere göre kripto paraların Çin finans piyasası üzerinde oldukça fazla etkisinin olduğu ifade edilmiştir.

Elsayed vd., (2022) çalışma TVP-VAR metodunu kullanarak 2013-2020 yılları arasında Bitcoin, ham petrol, altın, hisse senedi, tahvil, USD, EPU (ekonomik politika belirsizliği), TEU (Twitter tabanlı ekonomik belirsizlik) ve VIX (Volatilite endeksi) arasındaki getiri ve oynaklık bağlantısını analiz etmiştir. Çalışma sonuçları COVID-19 dönemi ile birlikte yayılma eğilimlerinin çok yükseldiğini, altının güvenli bir liman olarak görüldüğünü ve Bitcoin'in diğer piyasalara net şok yayıcı bir yapısının olduğunu ifade etmiştir.

Elsayed ve Sousa (2022), 2013-2019 yılları arasında Euro Bölgesi, Japonya, İngiltere ve ABD ekonomiler ile Bitcoin, Litecoin ve Ripple arasındaki dinamik yayılımların analiz edildiği çalışma sonuçlarına göre Bitcoin ve Litecoin ile ABD, Euro Bölgesi ve İngiltere para politikası arasında güçlü bağlantı tespit edilmiştir.

Ha ve Nham (2022) çalışma 2018-2021 yılları arası dönemde ham petrol, altın, hisse senedi ve kripto paralar arasındaki bağlantıyı incelemek amacıyla uygulanmıştır. TVP-VAR metodunun tercih edildiği çalışma sonuçlarına göre özellikle COVID-19 döneminde altın ve hisse senedi piyasasının net şok alıcısı olduğu öte yandan ham petrolün COVID-19 öncesi dönemde net şok yayıcı konumda iken pandemi döneminde ise net şok alıcı bir duruma dönüştüğü tespit edilmiştir.

Huang vd., (2022) TVP-VAR modeli kullanılarak 1990-2018 yılları arasındaki petrol fiyatı şokları ve ekonomi politika belirsizliğinin metal getirileri üzerindeki dinamik etkileri analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar petrol fiyatı şoklarının küresel finansal krizden önce metal getirileri üzerinde pozitif etkilerinin olduğunu fakat kriz sonrası dönemde negatif olarak seyrettiğini ifade etmektedir.

Jiang vd., (2022) çalışma Bitcoin, ham petrol, altın, hisse senedi, döviz ve doğal gaz piyasası arasındaki volatilitenin ölçümü amacıyla gerçekleştirilmiştir. TVP-VAR metodunun kullanıldığı çalışma sonucunda Bitcoin, altın, döviz ve doğal gazın net şok yayıcı olarak tespit edildiği ham petrol ve hisse senedi piyasasının net şok alıcı olduğu ayrıca tespit edilen bu volatilitenin dış piyasalardan kaynaklanma olasılığının da bulunduğu ifade edilmiştir.

Naeem vd., (2022) 2014-2021 arası dönemde TVP-VAR metodu kullanılarak habere dayalı endekslerin kripto para endekslerinin riskini nasıl etkilediği analiz edilmiştir. Çalışma sonuçları yüksek riskin olduğu dönemlerde bağlantılılığın daha yüksek olduğunu göstermiştir.

Özdemir Höl vd., (2022) çalışma 2015-2021 yılları arasındaki dönemde Baltık Kuru Yük Endeksi, petrol fiyatları, altın fiyatları, Dolar Endeksi, MSCI Dünya Endeksi arasındaki volatilitenin analizi amacıyla TVP-VAR metodunu kullanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre en çok volatilitte yayan değişken BRENT petrol olurken en çok volatilitte alan değişken ise Dolar değişkeni olmuştur.

Akkuş ve Doğan (2023), çalışma kripto para, NFT ve DeFi varlıkları arasındaki dinamik bağlantının analizi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonuçları Ethereum kripto para biriminin diğer kripto paralara volatilitte yayan bir özellikte olduğunu göstermiştir.

Doğan vd., (2023), çalışma 2014-2022 tarihleri arasında BIST sürdürülebilirlik endeksi, BIST 100 endeksi, S&P Küresel Temiz Enerji endeksi (S&P GCEI) ve S&P GSCI karbon emisyon izinleri (EUA) arasındaki dinamik bağlantılılığı analiz etmiştir. Elde edilen sonuçlar S&P GCEI, BIST 100 ve BIST sürdürülebilirlik endekslerinin şok alıcı durumda olduğunu ortaya koymuştur.

Dutta vd., (2023) çalışma kripto paralar ve metaller arasındaki ilişki gücünü analiz etmek için TVP-VAR metodunu kullanmıştır. Elde edilen sonuçlar Litecoin ve Ethereum'un bağlantılılık seviyesinin yüksek olduğunu Bitcoin'in ise daha düşük bir seviyede kaldığını tespit etmiştir. Ayrıca Litecoin ve altın arasında önemli bir seviyede risk bulaşıcılığı olduğu ifade edilmiştir.

Ha (2023) çalışma kapsamında Bitcoin, Ethereum ve Binance kripto paralarının ABD S&P500, Şangay borsası, Japan Exchange group, Euronext ve London Stoch Exchange Group arasındaki volatilitenin analizi amacıyla 2018-2021 dönemine ait veriler analiz edilmiştir. Çalışma kapsamında TVP-VAR metodu kullanılmış ve kripto paraların net şok alıcı bir sonuç ortaya koyduğu ayrıca ABD borsasının net şok yayıcı bir görünümde olduğu ifade edilmiştir.

Huang vd., (2023) çalışma COVID-19 öncesi ve sürecinde enerji piyasası ve finans piyasası arasındaki volatilitte yayılımını analiz etmiştir. Çalışma sonuçları enerji varlıklarının hem net şok yayıcı hem de net şok alıcı bir yapıda olduğunu ifade etmiş ayrıca enerji emtia piyasasının küresel finansal piyasalarla daha bütünleşmiş bir yapıda olduğunu beyan etmiştir.

Khemakhem vd., (2023) yapılan çalışmada S&P GSCI ham petrol, S&P GSCI Doğal Gaz, S&P GSCI Buğday, S&P GSCI Altın ve Jones Sukuk, Dow Jones İslami dünya endeksi, MSCI dünya endeksi, Bloomberg toplam endeksi, USD ve Bitcoin arasındaki dinamik bağlantılılık analiz edilmiştir. Toplam bağlantılılık seviyesinin Rusya-Ukrayna savaşı döneminde arttığı, Bitcoin dışındaki diğer değişkenler savaş öncesinde ve savaş döneminde net şok alıcı konumdan net şok yayıcı konuma geçtiği ifade edilmiştir.

Thanh vd., (2023) kripto para piyasası ile Vietnam borsası arasındaki bağlantının analizi amacıyla TVP-VAR metodu kullanılmıştır. Çalışma sonuçları Bitcoin ve Ethereum gibi önemli iki kripto paranın Vietnam borsasını etkilediğini ifade etmektedir.

Yousaf vd., (2023) çalışma enerji kripto para birimleri ile varlıklar arasındaki bağlantının analizi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonuçları bağlantılılık seviyesinin yüksek risk içeren dönemlerde yükseldiğini ortaya koymuştur.

Zhao ve Zhang (2023) 2018-2021 yıllarındaki Bitcoin ile hisse senedi piyasaları arasındaki getiri bağımlılığının analiz edildiği çalışma sonucunda Bitcoin'in hisse senedi piyasası için güvenli bir liman olma rolünün incelenebileceği dönemde mümkün olmadığı ifade edilmiştir.

3. Metodoloji

3.1. Çalışma Verisi

Çalışma son yıllarda tüm ülkeler tarafından yakından takip edilen kripto paralardan olan Bitcoin ve Brent petrol fiyatları ile gelişmiş ve gelişmekte olan bazı ekonomilerin borsaları arasındaki volatiliteleri analiz etmek üzere 12.11.2017 ve 19.11.2023 tarihleri arasındaki haftalık verileri kullanarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmada kullanılacak verilerin öncelikle logaritmaları alınmış sonrasında Eviews programı kullanılarak birim kök testleri ve gecikme uzunlukları analiz edilmiştir.

Aşağıda Şekil 1.'de çalışmaya dahil edilen değişkenlerin düzey hallerine ait şekiller sunulmuştur.



Şekil 1. Değişkenlere Ait Zaman Yolu Göstergeleri.

Şekil 1.'de sunulan değerler incelendiğinde Bitcoin fiyatlarının 2019 yılından itibaren hızlı bir yükseliş yaşadığı ve 2022 yılından sonra durağan bir görünüm sergilediği görülmektedir. Brent petrol fiyatlarının Nisan 2020 yılı itibariyle incelenen dönemde en düşük seviye olan 21,4\$ seviyesine, S&P500 endeksinin 3380,16\$ seviyesinden 2304,92\$ seviyesine, CAC endeksinin 6069,35€ seviyesinden 4048,80€ seviyesine, DAX endeksinin 13576,68€ seviyesinden 8928,95€ seviyesine, Nikkei225 endeksinin 24041,26¥ seviyesinden 16552,83¥ seviyesine, IBEX35 endeksinin 9956,80€ seviyesinden 6443,30€ seviyesine, BİST10 endeksinin 1221,42 TL seviyesinden 857,96 TL seviyesine, S&P/BMV endeksinin 45817,76 MXN seviyesinden 33075,41 MXN seviyesine, IDX endeksi 6329,31 IDR seviyesinden 4194,94 IDR seviyesine ve Tadawul endeksinin 8432,56 SAR seviyesinden 6154,85 SAR seviyesine gerilediği görülmektedir. Özellikle COVID-19 pandemisine bağlı vaka sayılarının artması ve ülkelere uygulanmaya başlanan kısıtlama tedbirlerinin uygulanmaya başlamasıyla birlikte borsalarda ani dalgalanmalar yaşandığı görülmektedir. Bu tarihten sonra tüm ülkelerde hızlı bir toparlanma sürecinin başladığı görülmekle birlikte İspanya'da pandemi öncesindeki endekse henüz dönülemediği anlaşılmaktadır.

3.2. Çalışma Metodu

Çalışmada değişkenler arasındaki dinamik bağlantılılığın analizi için Antonakakis vd., (2019) tarafından geliştirilen vektör otoregresyon modeli (Time Varying Parameter - TVP-VAR) modeli tercih edilmiştir.

TVP-VAR modelinin uygulama aşamaları aşağıdaki şekilde ifade edilebilir (Antonakakis vd., 2020).

$$x_t = B_t x_{t-1} + u_t \quad u_t \sim N(0, S_t) \quad (1)$$

$$vec(B_t) = vec(B_{t-1}) + v_t, \quad v_t \sim N(0, R_t) \quad (2)$$

Burada x_t , x_{t-1} ve u_t $N \times 1$ boyutlu vektörlerdir. B_t ve S_t $N \times N$ boyutlu matrislerdir. Zamana göre değişkenlik gösteren katsayı ve hata kovaryansları Diebold ve Yılmaz (2014), Koop vd., (1996) ve Pesaran ve Shin (1998) tarafından geliştirilmiş bağlantılılık prosedürünün tahmini için geliştirilmiştir. Bu tahmini gerçekleştirmek için aşağıdaki formül uygulanmaktadır.

$$C_t(H) = \frac{\sum_{i,j=1}^m \tilde{\Phi}_{ij,t}(H)}{\sum_{i,j=1}^m \Phi_{ij,t}(H)} * 100 \quad (3)$$

$$= \frac{\sum_{i,j=1,i \neq j}^m \tilde{\phi}_{ij,t}(H)}{m} * 100 \quad (4)$$

Bu bağlantılılık yaklaşımı bir değişkende meydana gelen şokun diğer değişkenlere nasıl yayıldığını göstermektedir. İlk olarak i değişkeninin şokunu diğer tüm j değişkenlerine ilettiği duruma bakarız bu duruma diğerlerine toplam yönlü bağlantılılık denir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$C_{i \rightarrow j,t}(H) = \frac{\sum_{i,j=1,i \neq j}^m \tilde{\phi}_{j,t}(H)}{\sum_{i=1}^m \tilde{\phi}_{ij,t}(H)} * 100 \quad (5)$$

Son olarak i değişkeninin analiz edilen ağ üzerindeki etkisi olarak yorumlanabilecek net toplam yönlü bağlantılılığı elde etmek için diğerlerine olan toplam yönlü bağlantılılığı diğerlerinden olan toplam yönlü bağlantılılıktan çıkarıyoruz.

$$C_{i,t} = C_{i \rightarrow j,t}(H) - C_{i \leftarrow j,t}(H) \quad (6)$$

Eğer $C_{i,t}$ pozitif ise i değişkeninin ağı kendisinden daha fazla etkilediği anlamına gelir. Buna karşılık eğer $C_{i,t}$ değeri negatif ise i değişkeninin ağı tarafından yönlendirildiği anlamına gelir.

Son olarak net çift yönlü bağlantılılığı hesaplayarak çift yönlü ilişkileri incelemek için net toplam yönlü bağlantılılığı daha da azaltıyoruz,

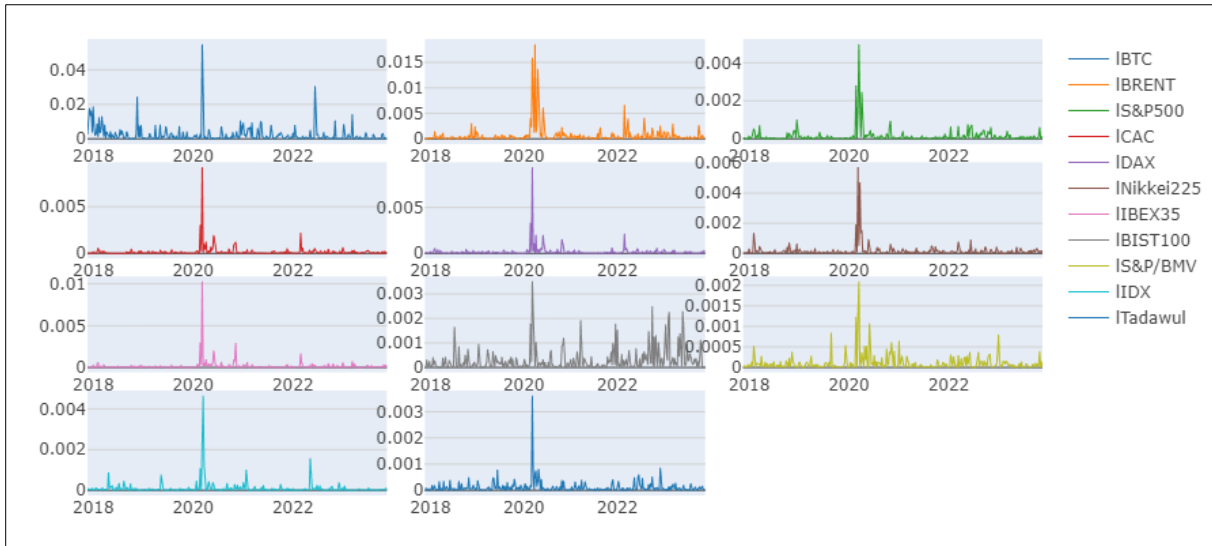
$$NPDC_{ij}(H) = \left(\tilde{\phi}_{jit}(H) - \tilde{\phi}_{ijt}(H) \right) * 100 \quad (7)$$

Eğer $NPDC_{ij}(H) > 0$ ($NPDC_{ij}(H) < 0$) ise i değişkeninin j değişkenine baskın olduğu anlamına gelir.

4. Çalışma Sonuçları

Çalışma sonuçları TVP-VAR analizleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın bu kısmında elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Şekil 2.'de değişkenlere ait volatilite serileri aktarılmıştır. Seriler incelendiğinde özellikle pandemi sürecinin başlarında tüm değişkenlerde volatilitenin çok yüksek seviyelere ulaştığı görülmektedir. Bitcoin, Brent petrol, Bist100 ve S&P BMV endekslerinde volatilitenin daha hareketli bir seyir izlediği ifade edilebilir.



Şekil 2. Değişkenlere Ait Volatilite Serisi Şekilleri.

Serilere ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 1.'de sunulmuştur. Tablo 1.'deki sonuçlara göre Jarque-Bera test sonuçlarına göre %1 anlamlılık düzeyinde değişkenlerin normal dağılıma uygun olmadığı görülmektedir. ERS test istatistiği tüm değişkenlerin durağan olduğunu göstermektedir. Hata ve hataların karelerini ifade eden Q ve Q2 test istatistiklerinin çeşitli düzeylerde otokorelasyon içerdiği göstermektedir. Serinin otokorelasyon içermesi TVP-VAR modelinin kullanılmasının uygun olduğunu göstermektedir.

Tablo 1. Özet İstatistikler.

| | LBTC | LBRENT | LS&P500 | LCAC | LDAX | LNIKKEI225 |
|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ortalama | 0.002 | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Varyans | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Çarpıklık | 5.987*** (0.000) | 6.467*** (0.000) | 7.942*** (0.000) | 12.259*** (0.000) | 11.840*** (0.000) | 9.038*** (0.000) |
| Aşırı Basıklık | 52.471*** (0.000) | 48.739*** (0.000) | 79.916*** (0.000) | 177.893*** (0.000) | 167.450*** (0.000) | 95.433*** (0.000) |
| JB | 37896.362*** (0.000) | 33268.576*** (0.000) | 86857.966*** (0.000) | 421897.193*** (0.000) | 374184.584*** (0.000) | 123432.302*** (0.000) |
| ERS | -7.414*** (0.000) | -3.736*** (0.000) | -5.647*** (0.000) | -6.172*** (0.000) | -5.693*** (0.000) | -6.218*** (0.000) |
| Q(10) | 12.325** (0.000) | 197.132*** (0.000) | 125.317*** (0.000) | 37.003*** (0.000) | 46.022*** (0.000) | 135.749*** (0.000) |
| Q2(10) | 0.073 (1.000) | 138.981*** (0.000) | 68.840*** (0.000) | 3.728 (0.709) | 5.306 (0.461) | 91.924*** (0.000) |

(*) %10 oranında anlamlı; (**) %5 oranında anlamlı; (***) %1 oranında anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 1. Özet İstatistikler (devam).

| | LIBEX35 | LBIST100 | LS&PBMV | LIDX | LTADAWUL |
|-----------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ortalama | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Varyans | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Çarpıklık | 12.683*** (0.000) | 3.118*** (0.000) | 5.246*** (0.000) | 9.608*** (0.000) | 9.548*** (0.000) |
| Aşırı Basıklık | 187.110*** (0.000) | 11.769*** (0.000) | 37.872*** (0.000) | 113.723*** (0.000) | 126.120*** (0.000) |
| JB | 466468.558*** (0.000) | 2321.020*** (0.000) | 20205.883*** (0.000) | 174037.727*** (0.000) | 212878.987*** (0.000) |
| ERS | -6.162*** (0.000) | -4.584*** (0.000) | -4.971*** (0.000) | -6.188*** (0.000) | -5.462*** (0.000) |
| Q(10) | 22.870*** (0.000) | 33.657*** (0.000) | 36.001*** (0.000) | 80.555*** (0.000) | 22.319*** (0.000) |
| Q2(10) | 1.789 (0.955) | 26.408*** (0.000) | 40.233*** (0.000) | 30.596*** (0.000) | 1.154 (0.989) |

(*) %10 oranında anlamlı; (**) %5 oranında anlamlı; (***) %1 oranında anlamlılığı ifade etmektedir.

Tablo 2.'de TVP-VAR analizi sonucunda çalışmada kullanılan değişkenler arasındaki volatilitenin ne kadarının kendisinden ne kadarının da diğer değişkenlerden kaynaklandığını gösteren ortalama dinamik bağlantılılık tablosu sunulmuştur.

Tablo 2. Ortalama Dinamik Bağlantılılık Tablosu.

| | LBTC | LBRENT | LS&P500 | LCAC | LDAX | LNIKKEI225 |
|---------------------------|-------------|---------------|--------------------|-------------|-------------|-------------------|
| LBTC | 38.62 | 3.00 | 2.44 | 10.20 | 10.30 | 7.88 |
| LBRENT | 1.80 | 17.69 | 2.80 | 14.05 | 13.25 | 11.03 |
| LS&P500 | 2.86 | 8.94 | 17.18 | 11.94 | 11.33 | 9.62 |
| LCAC | 2.29 | 8.15 | 1.37 | 17.82 | 17.22 | 9.51 |
| LDAX | 2.47 | 7.72 | 1.40 | 17.57 | 17.76 | 9.98 |
| LNIKKEI225 | 4.36 | 5.83 | 3.99 | 13.95 | 14.13 | 18.79 |
| LIBEX35 | 2.58 | 8.27 | 1.52 | 17.58 | 16.75 | 9.11 |
| LBIST100 | 1.05 | 8.18 | 1.88 | 13.76 | 12.97 | 6.47 |
| LS&PBMV | 2.01 | 8.40 | 6.73 | 12.81 | 11.99 | 7.24 |
| LIDX | 3.11 | 7.15 | 2.45 | 14.47 | 13.91 | 8.90 |
| LTADAWUL | 3.18 | 6.98 | 2.51 | 14.32 | 14.17 | 10.14 |
| Diğerlerine | 25.71 | 72.63 | 27.09 | 140.65 | 136.03 | 89.88 |
| Kendi Etkisi Dahil | 64.34 | 90.31 | 44.27 | 158.47 | 153.79 | 108.66 |
| NET | -35.66 | -9.69 | -55.73 | 58.47 | 53.79 | 8.66 |

Tablo 2. Ortalama Dinamik Bağlantılılık Tablosu (devam).

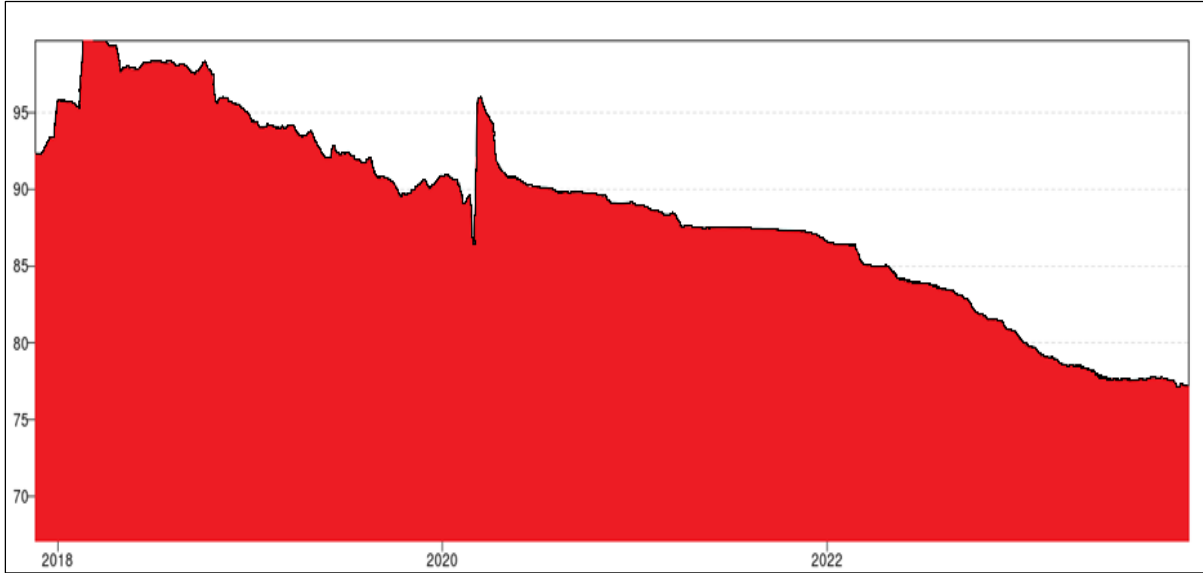
| | LIBEX35 | LBIST100 | LS&PBMV | LIDX | LTADAWUL | Diğerlerinden |
|---------------------------|----------------|-----------------|--------------------|-------------|-----------------|----------------------|
| LBTC | 10.62 | 3.00 | 1.97 | 3.30 | 8.67 | 61.38 |
| LBRENT | 13.98 | 5.19 | 3.09 | 7.18 | 9.93 | 82.31 |
| LS&P500 | 12.27 | 4.83 | 5.94 | 5.89 | 9.19 | 82.82 |
| LCAC | 17.30 | 6.73 | 3.01 | 5.47 | 11.12 | 82.18 |
| LDAX | 16.78 | 6.49 | 3.05 | 5.64 | 11.12 | 82.24 |
| LNIKKEI225 | 13.60 | 4.38 | 3.29 | 8.05 | 9.65 | 81.21 |
| LIBEX35 | 18.11 | 6.87 | 2.92 | 5.09 | 11.20 | 81.89 |
| LBIST100 | 13.92 | 21.25 | 2.87 | 6.34 | 11.30 | 78.75 |
| LS&PBMV | 13.01 | 5.90 | 15.01 | 7.27 | 9.63 | 84.99 |
| LIDX | 14.62 | 6.47 | 3.59 | 12.16 | 13.16 | 87.84 |
| LTADAWUL | 14.36 | 6.18 | 1.96 | 6.11 | 20.08 | 79.92 |
| Diğerlerine | 140.48 | 56.05 | 31.70 | 60.34 | 104.97 | 885.54 |
| Kendi Etkisi Dahil | 158.59 | 77.29 | 46.71 | 72.50 | 125.06 | TCI |
| NET | 58.59 | -22.71 | -53.29 | -27.50 | 25.06 | 80.5 |

Tablo 2.'den elde edilen sonuçlara göre;

- Bitcoin'de ortaya çıkan oynaklığın %38,62'si kendisinden %61,38'i diğer değişkenlerden kaynaklandığı görülmektedir. Gelişmiş ülke piyasalarının daha etkileyici bir yapıda olduğu buradan açıkça görülmektedir.
- Brent petrolde görülen oynaklığın %17,69'u kendisinden %82,31'i diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır. Ayrıca Brent petrolün gelişmiş ülke piyasalarından ve en büyük petrol üreticilerinden olan Suudi Arabistan piyasalarından etkilenmekte olduğu görülmektedir.
- S&P500 meydana gelen oynaklığın %17,18'i kendisinden %82,82'si diğer değişkenlerden kaynaklanmakta olup burada da Avrupa piyasalarının ve Tadawul borsasının etki gücünün yüksek olduğu görülmektedir.
- CAC endeksi meydana gelen oynaklığın %17,82'si kendisinden %82,18'i diğer değişkenlerden kaynaklanmakta olup CAC borsasının en çok etkilendiği piyasaların Almanya ve İspanya olması en çok ticarete bulunduğu ülkeler olarak beklenen bir durumdur.
- DAX endeksinde ortaya çıkan oynaklığın %17,76'sı kendisinden %82,24'ü diğer değişkenlerden kaynaklanmakta ve Almanya endeksinde de Fransa endeksine benzer durumlar söz konusu olmakta ve en çok etkilendiği piyasalar en çok ticarete bulunduğu komşu ülkeler olmaktadır.
- Nikkei225 endeksinde meydana gelen oynaklığın %18,79'u kendisinden %81,21'i diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır. Japonya'nın hem gelişmiş hem de gelişmekte olan ülke piyasalarından benzer şekilde etkilenen bir yapıya sahip olduğu görülmektedir.
- IBEX35 piyasasında görülen oynaklığın %18,11'i kendisinden %78,75'i diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır. İspanya borsasının da diğer Avrupa ülkeleri gibi birbirini etkilediği açıkça görülmektedir.
- Bist100 endeksinde ortaya çıkan oynaklığın %21,25'i kendisinden %78,75'i diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır. Bist100 endeksinin en fazla ticaret hacmine sahip olduğu ülkelerden Fransa, Almanya, İspanya ve Suudi Arabistan borsalarından etkilendiği görülmektedir.
- S&P BMV endeksinde görülen oynaklığın %15,01'i kendisinden %84,99'u diğer değişkenler kaynaklıdır. Meksika borsasını en çok etkileyen Avrupa borsaları olmuştur.
- IDX borsasında meydana gelen oynaklığın %12,16'sı kendisinden %87,84'ü diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır. Değişkenler içinde en fazla etkilenen borsa Endonezya borsası olmuştur bu yönüyle ekonominin kırılgan bir yapıda olduğu ve diğer değişkenler tarafından kolay etkilendiği şeklinde ifade edilebilir.
- Tadawul endeksinde ortaya çıkan oynaklığın %20,08'i kendisinden %79,92'si diğer değişkenlerden kaynaklanmaktadır.

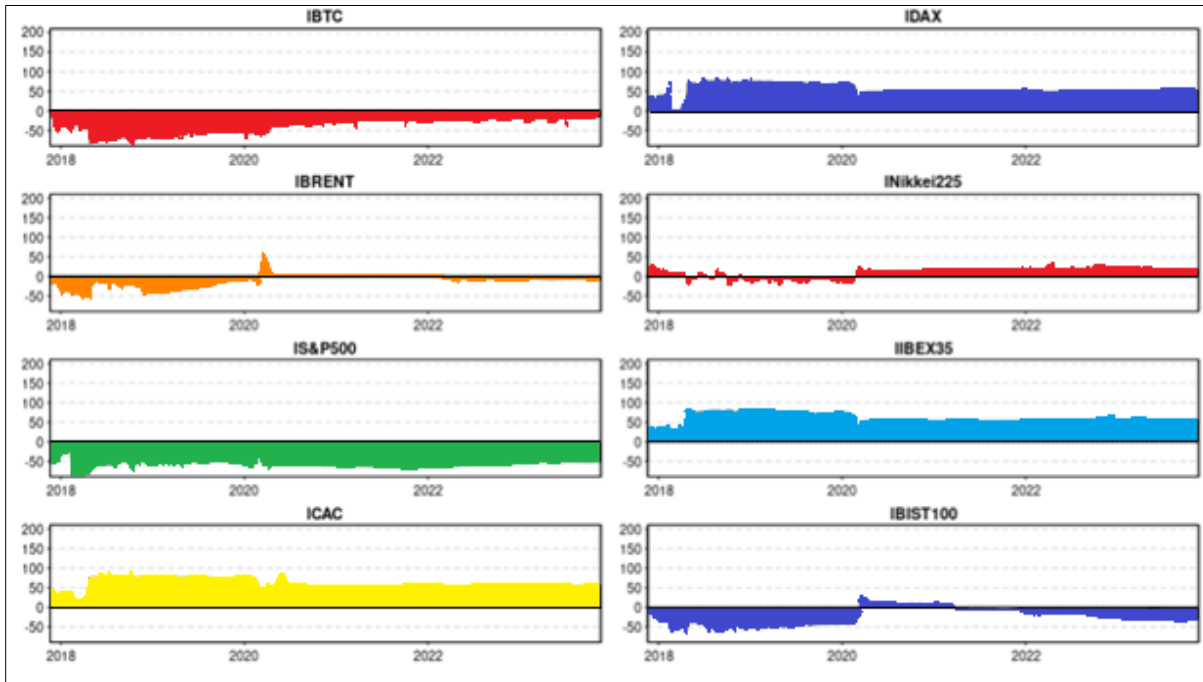
İncelenen dönemin ortalama dinamik bağlantılılık seviyesi %80,5 olarak tespit edilmiştir. Bu oran çalışma döneminin ilk dönemlerinde %100'e kadar yaklaşmış ve çalışmanın son diliminde %75 seviyesine gerilemiştir. Bu oranın bu denli yüksek olması bu değişkenlerin aynı portföy içinde yer almasının mümkün olmadığını ifade etmektedir.

İncelenen değişkenlerin varyansları arasındaki ilişki Şekil 3.'te ifade edilmiş olup görüldüğü gibi genel olarak korelasyon %80 seviyelerinde olup pandemi başlangıcına kadar düşüş eğilimi görülmüş fakat 2020 Mart ayı itibarıyla tekrar yüksek bir seviyeye çıkmıştır.



Şekil 3. Toplam Dinamik Bağlantılılık Grafiği.

Şekil 4. ve 5.'te sunulan bilgiler incelendiğinde değişkenin volatilitte yaydığı/aldığı durumlar ifade edilmektedir. Şekilde sıfır noktası üzerinde kalan kısımlar değişkenin net şok yayıcı olduğunu sıfır noktasının altında olduğu durumda ise net şok alıcı olduğunu göstermektedir.

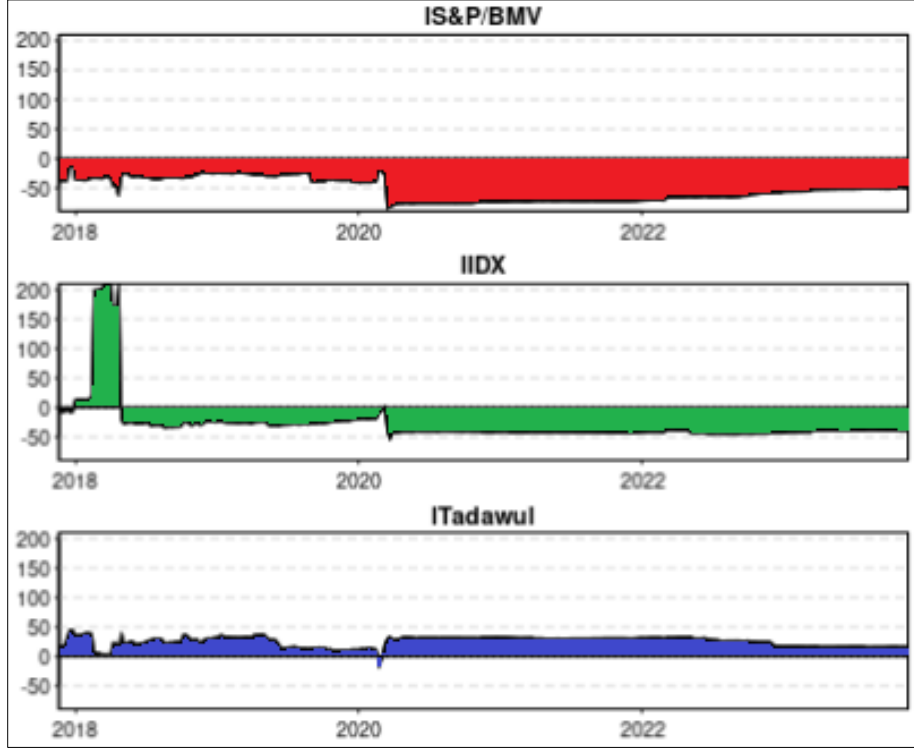


Şekil 4. Net Volatilite Endeksleri – 1.

Şekil 4.'te yer alan bilgiler incelendiğinde Bitcoin değişkeninin tüm çalışma dönemi itibarıyla net şok alıcı bir değişken olduğu görülmektedir. Bu sonuç Bitcoin'in diğer tüm değişkenler tarafından etkilendiğini ifade etmektedir. Brent petrolün pandemi başlarına kadar net şok alıcı bir durumda iken pandemi ile beraber net şok yayıcı bir duruma geldiği görülmektedir. Pandemi döneminin başlarında kapanma haberlerinin gelmesi ile birlikte azalan petrol kullanımı dolayısıyla böyle bir değişimin yaşanması mümkün olmaktadır. Sonraki dönemlerde az da olsa net şok alıcı yapı devam etmektedir. S&P500 endeksi tüm çalışma dönemi itibarıyla net şok alıcı bir yapıda olmuştur. Fransa CAC, Almanya DAX ve İspanya IBEX35 borsaları tüm çalışma dönemi boyunca daima net şok yayıcı bir görünüm izlemiştir. Bu durum Avrupa piyasalarının diğer değişkenleri etkileyebilecek derecede güçlü olduğu şeklinde yorumlanabilir. Japonya Nikkei225 endeksi pandemi öncesi dönemde dalgalı bir görünüm

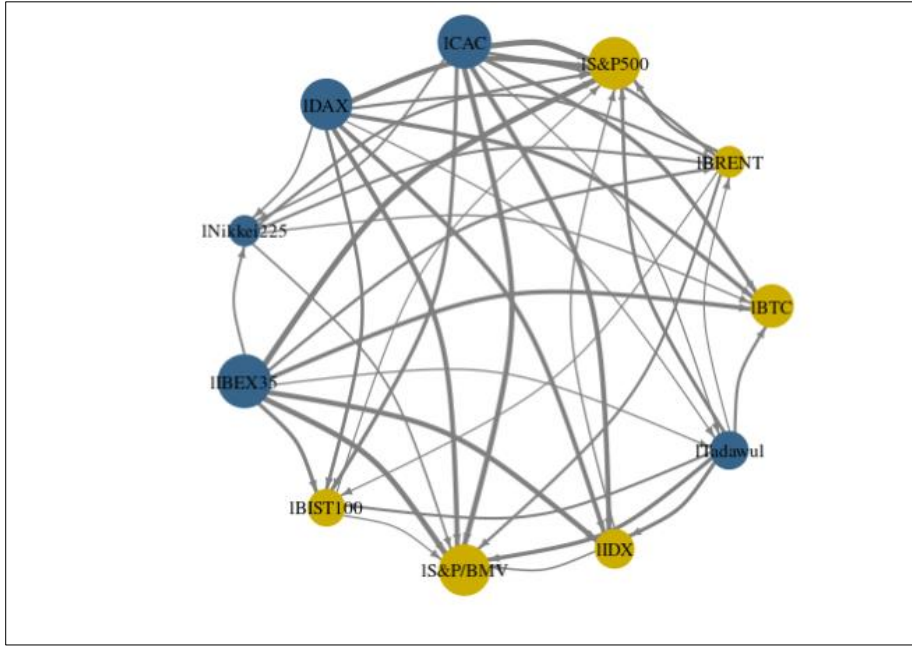
sergilemiş ve ilk zamanlar volatilite yayıcı taraf iken sonra volatilite alıcı taraf olmuştur. Pandemi başlangıcı itibariyle de çalışma dönemi sonuna kadar net şok yayıcı bir görüntü sergilemiştir.

Türkiye Bist100 endeksi pandemi başlangıcı döneme kadar net şok alıcı bir konumda iken pandemi ile beraber net şok yayıcı bir görünüme geçmiştir. 2021 yılı itibariyle de yaşanan ekonomik problemler ve aşırı kur dalgalanmaları gibi durumlardan ötürü net şok alıcı bir duruma gelmiştir.



Şekil 5. Net Volatilite Endeksleri – 2.

Şekil 5.'te yer alan net volatilite endeksleri incelendiğinde Meksika S&P BMV borsasının tüm çalışma dönemi boyunca net şok alıcı bir yapıda olduğu görülmektedir. Endonezya IDX endeksinin 2018 yılının ortalarına kadar net şok yayıcı bir özellik sergilerken sonraki dönemlerde net şok alıcı konuma geçtiği ve pandemi ile birlikte bu durumun daha da arttığı gözlemlenmektedir. Son olarak Suudi Arabistan Tadawul borsasının pandemi dönemine kadar net şok yayıcı bir görünümde olduğu pandemi başlangıcında kısa bir süre net şok alıcı bir görünüm sergilese de sonrasında toparlanarak eski görünümüne döndüğü anlaşılmaktadır.



Şekil 6. Değişkenlere Ait Volatilite Yayılım Ağ Grafiği.

Şekil 6.'da sunulan sonuçlar hangi değişkenin diğer değişkeni etkilediğini ve bu etkinin yoğunluğunu göstermektedir. Her bir değişkenin kapladığı alan etki gücünü gösterirken okların yönü etkiyi ve kalınlığı da kuvvetini ifade etmektedir. Şekil 6.'ya göre Bitcoin değişkeni CAC, DAX ve IBEX35 borsalarından yoğun olarak ayrıca Nikkei225 ve Tadawul borsasından ise nispeten daha düşük seviyede etkilenmektedir. Brent petrol değişkeni ise S&P500 endeksi ile karşılıklı olarak etki göstermekte, Bist100 endeksi ile S&P BMV endekslerini etkilemekte, DAX, Nikkei225 ve Tadawul borsalarından etkilenmektedir.

Şekilden görüldüğü üzere CAC, DAX ve IBEX35 Avrupa borsaları diğer tüm değişkenler üzerinde geniş çaplı ve yoğun bir etki gücüne sahiptir. Nikkei225, Bist100 ve Tadawul borsası, IDX ve S&P BMV borsalarına göre daha az etkiye maruz kalmaktadır.

S&P500 endeksinin tüm değişkenler tarafından etkilenmekle birlikte Avrupa merkezli borsaların etkisinin daha fazla ve yoğun olduğu görülmektedir.

5. Sonuç

Günümüz ekonomik koşulları altında yeni yatırım araçlarının piyasalara dâhil olması, sermayenin sınırsız hareketliliği ve bilgi teknolojileri ile her geçen gün daha da hızlı yapılan faaliyetler neticesinde bireylerin ve kurumların alışkanlıkları büyük ölçüde değişmektedir. Değişimin ve yeniliğin sürekli bir hale geldiği bu ortamda yatırım araçlarının birbiri üzerindeki etkileri de son yıllarda daha fazla merak edilmeye başlanmıştır. Bu çalışmada kripto para birimlerinden olan Bitcoin ve petrol piyasasına yön veren BRENT petrol ile gelişmiş ve gelişmekte olan bazı ekonomilerin borsaları arasındaki volatilitenin durumu Antonakakis ve Gabauer (2017) tarafından literatüre kazandırılan TVP-VAR yöntemiyle analiz edilmiştir.

Çalışmada elde edilen sonuçlar incelendiğinde Bitcoin, Brent petrol, Bist100 ve S&P BMV değişkenlerinin genel olarak yüksek bir volatilite yaydığı ve özellikle pandemi döneminin başlarında tüm değişkenlerde volatilitenin arttığı gözlemlenmiştir. Ortalama dinamik bağlantılılık tablosunda elde edilen sonuçlar diğer değişkenlerden en fazla etkilenen varlığın Bitcoin olduğunu, diğer değişkenlerden en çok etkilenen piyasanın Endonezya IDX endeksi olduğunu ayrıca diğer değişkenleri en çok etkileyen değişkenin ise Fransa CAC endeksi, Almanya DAX endeksi ve İspanya IBEX35 endeksi olduğunu ifade etmektedir. Bitcoin ve BRENT petrolde meydana gelen değişimleri en çok açıklayan değişkenler gelişmiş ülke endeksleri olmuştur.

Çalışma döneminde Fransa, Almanya, İspanya, Japonya ve Suudi Arabistan piyasalarının net volatilite yayarken diğer değişkenlerin net volatilite alan bir değişken olduğu görülmüştür. Bu durum Suudi Arabistan ekonomisinin Avrupa ülkeleri gibi etki kapasitesinde olduğu ve gelişmekte olan ekonomiler içinde farklı bir konumda olduğu şeklinde ifade edilebilir.

Çalışma sonuçları literatürde yer alan farklı değişkenlerin kullanıldığı Dahir vd., (2020), Ha, (2022) ve Gökgöz ve Kayahan (2023) Bitcoin sonuçları açısından benzerlikler göstermektedir. Özdemir Höl (2023), çalışmasında Bitcoin'in net volatilité yayan bir değişken olduğunu tespit etmiştir bu yönü ile bu çalışmadaki sonuçlarla farklılık göstermektedir. Özdemir Höl vd., (2022) ve Mishra vd., (2023) çalışma sonuçları BRENT petrol yönünden farklı, Adekoya vd., (2022) çalışması ise BRENT petrol sonuçları açısından benzer sonuçlar ortaya koymuştur.

5.1. Çalışmanın Orijinallığı ve Sınırlılıkları

Çalışma kullanılan değişkenlerin daha önce farklı bir çalışmada kullanılmamış olması ve gelişmiş ekonomiler ile gelişmekte olan ekonomileri kıyaslaması bakımından literatüre katkı sunması amaçlanmaktadır.

Öte yandan çalışma döneminde COVID-19 gibi bir pandemi problemi ve Rusya-Ukrayna ile İsrail-Filistin savaşı gibi tüm ülkeleri yakından ilgilendiren olayların yaşanması sonuçlar açısından farklılık oluşturabilmektedir. Ayrıca küresel piyasalarda son zamanlarda yaşanan ani dalgalanmalar çalışma sonuçları açısından değişkenlik oluşturabilmektedir. İleride yapılacak çalışmalarda analiz dönemi ve değişkenler değiştirilerek farklı sonuçlara ulaşılabilir.

5.2. Çalışmanın Çıkarımları

Çalışmadan elde edilen bulgular yatırımcılar açısından önemli bilgiler sunmaktadır. Özellikle çalışma değişkenleri arasında yer alan Suudi Arabistan Tadawul endeksinin diğer gelişmekte olan ekonomilere karşın daha istikrarlı ve etkileme gücü yüksek bir konumda olması bu piyasalara yatırım yapabilmenin daha sağlıklı olduğu konusunda fikir verebilmektedir. Genel olarak üç Avrupa borsası olan CAC, DAX ve IBEX35 diğer değişkenleri en çok etkileyen borsalar olması yönüyle daha istikrarlı bir yapıda olduklarını göstermektedir.

Kaynaklar

- Adekoya, O. B., Akinseye, A. B., Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., Gabauer, D., & Oliyide, J. (2022). Crude oil and Islamic sectoral stocks: Asymmetric TVP-VAR connectedness and investment strategies. *Resources Policy*, 78, 102877.
- Adekoya, O. B., & Oliyide, J. A. (2021). How COVID-19 drives connectedness among commodity and financial markets: Evidence from TVP-VAR and causality-in-quantiles techniques. *Resources Policy*, 70, 101898.
- Akkuş, H. T., & Doğan, M. (2023) Analysis of dynamic connectedness relationships between cryptocurrency, NFT and DeFi assets: TVP-VAR approach, *Applied Economics Letters*, DOI: 10.1080/13504851.2023.2216437
- Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., & Gabauer, D. (2019). Cryptocurrency market contagion: Market uncertainty, market complexity, and dynamic portfolios. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 61, 37-51
- Antonakakis, N., Chatziantoniou, I., & Gabauer, D. (2020). Refined measures of dynamic connectedness based on time-varying parameter vector autoregressions. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(4), 84. <https://doi.org/10.3390/jrfm13040084>
- Antonakakis, N. & Gabauer, D. (2017). Refined measures of dynamic connectedness based on TVPVAR (MPRA Working Paper No. 78282). Retrieved from <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/78282/>
- Attarzadeh, A., & Balcilar, M. (2022). On the dynamic return and volatility connectedness of cryptocurrency, crude oil, clean energy, and stock markets: a time-varying analysis. *Environmental Science and Pollution Research*, 29(43), 65185-65196.
- Balcilar, M., Gabauer, D., & Umar, Z. (2021). Crude Oil futures contracts and commodity markets: New evidence from a TVP-VAR extended joint connectedness approach. *Resources Policy*, 73, 102219.
- Bilir, H., & Çay, Ş. (2016). Elektronik para ve finansal piyasalar arasındaki ilişki. *Ömer Halisdemir Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 9(2), 21-31.
- Bhowmik, R., & Wang, S. (2020). Stock market volatility and return analysis: A systematic literature review. *Entropy*, 22(5), 522. MDPI AG. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.3390/e22050522>
- Cao, G., & Xie, W. (2022). Asymmetric dynamic spillover effect between cryptocurrency and China's financial market: Evidence from TVP-VAR based connectedness approach. *Finance Research Letters*, 49, 103070.
- Dahir, A. M., Mahat, F., Amin Noordin, B. A., & Hisyam Ab Razak, N. (2020). Dynamic connectedness between Bitcoin and equity market information across BRICS countries: Evidence from TVP-VAR connectedness approach. *International Journal of Managerial Finance*, 16(3), 357-371.
- Diebold, F. X. & Yilmaz, K. (2009). Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets. *The Economic Journal*, 119(534), 158-171. Doi: <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2008.02208.x>
- Diebold, F. X. ve Yılmaz, K. (2014). On the network topology of variance decompositions: measuring the connectedness of financial firms. *Journal of econometrics*, 182(1), 119-134. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2014.04.012>
- Dizkırıncı, A. S., & Gökğöz, A. (2018). Kripto para birimleri ve Türkiye'de Bitcoin muhasebesi. *Journal of Accounting, Finance and Auditing Studies*, 4(2), 92-105.
- Doğan, M., Raikhan, S., Zhanar, N., & Gulbagda, B. (2023). Analysis of dynamic connectedness relationships among clean energy, carbon emission allowance, and BIST indexes. *Sustainability*, 15(7), 6025. <https://doi.org/10.3390/su15076025>
- Dutta, S., Kayal, P., & Balasubramnaian, G. (2023). Volatility spillover and directionality in cryptocurrency and metal markets. *Journal of Emerging Market Finance*, 22(4), 464-485.

- Elsayed, A. H., Gozgor, G., & Lau, C. K. M. (2022). Risk transmissions between bitcoin and traditional financial assets during the COVID-19 era: The role of global uncertainties. *International Review of Financial Analysis*, 81, 102069.
- Elsayed, A. H., & Sousa, R. M. (2022). International monetary policy and cryptocurrency markets: dynamic and spillover effects. *The European Journal of Finance*, 1-21.
- Gökgöz, H., & Kayahan, C. (2023). Bitcoin ile gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler arasındaki volatilite yayılım etkisinin TVP-VAR ile analizi. *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 41 (1), 109-125.
- Görmez, Y. & Budd, C. H. (2012). Electronic money free banking and some implications for central banking, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası, *Central Bank Review*, 4(1), 67-105.
- Ha, L. T. (2023). Interlinkages of cryptocurrency and stock markets during COVID-19 pandemic by applying a TVP-VAR extended joint connected approach. *Journal of Economic Studies*, 50(3), 407-428.
- Ha, L.T., & Nham, N. T. H. (2022). An application of a TVP-VAR extended joint connected approach to explore connectedness between WTI crude oil, gold, stock and cryptocurrencies during the COVID-19 health crisis. *Technological Forecasting and Social Change*, 183, 121909.
- Höl, A. Ö. (2023). Covid-19 döneminde Türkiye’de finansal varlıklar arasındaki volatilite yayılımı: TVP-VAR uygulaması. *İktisadi İdari ve Siyasal Araştırmalar Dergisi (İKTİSAD)*, 8(21), 339-357.
- Huang, J., Chen, B., Xu, Y., & Xia, X. (2023). Time-frequency volatility transmission among energy commodities and financial markets during the COVID-19 pandemic: A Novel TVP-VAR frequency connectedness approach. *Finance Research Letters*, 53, 103634.
- Huang, J., Dong, X., Chen, J., & Zhong, M. (2022). Do oil prices and economic policy uncertainty matter for precious metal returns? New insights from a TVP-VAR framework. *International Review of Economics & Finance*, 78, 433-445.
- Jiang, S., Li, Y., Lu, Q., Wang, S., & Wei, Y. (2022). Volatility communicator or receiver? Investigating volatility spillover mechanisms among Bitcoin and other financial markets. *Research in International Business and Finance*, 59, 101543.
- Kahraman, İ. K., Küçükşahin, H., & Çağlak, H. (2019). Kripto para birimlerinin volatilite yapısı: GARCH modelleri karşılaştırması. *Fiscaoeconomia* 2:21-45.
- Khemakhem, I., Bahloul, S., & Bouzgarrou, H. (2023). The Impact of Russia-Ukraine war on the volatility connectedness between commodities and financial assets: An asymmetric GARCH and Tvp-Var approach. Available at SSRN 4415634.
- Koop, G., Leon-Gonzalez, R. & Strachan, R. W. (2009). On the evolution of the monetary policy transmission mechanism. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(4), 997-1017. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2008.11.003>
- Kuzu, S. (2019). Volatilite endeksi (VIX) ile BIST 100 arasındaki Johansen Eş-Bütünleşme ve frekans alanı nedensellik analizi. *Electronic Turkish Studies*, 14(1).479-493.
- Liu, T., & Gong, X. (2020). Analyzing time-varying volatility spillovers between the crude oil markets using a new method. *Energy Economics*, 87, 104711.
- Mishra, A. K., Arunachalam, V., Olson, D., & Patnaik, D. (2023). Dynamic connectedness in commodity futures markets during Covid-19 in India: New evidence from a TVP-VAR extended joint connectedness approach. *Resources Policy*, 82, 103490.
- Naeem, M. A., Lucey, B. M., Karim, S., & Ghafoor, A. (2022). Do financial volatilities mitigate the risk of cryptocurrency indexes?. *Finance Research Letters*, 50, 103206.
- Nakamoto, S. (2008). Bitcoin: A Peer-to-Peer Electronic Cash System.

- Özdemir Höl, A., Akyıldırım, E., Kılıcaslan, Ş., & Çınar, K. (2022). Baltık kuru yük endeksi, petrol, altın, dolar, MSCI dünya endeksi arasındaki volatilitte yayılımı. *Ekonomi Politika ve Finans Araştırmaları Dergisi*, 7(2), 386-406. <https://doi.org/10.30784/epfad.1089836>
- Pesaran, H. H., & Shin, Y. (1998). Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics Letters*, 58, 17-29.
- Thanh, T. T., Ha, L. T., Huyen, N. T. T., & Ngoc, T. A. (2023). An Application of a TVP-VAR extended joint connected approach to investigate dynamic spillover interrelations of cryptocurrency and stock market in Vietnam. *Journal of International Commerce, Economics and Policy*, 14(01), 2250017.
- Tuna, K. & İsabetli, İ. (2014). Finansal piyasalarda volatilitte ve Bist-100 örneği. *Kocaeli Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, (27), 21-31. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kosbed/issue/25692/271136>
- Umar, Z., Jareño, F., & Escribano, A. (2021). Agricultural commodity markets and oil prices: An analysis of the dynamic return and volatility connectedness. *Resources Policy*, 73, 102147.
- Urom, C., Abid, I., Guesmi, K., & Chevallier, J. (2020). Quantile spillovers and dependence between Bitcoin, equities and strategic commodities. *Economic Modelling*, 93, 230-258.
- Yousaf, I., Riaz, Y., & Goodell, J. W. (2023). Energy cryptocurrencies: Assessing connectedness with other asset classes. *Finance Research Letters*, 52, 103389.
- Zhao, J., & Zhang, T. (2023). Exploring the time-varying dependence between Bitcoin and the global stock market: Evidence from a TVP-VAR approach. *Finance Research Letters*, 58, 104342.



Cusum, Ewma Kontrol Grafiklerinin Karşılaştırılması: Aydınlatma Sektöründe Bir Uygulama

Zehra Berna AYDIN
Bursa Uludağ Üniversitesi / Prof. Dr.
berna@uludag.edu.tr
Orcid No: 0000-0003-1313-7543

Özet

İşletmeler günümüzde varlıklarını sürdürebilmeleri ve rekabet edebilmeleri için kaliteye önem vermelidirler. Ürün ve hizmetlerini müşterinin istek ve ihtiyaçları doğrultusunda geliştirip üreten kalite kontrol tekniklerini uygulayarak süreçlerini iyileştiren işletmelerin böylece verimliliği ve rekabet edebilirliği artacaktır. Çalışmada istatistiksel kalite kontrol tekniklerinden Cusum, Ewma, kontrol grafikleri anlatılmış bu grafiklerin karşılaştırılması yapılmıştır. Çalışmanın uygulama bölümünde elektrikli aydınlatma ekipmanları imalat sanayinde bir firmanın ürettiği aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümleri kullanılmıştır. Yapılan kontrol grafik analizi sonucunda; Cusum ve Ewma kontrol grafiklerinden aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümlerine ilişkin sürecin kontrolde olduğu görülmüştür. Süreç ortalamasındaki küçük ve sürekli kaymaları belirlemek için Ewma, küçük kaymalar için de Cusum grafikleri kullanılmalıdır.

Anahtar sözcükler: Cusum Kontrol Grafikleri, Ewma Kontrol Grafikleri, Kalite, İstatistiksel Kalite Kontrol.

Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Zehra Berna AYDIN, Bursa Uludağ Üniversitesi.

Atıf / Citation: AYDIN B. (2024). Cusum, Ewma Kontrol Grafiklerinin Karşılaştırılması: Aydınlatma Sektöründe Bir Uygulama. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 36-45.

Comparison of Cusum, Ewma Control Charts: An Application in the Lighting Industry

Abstract

Businesses must attach importance to quality in order to survive and compete today. The efficiency and competitiveness of businesses that improve their processes by applying quality control techniques that develop and produce their products and services in line with the demands and needs of the customers will increase.

In the study, Cusum, Ewma, control charts, which are among the statistical quality control techniques, were explained and these charts were compared. In the application part of the study, current measurements of lighting equipment produced by a company in the electrical lighting equipment manufacturing industry were used. As a result of the control chart analysis; From the Cusum and Ewma control charts, it was seen that the process regarding the current measurements of the lighting equipment was under control.

Keywords: Cusum Control Charts, Ewma Control Charts, Quality, Statistical Quality Control.

1. Giriş

Günümüz bilgi çağında; artan rekabet ve teknolojideki yenilikler iş dünyasında değişimi beraberinde getirmektedir. Eskiden üretim, maliyete dayanan rekabet koşulları artık yerini kaliteye, nitelikli işgücü ve müşteri odaklı üretime bırakmıştır. Bu değişim müşteri odaklı yönetim, toplam kalite yönetimi, altı sigma, EFQM modeli gibi kavramların doğmasına ve uygulanmasına zemin hazırlamıştır. Küresel rekabet müşteriyi öne çıkardığından kaliteli mal ve hizmetin zamanında müşteriye ulaştırılması gerekmektedir. İşte buda kaliteye önem vermek ve kalite yönetim sistemlerini kurarak ürün kalitesini sürekli geliştirmekle olacaktır.

Kalite yönetiminde kalitenin önemli iki anlamı vardır. Birincisi; kalite, ürün özelliklerinin müşteri ihtiyaçlarını karşılama ve müşteri memnuniyetini sağlamasıdır. Bu açıdan bakıldığında kalitenin anlamının gelir odaklı olduğunu söylemek mümkündür. Yüksek kalitenin daha fazla gelir sağlayacağı düşünülmektedir. Ancak yüksek kalite, yatırımların ve maliyetlerin artmasına neden olmakta ve daha çok maliyeti beraberinde getirmektedir. İkincisi ise; kalite süreç iyileştirme mükemmelle ulaşma veya eksiklikleri giderme anlamına gelmektedir. Söz konusu eksiklikleri giderme işlerin yinelenerek tekrar yapılmasını ve bunun beraberinde var olan müşteri memnuniyetsizliğini ve şikâyetlerini vs. gidermeyi sağlamaktadır. Bu açıdan da kalite maliyet odaklı olmakta ve daha yüksek kalite daha düşük maliyeti de beraberinde getirmektedir. (Halis,2000:23)

Bir ürünün kalitesi; ürün tasarımından üretim mühendisliğine, üretim işlemlerine, denetim ve test etmeye, satış ve servis hizmetlerini kapsamaktadır. Ürün kalitesi yalnızca ürünün kontrolü olmayıp, sistemde çalışan tüm kişilerin sorumluluğunu da içermektedir (Demir,1994:664-665).

Ürün kalitesinde kullanım amacı ve fiyat faktörü dışında çeşitli alt faktörler mevcuttur. Bu alt faktörleri sıralamak gerekirse; tüketicinin istek ve gereksinimlerinin karşılama derecesi (Juran,1962:1-2). tasarlanan kalite düzeyine uyma derecesi, diğer firmalar tarafından üretilen eşdeğer ürünler karşısında tüketicinin tercihine sahip olma derecesi, ürünün kalite özellikleri, ekonomik kullanma süresi, güvenilirliği, çalışma karakteristikleri, tasarım ve imalat maliyetleri, üretim yöntemleri ve tamir ve bakım maliyetleri gibi kriterlerin biri veya birkaçı ürünün kalite düzeyini belirlemek amacı ile kullanılabilir. Bu bağlamda bir ürünün kalitesi tüketici taleplerini mümkün en ekonomik düzeyde karşılamayı amaçlayan mühendislik ve imalat karakteristiklerinin bileşiminden oluşur. Bu alt faktörlerin seçiminde işletme politikaları, ürün cinsi, imalat yöntemleri ve teknolojik olanaklar göz önüne alınır (Kobu,1989:13-14).

Kalite isteklerini sağlamak için uygulama teknikleri ve faaliyetlere muayene adı verilir. Muayene kalite kontrolün bir fonksiyonudur. Gerçekleşen kalite düzeyinin kabul edilebilirliği konusunda karar verilmesini sağlar (Ünlü ve Fındık, 2001: 92).

Feigenbaum kontrolü; bir yönetsel faaliyet için yetki ve sorumluluğun birleştirildiği süreç olarak tanımlanmaktadır. Bu birleşme, yöneticinin sonuçları incelemesini ve düzeltici kararları etkin biçimde almasını kolaylaştıracaktır (Demir,1994:670).

Kalite kontrolünde ise; üretimi yapılan ürünlerin örnekleme yöntemi ile sürekli teste tabi tutulmaktadır. Kalite kontrolü işlenmiş ürünün teknik-tasarım özellikleri ile ilgilidir. Burada iki işlev söz konusudur:

- ✓ Özellikleri taşıyabilecek süreçlerin yeteneğini saptamak.
- ✓ Süreçlerin özelliklere uyumunu kontrol etmek.

Kuşkusuz bu kalite kayıplarını azaltacaktır. Kalite kontrolü, tüketicinin taleplerini en ekonomik düzeyde karşılamak, kalitenin yaratılması, yaşatılması ve geliştirilmesi yolundaki çabaların birleştirilip, eşgüdümlediği bir sistemdir (Feigenbaum,1976:14).

Kalite kontrol kaliteye ilişkin standartların belirlenmesi, denetleme-gözetleme işlemlerinin örgütlenmesi ve yöntemlerinin geliştirilmesi, kalitenin bozulmasına yol açan koşulların ortadan kaldırılması, kalite sorunlarına ilişkin olarak işletmenin tüm birimlerine danışmanlık hizmetlerinin sağlanması çalışmalarını da içermektedir (Baruçugil,1988:275).

Kalite kontrol ek yük ve masraf kaynağı olarak görülse de kalitesiz ürün veya hizmetlerin neden olacağı maliyetlerle karşılaştırıldığında çok daha düşük olduğu görülecektir (Çabuk, 2013: 48)

Bir işletmede kalite kontrol uygulaması sonunda gerçekleşmesi istenen amaçlar; ürün kalite düzeyinin yükseltilmesi, ürün tasarımının geliştirilmesi, kolay işlenebilir malzeme araştırılması, işletme maliyetlerinde azalma, ıskarta, işçilik ve malzeme kayıplarında azalma, rakiplere karşı firma prestijinin artırılması, işçi işveren ilişkilerinde olumlu gelişme sağlanması, müşteri şikâyetlerinin azaltılmasıdır (Ünlü ve Fındık: 2001, 90).

İstatistiksel süreç kontrol teknikleri ürün kalitesini geliştirmek ve süreçleri izlemek için endüstride sıklıkla kullanılmaktadır. Süreçleri kontrol altına almak oluşabilecek kusurları önceden belirleyip önlem almak ve süreçleri iyileştirmede kontrol grafikleri önemli araçlardır. Kontrol grafikleri özel nedenlerin varlığının süreçte ortaya çıktığı anda belirlemek, sürecin doğal toleranslarını ölçmek ve süreci kontrol altında tutarak spesifikasyonları karşılama yeterliliğini ortaya koymak amacıyla kullanılmaktadır (Işığışok, 2005:74-75).

Günümüzde yaygın olarak kullanılan kontrol grafik türleri; Shewart, Cusum, Ewma'dır. Literatürde farklı alanlarda bu grafiklerin uygulaması söz konusudur. Wu vd.(2010) sürece ilişkin ortalama ve varyans değişkenliğini gösteren cusum kontrol grafiği ile standart cusum kontrol grafiğini kıyaslayan bir çalışma yapmıştır. Yang vd. (2011) normal dağılım özelliği göstermeyen süreçler için parametrik olmayan Ewma işaret kontrol grafiği önerisinde bulunmuşlardır. Maravelakis (2012) ölçüm hatalarının Cusum ve Ewma kontrol grafikleri üzerindeki etkisini incelemiştir (Ertuğrul & Özçil, 2015:15). Koshti (2011) çalışmasında Cusum kontrol grafiklerinin shewhart kontrol grafiklerinden küçük kaymalarda daha etkili olduğunu göstermiştir. Tran ve Tran (2016) çalışmalarında süreçteki değişimleri Markov Zinciri yaklaşımından faydalanarak yeni bir yöntemle kaymaları kareli katsayı kullanarak cusum grafikleri oluşturmuşlardır. Diğer kontrol grafiklerine göre bu yöntemle çizilen cusum grafiklerinin değişimleri yakalamada daha iyi olduğunu göstermişlerdir. Tran, Heuchenne ve Thomassey (2022) çalışmalarında Cusum kontrol grafiklerinin performansını Nelder-Mead optimizasyon algoritması ile belirli bir aralıktaki kaymaların iplik kalitesinin izlenmesinde etkisini göstermişlerdir. Grafiklerinin önerilen tasarımının finans, endüstriyel süreçler vb. gibi çeşitli alanlarda uygulanabileceğini ifade etmişlerdir.

Çalışmada elektrikli aydınlatma ekipmanları imalat sanayinde bir firmanın ürettiği aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümleri kullanılmıştır. Cusum, Ewma, kontrol grafikleri uygulanarak istatistiksel süreç kontrol çalışması yapılmıştır. Üretim sürecinde değişkenliğin azaltılması ve maksimum faydayı sağlayacak kontrol grafiği

önerisinde bulunulması amaçlanmıştır. Ayrıca bu grafiklerin karşılaştırılması yapılarak avantajları üzerinde durulmuştur.

2. Literatür Cusum Kontrol Grafikleri

Cusum kontrol grafikleri, 1960'lı yıllarda Shewhart kontrol grafiklerine alternatif olarak ortaya çıkmıştır. Bu grafikler ortalamalardaki küçük değişimleri, Shewhart kontrol grafiklerine göre daha iyi göstermektedir. (Türkmen, 2018: 47-48).

Burada örneklem ortalamaları ile hedef ortalama arasındaki sapmaların kümülatif değerleri hesaplanarak Cusum kontrol grafiği üzerinde işaretlenir. Bu grafikte örneklem ortalamaları yerine bireysel gözlem değerleri kullanılmaktadır. Burada örneklem değerlerinin hedef değerden cebirsel sapmalarının kümülatif toplamı (S_j) grafik üzerinde gösterilerek örneklem verilerindeki bilgi dikkate alınır. Ayrıca Cusum kontrol grafikleri, küçük süreç kaymalarını belirlemede Shewhart kontrol grafiklerinden daha üstündür. Bu üstünlük $n=1$ örneklem hacminde etkilidir. Ayrıca süreç ortalamasından $1,5\sigma$ veya 2σ kayma olması durumunda, standart kontrol grafikleri Cusum grafiklerine göre daha etkili olacaktır (Işığışık, 2020:292).

Cusum kontrol grafikleri oluşturulurken kullanılan sütunlar aşağıda Eşitlik 1.1'de verilmiştir:

- ✓ $j = 1 \dots k$ olmak üzere örneklem numaraları sütunu,
- ✓ Bireysel gözlemler (X_j) sütunu veya örneklem ortalamaları sütunu,
- ✓ Her bir bireysel gözlem değerleri ile (veya örneklem ortalaması) süreç ortalaması arasındaki cebirsel sapmalar sütunu;

$$(X_j - \bar{X}) \text{ veya } (\bar{X}_j - \mu_0)$$

- ✓ Cebirsel sapmaların kümülatif toplamı sütunu;

$$S_j = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}) \text{ veya } S_j = \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \mu_0) \quad (1.1)$$

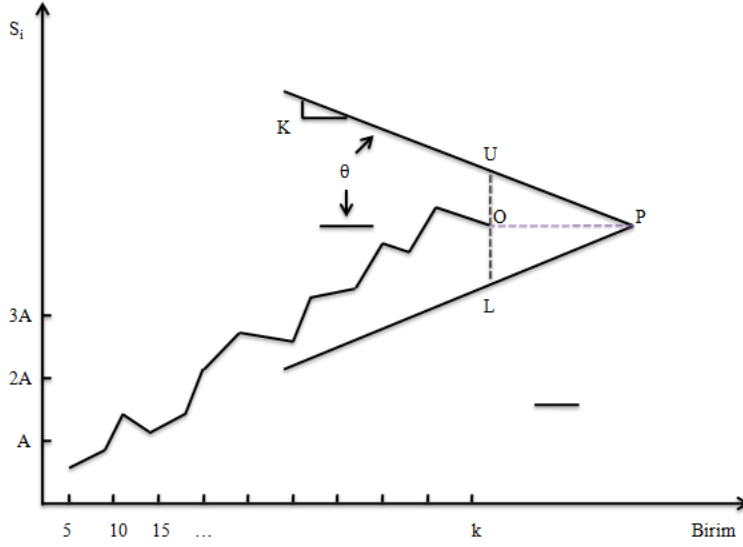
Bireysel gözlem değerleri yerine örneklem ortalamaları serisinin kullanılması durumunda, örneklem hacmi $n \geq 1$ için, j . örnek ortalaması \bar{X}_j , hedef değer veya süreç ortalaması μ_0 ve örnek sayısı k olmak üzere, Cusum değerlerinin hesaplanması Eşitlik 1.2'de verilmiştir (Montgomery, 1991: 282).

$$S_j = \sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \mu_0) = (\bar{X}_k - \mu_0) + \sum_{i=1}^{k-1} (\bar{X}_i - \mu_0) = (\bar{X}_j - \mu_0) + S_{j-1} \quad (1.2)$$

Süreç ortalaması μ_0 , hedef değer veya süreç ortalamasına eşit olduğu sürece, hesaplanan kümülatif toplamlar yaklaşık olarak sıfır değerini alacaktır. Süreç hedef ortalamasının dışına çıkması durumunda iki durum söz konusudur:

- ✓ Süreç ortalamasının giderek artması sonucu hesaplanan kümülatif toplamların artış gösterip Cusum grafiklerinin artma eğiliminde olması.
- ✓ Süreç ortalamasının giderek azalması sonucu hesaplanan kümülatif toplamların azalış gösterip Cusum grafiklerinin azalma eğiliminde olmasıdır (Oktay& Özçomak, 2001: 364-365).

V Maskesi Yöntemi: Barnard tarafından 1959'da sürecin kontrol altında olup olmadığının tespit edilmesinde Cusum kontrol grafiklerinde V maskesi yöntemi önerilmiştir.(Montgomery, 1991: 283). S_1, \dots, S_j bütün kümülatif toplamların V maskesinin kolları arasında kalması durumunda sürecin kontrol altında olduğunu göstermektedir. Kolların dışında kalan herhangi bir kümülatif toplam olması durumunda sürecin kontrol altında olmadığını göstermektedir. Aşağıda V maske yapısı Şekil 1'de gösterilmektedir.



Şekil 1. Cusum Grafiğinde Kullanılan V Maskesi. Kaynak: (Oktay,1994:75).

3. Ewma Kontrol Grafiği

1959 yılında Roberts tarafından geliştirilen Ewma (Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama) kalite kontrol grafiği, süreç ortalamalarındaki, küçük fakat sürekli sapmalara karşı daha duyarlı olması sebebiyle Shewhart kontrol grafiklerine alternatif olarak geliştirilmiştir. Ewma grafiği, Cusum grafiği gibi süreçte meydana gelen küçük sapmaları saptamak amacıyla kullanılan ağırlıklandırılmış bir hareketli ortalama kontrol grafiğidir. Ewma kontrol grafiğinin gücü, Cusum grafiğine eşdeğerdir (Işığışık, 2020:307).

Ewma kontrol grafikleri, zaman serilerinin analizinde de kullanılmaktadır. Ewma, geçmiş ve mevcut gözlemlerin ağırlıklandırılmış ortalaması olduğundan normallik varsayımına karşı duyarsızdır. Alt örnek hacminin bire eşit olduğu durumlar için uygulanması idealdir (Ertuğrul ve Özçil: 2015,17).

Örneklem hacmi n, örneklem ortalamaları X_j ($j = 1,2,3,4, \dots, t, \dots, k$) olmak üzere t dönemin üstel hareketli ortalaması Eşitlik 1.3'deki gibidir:

$$Z_t = \lambda \bar{X}_t + (1 - \lambda) Z_{t-1} \quad (1.3)$$

Burada $0 < \lambda \leq 1$ koşulu geçerli olup $Z_0 = \mu$ 'dür. $t = 0,1,2, \dots$ olmak üzere Z_t değerleri dizisi üstel ağırlıklı hareketli ortalama olarak ifade edilir. Kontrol sınırlarının hesaplanmasında standart sapma kullanılacağından Z_t değerinin standart sapması:

$$\sigma_{Z_t} = \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)n}} \quad (1.4)$$

şeklinde elde edilir. σ 'nın bilinmemesi durumunda eşitlik 1.5'deki formül kullanılarak standart sapma tahmin edilir.

$$s = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{s}}{c_4} \quad (1.5)$$

Uygulamada kullanılan anakütle ortalaması ve standart sapması bilinmemesi durumunda kontrol sınırları Eşitlik 1.6'da gösterilmiştir.

$$UCL_{EWMA} = \bar{\bar{X}} + \bar{R} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad (1.6)$$

$$CL_{EWMA} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCL_{EWMA} = \bar{\bar{X}} - \bar{R} \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

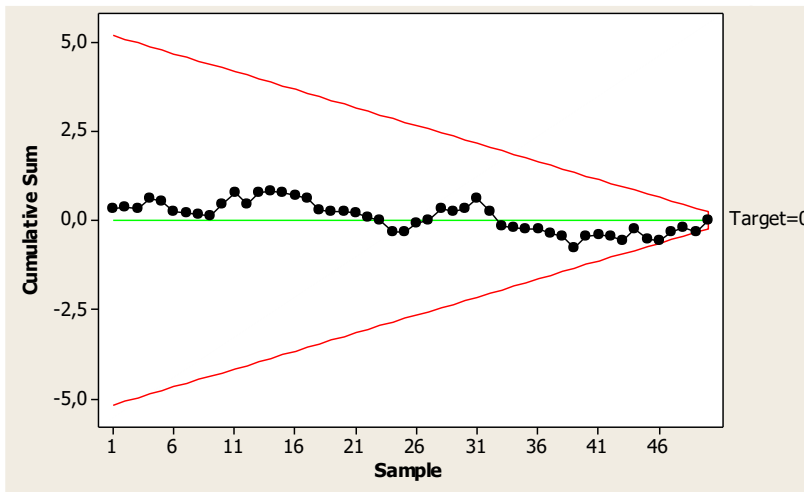
λ değeri $0 < \lambda \leq 1$ aralığında bir sabittir. $\lambda = 1$ olarak belirlendiği zaman Ewma değeri en son gözlem değerine bağlı olacaktır. Bu durumda Ewma değerinin belirlenmesinde önceki gözlemlerin etkisi söz konusu olmayacaktır. Roberts (1959), Crowder (1987) ve Lucas-Saccucci (1987) ortalama seviyesindeki kaymaların tespitinde, büyük λ değerlerinin büyük çaptaki kaymaları tespit ve küçük λ değerlerinin süreç seviyesindeki küçük kaymaların tespitinde optimal sonuçları vermektedir. (Ertuğrul ve Özçil: 2015,17).

4. Materyal ve Metot

Çalışmada; materyal olarak, elektrikli aydınlatma ekipmanları imalat sanayinde bir firmanın ürettiği aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümleri kullanılmıştır. Bu veriler, 2023 yılı Ekim ayında örnekte 5 gözlem olmak üzere toplam 250 gözlem sayısından oluşmaktadır. Literatürde en çok kullanılan Cusum ve Ewma kontrol grafikleri kıyaslanarak işletme açısından kalitenin artırılması yönünde öneride bulunulmuştur. Verilerin hazırlanmasında Microsoft Excel programı ve kontrol grafiklerinin çiziminde ise Minitab istatistik programı kullanılmıştır.

5. Bulgular

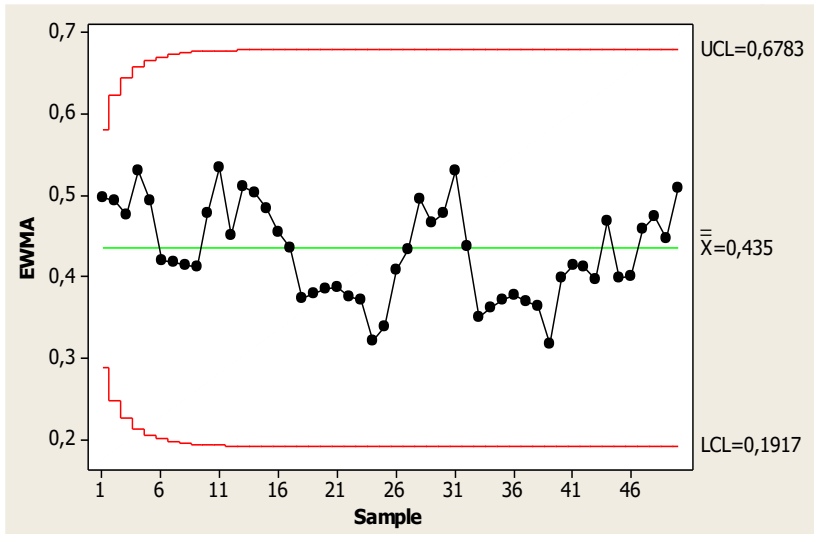
Cusum kontrol grafiğinde, S_j birikimli değerler, örneklerin ortalaması ve genel ortalama değerleri k yerine örneklem ortalamasına alınarak Eşitlik 1.2 deki formüller yardımıyla hesaplanmıştır. Örneklem hacmi 5 ve gözlem sayısı 50 olan aydınlatma ekipmanına ait akım değerlerine ilişkin Cusum grafiği aşağıda Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. Cusum Kontrol Grafiği.

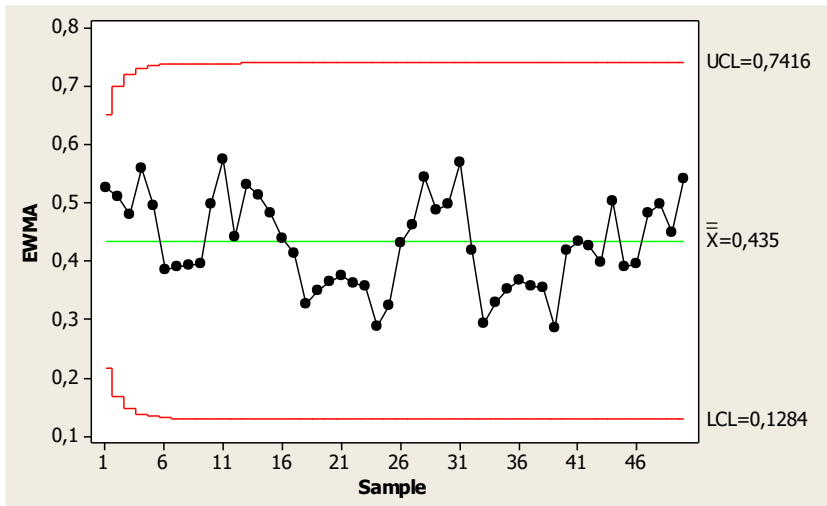
Cusum kontrol grafiği literatürde yaygın kullanılan V maskesi yöntemi ile hesaplanmıştır. V maskesi hesaplanırken 1 standart sapmalı kaymalar dikkate alınmıştır. Cusum grafiği üzerine işaretlenen noktalar Shewhart grafiklerinin aksine ortalamaları göstermemektedir. Cusum grafiklerinde süreç ortalamasından sapmaların kümülatif sapmaları dikkate alındığından ortalama kararlılık olup olmadığı belirlenmektedir. Şekil 2’de gözlemler grafikte V maskesinin iki kolu arasında olduğu için sürecin kontrol altında olduğuna karar verilir. V maskesinin alt kolunun dışında gözlem değerlerinin olması süreç ortalamasının yukarıya doğru kayma eğiliminde olduğunu, V maskesinin üst kolunun dışında gözlem değerlerinin olması ise; süreç ortalamasının aşağı doğru kayma eğiliminde olduğunu göstergesi olarak kabul edilmektedir.

Daha sonra aydınlatma ekipmanına ait akım ölçüm değerlerine ilişkin birkaç λ değerleri için Eşitlik 1.3 yardımıyla veriler ve ortalamaları t döneme ait üstel hareketli ortalama değerleri hesaplanarak Ewma kontrol grafikleri çizilmiştir. Aşağıda $\lambda = 0,20$ değeri için standartlar verilmediğinde Ewma kontrol grafiği Şekil 3'de gösterilmiştir.



Şekil 3. $\lambda = 0,20$ için Ewma Kontrol Grafiği.

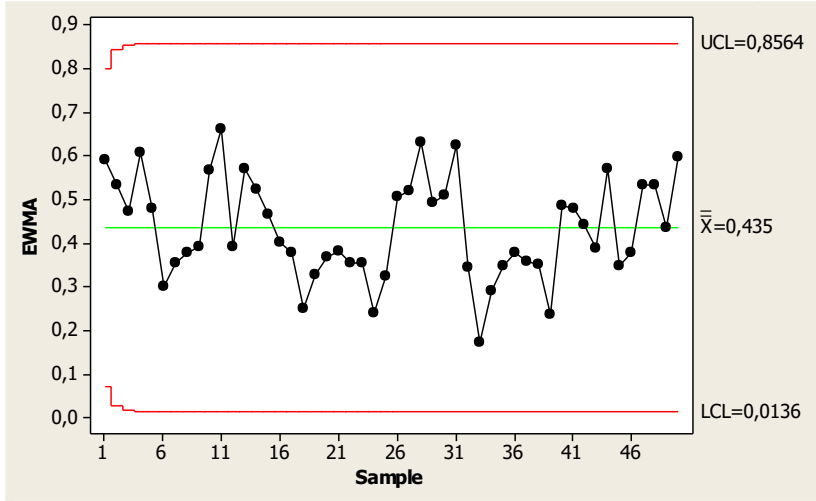
$\lambda = 0,20$ değeri gerçek örneklem ortalamasının ağırlığının 0,20 olduğunu gösterir ve standartlar verilmediğinde çizilen Ewma kontrol grafiğine baktığımızda üst kontrol sınırı 0,6783, orta çizgi 0,435 ve alt kontrol sınırı 0,1917 olarak bulunmuştur. Grafikte tüm noktalar üst kontrol ve alt kontrol sınırları arasında yer aldığı için süreç kontrol altındadır. Aşağıda $\lambda = 0,30$ değeri için standartlar verilmediğinde Ewma kontrol grafiği Şekil 4'de gösterilmiştir.



Şekil 4. $\lambda = 0,30$ için Ewma Kontrol Grafiği.

$\lambda = 0,30$ değeri gerçek örneklem ortalamasının ağırlığının 0,30 olduğunu gösterir ve standartlar verilmediğinde çizilen Ewma kontrol grafiğine baktığımızda üst kontrol sınırı 0,7416 orta çizgi 0,435 ve alt kontrol sınırı 0,1284 olarak bulunmuştur. Grafikte tüm noktalar üst kontrol ve alt kontrol sınırları arasında yer aldığı için süreç kontrol altındadır.

Son olarak da büyük ve küçük kaymaları aynı oranda belirlemek için tercih edilen örnekleri ağırlıklandırma katsayısı $\lambda = 0,50$ değeri alınarak standartlar verilmediğinde Ewma kontrol grafiği aşağıda Şekil 5'de gösterilmiştir.



Şekil 5. $\lambda = 0,50$ için Ewma Kontrol Grafiği.

$\lambda = 0,50$ değeri gerçek örneklem ortalamasının ağırlığının 0,50 olduğunu gösterir ve standartlar verilmediğinde çizilen Ewma kontrol grafiğine baktığımızda üst kontrol sınırı 0,8564 orta çizgi 0,435 ve alt kontrol sınırı 0,0136 olarak bulunmuştur. Grafikte tüm noktalar üst kontrol ve alt kontrol sınırları arasında yer aldığı için süreç kontrol altındadır. Çizilen kontrol grafikleri sonucunda süreç ortalamasındaki küçük ve sürekli kaymaları belirlemek için Ewma, küçük kaymalar için de Cusum grafikleri kullanılmalıdır.

6. Sonuç

Kalite, dünyada meydana gelen hızlı değişikliklerle günümüzde her alanda varlığını arttırmıştır. Artık bu kavram tüketicilerin aradığı özellik olmayıp özel sektör ve kamu alanlarında da aranılan bir özellik haline gelmiştir. Bu durum üretilen mal ve hizmetlerin aynı kalite düzeyinde sürdürülebilmesini gerekli kılmıştır. Bu doğrultuda etkin bir kalite sisteminin ve yönetiminin oluşturulması ise kalitenin güvence altına alınıp standartlaştırmayı zorunlu hale getirmiştir.

Küresel rekabet ortamında, istatistiksel kalite kontrol tekniklerini uygulayan ve ürün için kalite güvence sistemlerini kuran işletmeler varlıklarını sürdürebileceklerdir. İstatistiksel kalite kontrol tekniklerinden biri olan kontrol grafikleri, süreçleri iyileştirme ve geliştirmede günümüzde kullanılmaktadır. Bu grafikler sayesinde süreçteki değişkenliğin azaltılması ve sürecin performansının artırılması söz konusudur.

Çalışmada elektrikli aydınlatma ekipmanları imalat sanayinde bir firmanın ürettiği aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümlerine Cusum, Ewma kontrol grafikleri uygulanmıştır.

Cusum grafiği V maskesi yöntemine göre oluşturulmuştur. Ewma grafikleri ise; λ değeri 0,20, 0,30 ve 0,50 alınarak oluşturulmuştur. Büyük λ değerleri büyük çaptaki kaymaları tespit etmekte ve küçük λ değerleri ise süreç seviyesindeki küçük kaymaların tespitinde optimal sonuçları vermektedir. Cusum ve Ewma kontrol grafiklerinden aydınlatma ekipmanına ait akım ölçümlerine ait sürecin kontrolde olduğu görülmüştür. Bu grafiklerin avantajı önceki gözlem değerlerinin kontrol noktalarını etkilemesidir. Ewma'nın Cusum'a göre üstünlüğü ise; hata derecelerini alırken önceki değerleri de ele alarak ağırlıklandırmasıdır. Burada Ewma ve Cusum kontrol grafikleri arasından seçim yapılacaktır; öncelikle süreç hakkında gereken bilgiler elde edildikten sonra karar verilmelidir. Eğer çalışma kapsamında süreç ortalamasındaki küçük ve sürekli kaymaların belirlenmesi gerekiyorsa Ewma kontrol grafikleri Shewhart kontrol grafiklerine alternatif olarak kullanılabilir. Süreçteki küçük kaymalar belirlenecekse $n=1$ örneklem hacminde o zaman Cusum kontrol grafikleri tercih edilmelidir. Gelecek çalışmalarda Markov zinciri yaklaşımından faydalanarak farklı sektörlerdeki verilere küçük kayma düzeylerine göre Cusum grafiği oluşturularak Shewart ve Ewma grafikleri ile performans açısından karşılaştırılması yapılabilir.

Sonuç olarak Ewma, Cusum ve Shewhart grafiklerini uygularken işletmeler süreç hakkında tam olarak bilgi sahibi olması gerekmektedir. Nitel ve nicel verilerine göre bu grafikler yardımı ile süreci izleyerek kalite düzeylerini artırabilir. İşletmeler bu kontrol grafiklerini kullanarak süreçlerinde kontrol dışılık bir durum gözlediğinde bu durumun neden kaynaklandığını önceden tespit ederek süreci iyileştirmek için önlem ve tedbirleri alabilir. Bir başka ifadeyle kendilerine maksimum fayda sağlayacak kontrol grafiklerini tercih etmelidirler. İşletmeler süreçleri yönetme ve geliştirmede kontrol grafiklerini sadece kalite bölümünde değil diğer bölümlerde de uygularsalar her alanda kalitedeki başarıları artacaktır.

Kaynaklar

- Albin, S.L., Kang, L. ve Shea, G. (1997). “An X Ewma Chart for Individual Observations”. *Journal of Quality Technology*, 29 (1), 41-48.
- Barutçugil, İ. (1988). Üretim Sisteminde Yönetim Teknikleri, Bursa: Uludağ Üniversitesi Yayınları.
- Çabuk, S. N. (2013). “Kalite Yönetim Sistemlerinde Temel Kavramlar: Kalite Güvence ve Kalite İyileştirme” *Kalite Yönetim Sistemleri*, editör. D. Taşçı ve S.N. Çabuk. 46-73 Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, 2013.
- Demir, H. (1994). Üretim/İşlemler Yönetimi, İstanbul: Beta Yayınevi.
- Demir ve Mirtağoğlu, (2016). “Shewhart Cusum ve Ewma Kontrol Grafiklerinin Makine Sanayine Uygulanması”. *YYÜ Tarım Bilimleri Dergisi*, 26(2), 254-265.
- Ertuğrul, İ. ve Özçil, A. (2015). “Kalite Kontrol Grafiklerinden “Shewart, Cusum ve Ewma” nın Bir Üretim İşletmesinde Uygulanması”. *KMÜ Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, 17(28), 14-26.
- Feigenbaum A.U. (1976). Total Quality Control, New York, Mc Graw Hill.
- Halis, M. (2000). Paradigmadan Uygulamaya Toplam Kalite Yönetimi ve ISO 9000 Kalite Güvence Sistemleri ISO 9002 Kalite Belgesi Çalışmaları, İstanbul, Beta Yayınevi.
- Işığışık, E. (2004). İstatistiksel Kalite Kontrolü, Bursa, Ezgi Yayınevi.
- Işığışık, E. (2020). İstatistiksel Kalite Kontrolü, Bursa, Sigma Akademi Yayınevi.
- Juran, J.M. (1962). Quality Control Handbook, New York, Mc. Graw-Hill.
- Kobu, B. (1989). Endüstriyel Kalite Kontrolü, İstanbul: İstanbul Üniversitesi Yayınları.
- Koshti V.V. (2011). ‘Cumulative sum Control Chart’. *International of Physics and mathematical Sciences* , 1(1), 28-32.
- Montgomery, D.C. (1991). Introduction to Statistical Process Control, Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Newyork.
- Montgomery, D.C. (2001). Introduction to Statistical Process Control, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., Newyork.
- Oktay, E. ve Özçomak, M.S. (2001). “Cusum Kontrol Grafikleri ve Bir Uygulama”. *Atatürk Üniversitesi ve idari Bilimler Dergisi*, 15(1-2), 361-387.
- Öztürk, A. (2009). Kalite Yönetimi ve Planlaması, Bursa, Ekin Yayınevi.
- Tran, P.H. ve Tran, K.P. (2016). “ The efficiency of CUSUM schemes for monitoring the coefficient of variation”. (wileyonlinelibrary.com) DOI: 10.1002/asmb.2213 Erişim tarihi:10.11.2023
- Tran, P.H., Heuchenne, H. ve Thomassey, S. (2022). “Enhanced CUSUM control charts for monitoring Coefficient of Variation: A case study in Textile industry ”. *IFAC PapersOnLine* 55-(10) 1195–1200.
- Türkmen, B. C. (2018). X ortalama-S, Cusum ve Ewma Kalite Kontrol Grafiklerinin Bir Seramik Karo Üretim İşletmesinde Uygulanması. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul: TR.
- Ünlü, K. ve Fındık, F. (2001). “Kalite Güvence Sistemleri”. *A.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 5(1), 89-98.



BİST100 Endeksinde Ocak-Ekim ve Haftanın Günleri Anomalilerinin Volatiliteye Etkilerinin Belirlenmesi

Atilla AYDIN

İstanbul Gelişim Üniversitesi / Dr. Öğr. Gör.

ataydin@gelisim.edu.tr

Orcid No: 0000 0002 9265 5930

Özet

Finansal piyasalarda takvim anomalilerinin volatilité üzerindeki etkisi etkin piyasa hipotezi çerçevesinde ele alınmaktadır. Etkin piyasa hipotezine göre hisse senetlerinin gelecekteki fiyatlarını geçmiş fiyatlardan hareketle tahmin etmek mümkün değildir. Ancak etkin piyasa hipotezi geçerli değilse fiyat ve volatilité öngörüsü yapmak mümkün hale gelmektedir. Bu çalışmanın amacı, takvim anomalilerinin BİST100 endeksi getiri serisi volatilitesi üzerindeki etkilerini araştırmaktır. Çalışmada veri seti olarak 21/05/2007-01/12/2023 arasındaki BİST100 günlük endeks kapanış değerleri kullanılmıştır. Yöntem olarak koşullu değişen varyans modelleri kullanılmış ve takvim anomalileri koşullu değişen varyans modellerinin ortalama ve varyans denklemlerine ilave edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre gerek Ocak-Ekim ayı anomalileri gerekse haftanın günleri anomalilerinin belirlenmesinde en uygun modelin EGARCH (2,2) modeli olduğu belirlenmiştir. Endeks getiri serisine gelen negatif şokların volatilité üzerindeki etkisinin pozitif şoklara göre daha fazla olduğu bulunmuştur. Takvim anomalisi sonuçlarına göre volatilité üzerinde Ocak ayı etkisi bulunmuştur. Söz konusu etki pozitifdir. Ayrıca volatilité üzerinde Pazartesi, Çarşamba ve Perşembe günleri etkili bulunmuştur. Çarşamba etkisi negatif, Pazartesi ve Perşembe etkisi ise pozitif bulunmuştur.

Anahtar sözcükler: Takvim Anomalileri, Volatilité, Koşullu Değişen Varyans Modelleri, BİST100 Endeksi.

Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Atilla AYDIN, İstanbul Gelişim Üniversitesi.

Atıf / Citation: AYDIN A. (2024). BİST100 Endeksinde Ocak-Ekim ve Haftanın Günleri Anomalilerinin Volatilitéye Etkilerinin Belirlenmesi. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 46-73.

Determining the Effects of January-October and Days of the Week Anomalies on Volatility in the BIST100 Index

Abstract

The impact of calendar anomalies on volatility in financial markets is analyzed within the framework of the efficient market hypothesis. According to the efficient market hypothesis, it is not possible to predict the future prices of stocks based on past prices. However, if the efficient market hypothesis is not valid, price and volatility forecasting becomes possible. The aim of this study is to investigate the effects of calendar anomalies on the volatility of BIST100 index return series. In the study, BIST100 daily index closing values between 21/05/2007-01/12/2023 are used as the data set. Conditional variance models are used as the methodology and calendar anomalies are added to the mean and variance equations of the conditional variance models. According to the results of the study, the EGARCH (2,2) model is found to be the most appropriate model for both January-October anomalies and days of the week anomalies. It is found that negative shocks to the index return series have a greater impact on volatility than positive shocks. According to the calendar anomaly results, January effect on volatility is found. This effect is positive. In addition, Monday, Wednesday and Thursday are found to have an effect on volatility. The effect of Wednesday is negative, while the effect of Monday and Thursday is positive.

Keywords: Calendar Anomalies, Volatility, Conditional Heteroskedasticity Models, BIST100 Index.

1. Giriş

Menkul kıymetler borsalarında işlem gören hisse senetlerinin gelecekteki fiyatlarının tahmin edilemeyeceği konusu, etkin piyasa hipotezi çerçevesinde ele alınmaktadır. Fama (1970), etkin piyasa hipotezini hisse senedi fiyatlarının piyasadaki tüm bilgiyi tamamen yansıtmaması şeklinde tanımlamaktadır. Etkin piyasa hipotezinin temeli rassal yürüyüş modeline dayanmaktadır. Rassal yürüyüş modeline göre hisse senedi fiyatları, rassal olarak değişmekte ve bu bağlamda gelecekteki fiyatların tahmin edilmesi mümkün olmamaktadır. Ancak uygulamada etkin piyasa hipotezinden sapmalar olmakta ve söz konusu sapmalar anomali olarak adlandırılmaktadır. Thaler ve Russell (1987), anomaliyi teori ile uyumsuz bir gözlem olarak tanımlamaktadır.

Hisse senedi piyasalarında en fazla karşılaşılan takvim anomali, Ocak ve Ekim ayı anomali ile haftanın günleri anomali. Zayıf formda etkin piyasalarda hisse senetlerinin geçmiş fiyatlarından geleceğe yönelik bir öngörü yapılması mümkün olmamakla birlikte anomalilere rastlanabilmektedir (Karan, 2013: 287-296). Haftanın günleri anomali, haftanın belirli günlerinde diğer günlere göre sürekli olarak daha yüksek veya düşük getiri elde edilmesini ifade etmektedir. Haftanın günleri anomaliye yönelik olarak yapılan öncü çalışmalar, Osborne (1962) ve Cross (1973) çalışmalarıdır. Söz konusu çalışmalarda ABD endeks verileri kullanılmış ve Pazartesi günleri sürekli olarak Cuma günlerine göre daha düşük getiriler elde edildiği saptanmıştır. Bu duruma yol açan önemli bir etken, yatırımcıların hafta sonuna doğru iyimserlik düzeylerinin azalması olarak ifade edilebilir. Bir başka neden ise hafta sonunda ortaya çıkan olumsuz şokların etkisinin Pazartesi günü seans açıldığında hissedilmesidir (Çil, 2018: 458-459).

Finansal piyasalardaki takvim anomalilerinin etkilerini analiz etmek amacıyla Berument ve Kıymaz (2001), Kıymaz ve Berument (2003) tarafından yapılan çalışmalarda koşullu değişen varyans modelleri kullanılmıştır. Bu bağlamda haftanın günleri anomali, koşullu varyans modellerinin ortalama ve varyans denklemlerine ilave edilerek haftanın günlerine göre getiri ve volatilitede ne gibi değişiklikler meydana geldiği incelenebilmiştir. Ayrıca aylara ilişkin etkiler, tatil etkisi, gün içi etkisi gibi anomalilerin de koşullu değişen varyans modellerine eklenerek saptanması mümkün olmaktadır. Koşullu değişen varyans modellerinin ortalama denklemine eklenen takvim anomali kukla değişkenleri, takvim anomalilerinin getiri üzerindeki etkisini göstermektedir. Varyans denklemine ilişkin kukla değişkenler ise anomalilerin volatilité üzerindeki etkilerini ifade etmektedir. Volatilité kavramı, finansal bir varlığın fiyatında meydana gelen değişimin istatistiksel ölçüsü olarak tanımlanmaktadır (Butler, 1999: 190). Bu bağlamda volatilité genel olarak risk ölçü birimi olarak tanımlanmaktadır. Ancak risk istenmeyen bir durumu ifade ederken volatilité belirsizlik olarak değerlendirilmekte ve istenen bir durumdan da kaynaklanabilmektedir (Çil, 2018: 413). Finansal piyasalarda volatilitéyi belirleyen unsurlar; siyasi gelişmeler, makroekonomik politikalar, yatırımcı davranışları gibi faktörler olarak açıklanabilir. Bu çerçevede volatilité, çok boyutlu bir kavram olarak değerlendirilmektedir. Mandelbrot (1963); finansal varlıklara ilişkin getirilerdeki büyük

değişimleri büyük değişimlerin, küçük değişimleri ise küçük değişimlerin izlediğini saptamıştır. Bu durum literatürde volatilité kümelenmesi olarak tanımlanmaktadır.

Bu çalışmanın amacı haftanın günleri ve Ocak-Ekim ayı anomalilerinin volatilité üzerindeki etkilerini araştırmaktır. Çalışmada haftanın günleri anomalisi ile Ocak ve Ekim ayına ilişkin anomaliler koşullu değişen varyans modelleri ile tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışma kapsamında koşullu değişen varyans modellerinin varyans denklemleri analiz edilerek anomalilerin volatilité üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Çalışmanın girişten sonraki ikinci bölümünde literatürde yapılan çalışmalar özetlenmiştir. Üçüncü bölümde çalışmanın veri seti tanıtılmış ve kullanılan yöntemler kısaca tanıtılmıştır. Dördüncü bölümde çalışmadan elde edilen bulgular açıklanmış ve son bölüm sonuç kısmına ayrılmıştır.

2. Literatür

Literatürde menkul kıymet piyasasında ortaya çıkan anomalilerin tespitine ilişkin ampirik çalışmalar bulunmaktadır. Bu çalışmalardan bazıları aşağıda özetlenmiştir.

Chen vd. (2000), 1992-1997 dönemine ilişkin Çin hisse senedi piyasasına ilişkin haftanın günleri anomalisini ARCH ve GARCH modelleriyle incelemişlerdir. Çalışma sonucunda Salı günleri negatif getiri elde edildiği ortaya konmuştur.

Choudhry (2000), 7 Asya ülkesi (Hindistan, Malezya, Endonezya, Filipinler, Güney Kore, Tayvan, Tayland) borsasına ilişkin yaptığı çalışmada haftanın günleri anomalisini analiz etmiştir. 1990-1995 dönemi verilerinin incelendiği çalışmada GARCH modeli kullanılmıştır. Çalışma sonucunda yedi ülkeye ilişkin endekslerin farklılık gösterdiği, ancak söz konusu ülkelerde haftanın günleri anomalisinin bulunduğu anlaşılmıştır.

Atakan (2008), İMKB Bileşik100 endeksi üzerinde yaptığı çalışmada 1987-2008 dönemi için haftanın günleri ve Ocak ayı anomalilerini analiz etmiştir. GARCH modelinin kullanıldığı çalışmada Ocak ayına ilişkin bir anomali tespit edilememiştir. Haftanın günlerine ilişkin bulgulara göre ise Cuma günleri getirisi ortalamadan yüksek, Pazartesi günleri getirisi ortalamadan düşüktür.

Rahman (2009), çalışmasında Bangladeş Dhaka menkul kıymetler borsası için haftanın günleri anomalisini incelemiştir. Çalışmanın veri aralığı 2005-2008 yılları olup yöntem olarak GARCH modeli kullanılmıştır. Çalışma sonucunda Pazar ve Pazartesi günleri negatif, Perşembe günleri ise pozitif anomali tespit edilmiştir.

Konak ve Kendirli (2014), BİST100 endeksini 2005-2012 dönemi için haftanın günleri anomalisi çerçevesinde incelemişlerdir. GARCH (1,1) modelinin kullanıldığı çalışma sonucunda Pazartesi gününe ilişkin negatif anomali tespit edilmiştir.

Giovanis (2016), çalışmasında 51 ülkeye ait 55 endekste farklı başlangıç tarihleriyle anomali etkisinin bulunup bulunmadığını araştırmıştır. GARCH ve EGARCH modellerinin kullanıldığı çalışmada 20 endekste Aralık ayı anomalisi bulunmuştur. Aralık ayında diğer aylara göre daha fazla getiri elde edilmektedir.

Karcıoğlu ve Özer (2017); yaptıkları çalışmada BİST100, BİST-Hizmet, BİST-Mali, BİST-Sanayi, BİST-Teknoloji endekslerinde haftanın günleri etkisini araştırmışlardır. ARCH-GARCH modellerinin kullanıldığı çalışmada veri aralığı olarak 2002-2016 dönemi kullanılmıştır. Çalışmanın sonucunda tüm endekslerde haftanın günü anomalisi tespit edilmiştir. Endekslerin tamamında Pazartesi gününde diğer günlere göre daha düşük getiri elde edilmektedir. Ayrıca sanayi endeksi dışında kalan endekslerde Çarşamba günleri diğer günlere göre daha yüksek getiri sağlanmaktadır.

Öztürk vd. (2018), çalışmalarında BİST100 ve KAT30 endekslerinde haftanın günleri, Ocak ayı ve Ramazan ayı etkisini araştırmışlardır. Çalışmanın veri aralığı 2011-2017 olup, yöntem olarak OLS ve GARCH modelleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda getiri ve volatilité üzerinde etkili bir anomaliye rastlanmamıştır.

Kayral (2019), Benelux ülke borsaları için haftanın günleri ve ay dönümü anomalilerini araştırmıştır. GARCH modelinin kullanıldığı çalışmanın veri aralığı 2010-2019 olarak belirlenmiştir. Elde edilen bulgulara göre sadece Hollanda borsasında Salı gününe ilişkin pozitif anomaliye rastlanmıştır. Ay dönümü etkisi ise hiçbir borsada görülmemiştir.

Anjum (2020), yaptığı çalışmada Pakistan hisse senedi piyasası için Ocak, Temmuz, haftanın günleri ve hafta sonu anomalilerini incelemiştir. Çalışmanın veri aralığı 2004-2019 olup yöntem olarak OLS, ARCH ve EGARCH modelleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda haftanın günleri anomalisi tespit edilmiştir. Ocak ve Temmuz aylarına ilişkin bir anomali bulunamamıştır.

Güneş (2021), çalışmasında BİST100 ve KAT30 endekslerinde haftanın günleri ve Ocak ayı anomalilerini araştırmıştır. Çalışmanın veri aralığı 2011-2020 olarak belirlenmiştir. Koşullu değişen varyans modellerinin uygulandığı çalışma sonucunda BİST100 endeksinde haftanın günü etkisi bulunamamıştır. KAT30 endeksinde ise

Pazartesi ve Çarşamba günlerine ilişkin negatif anomali tespit edilmiştir. Ayrıca Ocak ayına ilişkin her iki endekste negatif anomali bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Koncak ve Akbulut (2021), 2000-2020 dönemi için BİST’te işlem gören payların oluşturduğu 13 ayrı endekste Ocak ayı anomalisinin bulunup bulunmadığını araştırmıştır. Güç oranı yönteminin kullanıldığı çalışma sonucunda XULAS dışındaki tüm endekslerde Ocak ayı etkisi bulunmuştur.

Sevgi (2023), yaptığı çalışmada 1997-2023 dönemi için dokuz BİST endeksinde anomali etkisini araştırmıştır. GARCH (1,1) modelinin uygulandığı çalışma sonucunda Pazartesi volatilitésinin yüksek olduğu belirlenmiştir.

Coşkun ve Aypek (2024), gelişmekte olan ülke piyasalarında anomalinin varlığı araştırılmıştır. Söz konusu ülkeler; Türkiye, Brezilya, Rusya, Hindistan ve Çin olarak belirlenmiştir. Çalışmanın veri aralığı 2002-2023 olarak belirlenmiş olup, yöntem olarak koşullu değişen varyans modelleri kullanılmıştır. Elde edilen bulgulara göre Brezilya için ortalama getiride Pazartesi, Çin borsası için Perşembe anomalisi bulunmuştur. Türkiye BİST100 endeksinde Pazartesi, Salı, Perşembe, Cuma günlerinin volatilitede etkisi olduğu saptanmıştır. Ayrıca Çin borsasında Pazartesi, Salı, Perşembe günlerinin volatilitede etkisinin olduğu bulunmuştur. Rusya ve Hindistan borsalarında ise Pazartesi, Salı günlerinin volatilitede etkili olduğu görülmüştür. Son olarak Brezilya dışında tüm ülke endekslerinde olumsuz şoklar volatilité üzerinde olumlu şoklara göre daha etkili bulunmuştur.

3. Veri Seti ve Yöntem

Bu çalışmada veri seti olarak 21/05/2007-01/12/2023 arasındaki BİST100 günlük endeks kapanış değerleri kullanılmıştır. Veriler Borsa İstanbul internet sitesinden elde edilmiştir (BİST, 2023). Çalışmada volatilitenin modellenmesi için yöntem olarak koşullu değişen varyans modelleri kullanılmıştır. Finansal zaman serilerinde genellikle sabit varyans varsayımı sağlanamamaktadır. Değişen varyans sorunu bulunduğu ARIMA modelleri ile yapılan tahminlerin sonuçları etkinliğini yitirmektedir.

Koşullu değişen varyans modelleri, simetrik ve asimetric modeller olarak iki biçimde ele alınmaktadır. Simetrik modellerden; Engle (1982) tarafından geliştirilen Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (ARCH), Bollerslev (1986) tarafından geliştirilen Genelleştirilmiş ARCH Modeli (GARCH), Engle vd. (1987) tarafından ortaya konan Ortalamada ARCH (ARCH-M) ve Ortalamada GARCH (GARCH-M) modelleri olarak tanımlanmaktadır. Bu çalışmada ARCH ve GARCH modelleri kullanılmıştır. ARCH (p) sürecinin koşullu varyansı aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Engel, 1982).

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \alpha_2 e_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p e_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e_{t-i}^2 \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemde h_t , ARCH modelinin koşullu varyansı olarak tanımlanmaktadır. Modelde yer alan p değeri, ARCH sürecinin derecesidir. α_i , bilinmeyen parametreler vektörü olarak ifade edilmektedir. Koşullu varyans, e_t 'nin tüm değerleri için pozitif olmalıdır. ARCH modelinin geçerli olabilmesi için sabit terim ve tüm parametrelerin pozitif olması gerekmektedir. Ayrıca modelde yer alan parametrelerin toplamı 1'den küçük olmalıdır. Bu kısıt, sürecin durağanlığı açısından önem arz etmektedir (Çil, 2018: 432-433). Diğer bir simetrik model GARCH modeli olup GARCH (p,q) sürecinin koşullu varyansı aşağıdaki gibidir.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2)$$

Yukarıdaki denklemde α_i ARCH parametresi, β_j ise GARCH parametresi olarak ifade edilmektedir. Modeldeki p ve q değerleri ise sürecin derecesini göstermektedir. GARCH modelinde de ARCH modelinde olduğu gibi parametrelerin pozitif olması ve sürecin durağanlığı açısından parametre toplamının 1'den küçük olması gerekmektedir.

Simetrik koşullu değişen varyans modellerine göre pozitif ve negatif şoklar zaman serilerindeki volatilitéyi eşit şekilde etkilemektedir. Ancak Black (1976), negatif şokların pozitif şoklara göre volatilitéyi daha fazla etkilediğini ortaya koymuştur. Bu durum kaldıraç etkisi olarak ifade edilmektedir. Nelson (1991) tarafından geliştirilen EGARCH modeli, simetrik olmayan durumu ele almaktadır. EGARCH modelinde koşullu varyans aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \right| + \sum_{i=1}^p \gamma_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}} \quad (3)$$

Yukarıdaki denklemde $\frac{\varepsilon_{t-i}}{\sqrt{h_{t-i}}}$ ifadesi standardize edilmiş hata terimlerini ifade etmektedir. Modeldeki γ_i parametresi, kaldıraç etkisini göstermektedir. Söz konusu parametre istatistiksel açıdan anlamlıysa ve negatifse negatif şokların pozitif şoklara göre volatilitéyi daha fazla etkilediği ortaya çıkmaktadır. Simetrik olmayan diğer bir model, TARARCH modeli olup TARARCH (p,q) modelinde koşullu varyans aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$h_t = w_t + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 D_{t-k} \quad (4)$$

Yukarıdaki denklemde D_{t-k} pozitif ve negatif şoklara göre 1 ve 0 değerlerini alan gölge değişkendir. ε_t değerlerinin sıfırdan büyük olması pozitif haberleri, sıfırdan küçük olması negatif haberleri ifade göstermektedir. Denklemden anlaşıldığı gibi olumlu ve olumsuz haberlerin koşullu varyans üzerindeki etkileri farklıdır. Kaldıraç etkisi olarak tanımlanan γ_k parametresi pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı ise pozitif haberlerin volatilité üzerindeki etkisi negatif haberlerden daha fazla olmaktadır.

Bu çalışmanın konusu olan anomaliler Brument ve Kıymaz (2001), Kıymaz ve Brument (2003) tarafından önerilen kukla değişkenler yardımıyla belirlenmiştir. Ocak ve Ekim aylarına ilişkin anomalilerin tespit edilmesi için ortalama denklemi aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır.

$$r_t = \mu_0 + \beta_1 D_{Ocak} + \beta_2 D_{Ekim} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Yukarıdaki denklemde r_t getirileri ifade ederken ε_t hata terimini göstermektedir. D_{Ocak} kukla değişken olup Ocak ayına ait dönemlerde 1, diğer dönemlerde 0 değerini almaktadır. D_{Ekim} ise Ekim ayına ait dönemlerde 1, diğer durumlarda 0 değerini almaktadır. Kukla değişkenlerin çeşitli modellere göre varyans denkleminde dâhil edilmiş biçimi ise aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Çil, 2018: 462).

ARCH (1) modeli için,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + V_1 D_{Ocak} + V_2 D_{Ekim} \quad (6)$$

GARCH (1,1) modeli için,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + V_1 D_{Ocak} + V_2 D_{Ekim} \quad (7)$$

EGARCH modeli için,

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + V_1 D_{Ocak} + V_2 D_{Ekim} \quad (8)$$

TARCH modeli için,

$$h_t = w + \beta_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 D_{t-1} + V_1 D_{Ocak} + V_2 D_{Ekim} \quad (9)$$

Yukarıdaki denklemlerde V_1 ve V_2 katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı olması, getiri serisi volatilitesi üzerinde ilgili ayların etkisi olduğu anlamına gelmektedir.

Haftanın günleri anomalisinin belirlenebilmesi için ise ortalama denklemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$r_t = \mu + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_3 + \beta_4 D_4 + \varepsilon_t \quad (10)$$

Yukarıdaki denklemde r_t getiri serisini, ε_t hata terimini ifade etmektedir. D_1, D_2, D_3, D_4 değişkenleri ise sırasıyla Pazartesi, Salı, Perşembe ve Cuma günlerine ilişkin gölge değişkenlerdir. Gölge değişken tuzağına düşmemek için Çarşamba gününe ilişkin gölge değişken modele dâhil edilmemiştir. Söz konusu kukla değişkenlerin çeşitli modellere göre varyans denkleminde dâhil edilmiş biçimi aşağıdaki gibidir (Çil, 2018: 460-461).

ARCH (1) modeli için,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4 \quad (11)$$

GARCH (1,1) modeli için,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4 \quad (12)$$

EGARCH modeli için,

$$\ln h_t = \alpha_0 + \beta_1 \ln h_{t-1} + \theta \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| + V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4 \quad (13)$$

TARCH modeli için,

$$h_t = w + \beta_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 D_{t-1} + V_1 D_1 + V_2 D_2 + V_3 D_3 + V_4 D_4 \quad (14)$$

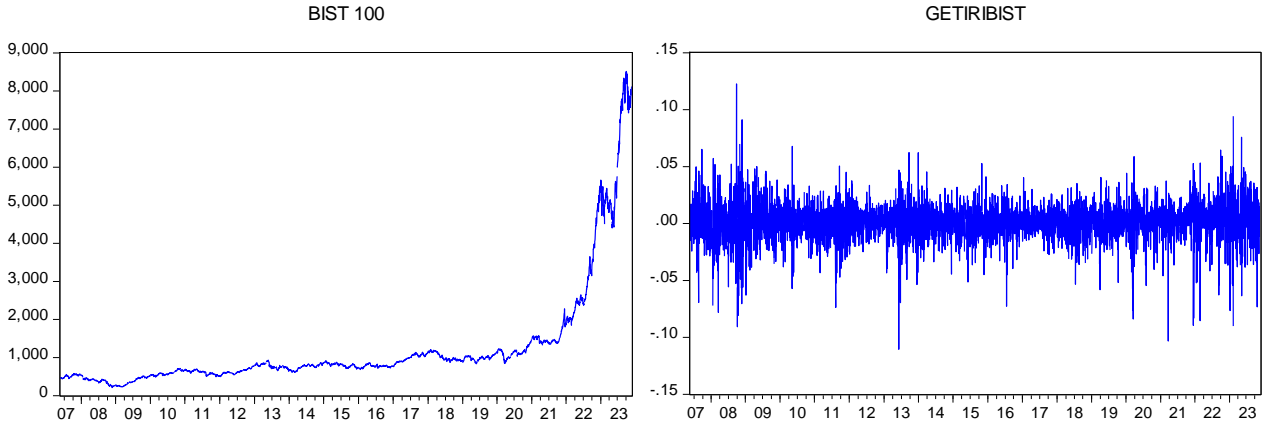
Yukarıdaki denklemlerde V_1, V_2, V_3, V_4 katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı olması halinde ilgili günlerde volatilité üzerinde haftanın günleri etkisinin olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

4. Bulgular

Y Volatilité ve anomali analizinin yapılabilmesi için öncelikle BIST100 endeksi getiri serisi aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = \ln P_t - \ln P_{t-1} \quad (15)$$

Yukarıdaki eşitlikte matematiksel olarak ifade edildiği gibi endekse ilişkin getiri serisi, günlük endeks değerlerinin logaritmalarının bir dönem gecikmeli değerlerinin logaritmalarından farkı ile oluşturulmuştur. Getiri serisinin durağanlığının araştırılması, kurulacak başlangıç modelinin belirlenmesi açısından önem arz etmektedir. Şekil 1’de BİST100 endeks serisi ve getiri serisine ilişkin zaman yolu grafikleri sunulmuştur.



Şekil 1. BİST100 Endeks ve Getiri Serisi Zaman Yolu Grafikleri.

Şekil 1’de görüldüğü gibi endeks serisi zaman içinde yükselen bir eğilim göstermektedir. Getiri serisi ise zamanla ortalamaya dönen bir süreç izlemektedir. Şekilsel incelemeye göre endeks serisinin birim köklü, getiri serisinin durağan olduğuna yönelik bir izlenim elde edilmiştir. Ancak söz konusu izlenimin birim kök testleriyle doğrulanması önem arz etmektedir. Volatilite analizinin getiri serisi üzerinden gerçekleştirilecek olması ve başlangıç modelinin belirlenmesinde getiri serisinin durağanlık durumunun belirlenmesi gerektiği için söz konusu seriye birim kök testleri uygulanmıştır. Genişletilmiş Dickey Fuller (1981) ve Phillips Perron (1988) birim kök test sonuçları Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. ADF ve PP Birim Kök Testi Sonuçları.

| Birim Kök Testi | Test İstatistiği | Olasılık |
|------------------------------|------------------|----------|
| ADF Sabitli Model | -63,92560** | 0,0001 |
| ADF Sabitli ve Trendli Model | -64,00819** | 0,0000 |
| PP Sabitli Model | -63,96439** | 0,0001 |
| PP Sabitli ve Trendli Model | -64,03280** | 0,0000 |

*%5 anlamlılık düzeyi, **%1 anlamlılık düzeyi.

Tablo 1’de tüm olasılık değerlerinin 0,01’den küçük olduğu görülmektedir. Bir başka ifadeyle her iki test çerçevesinde de birim kök temel hipotezi reddedilememiştir. Getiri serisi %1 anlamlılık düzeyinde durağan bulunmuştur. Bu bağlamda volatilité analizi için başlangıç modeli olarak ARMA modelleri denenmiş ve 5 gecikmeye kadar model sonuçları Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2. Schwarz Bilgi Kriterine Göre ARMA Modelinin Belirlenmesi.

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | -5,326965 | -5,325006 | -5,323864 | -5,322118 | -5,321132 | -5,319138 |
| 1 | -5,324778 | -5,323661 | -5,322080 | -5,320172 | -5,318895 | -5,317553 |
| 2 | -5,323454 | -5,321820 | -5,321899 | -5,320025 | -5,319197 | -5,317272 |
| 3 | -5,321458 | -5,319636 | -5,319791 | -5,318072 | -5,317020 | -5,314999 |
| 4 | -5,319969 | -5,317979 | -5,318718 | -5,316718 | -5,314911 | -5,314271 |
| 5 | -5,317947 | -5,316615 | -5,316561 | -5,316038 | -5,313233 | -5,311317 |

Tablo 2’de görüldüğü gibi en düşük bilgi kriteri değeri ARMA (0,0) modeli çerçevesinde belirlenmiştir. Söz konusu model için öncelikle otokorelasyon testi yapılmış ve test sonuçları Tablo 3’te sunulmuştur.

Tablo 3. LM Otokorelasyon Testi Sonuçları.

| Gecikme | Olasılık |
|---------|----------|
| 1 | 0,6428 |
| 5 | 0,1350 |
| 10 | 0,0086 |
| 20 | 0,0007 |

Tablo 3’te görüldüğü gibi 10 ve 20 gecikmelerde olasılık değeri 0,05’in altındadır. Bir başka ifadeyle modelde otokorelasyon problemi bulunmaktadır. Sabit varyans varsayımının sınanması amacıyla ARCH-LM testi uygulanmış ve test sonuçları Tablo 4’te sunulmuştur.

Tablo 4. ARCH-LM Değişen Varyans Test Sonuçları.

| Gecikme | Olasılık |
|---------|----------|
| 1 | 0,0000 |
| 5 | 0,0000 |
| 10 | 0,0000 |
| 20 | 0,0000 |

Tablo 4’te sunulan ARCH-LM testi sonuçlarına göre olasılık değerleri 0,05’ten küçüktür. Modelde değişen varyans sorunu bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu aşamada uygun volatilité modelinin belirlenmesi için koşullu değişen varyans modellerinin uygulamasına geçilmiştir. Ayrıca Ocak ve Ekim ayı anomalileri ile haftanın günleri anomalilerinin volatilité üzerindeki etkilerinin de ortaya konması hedeflenmektedir. Öncelikle Ocak, Ekim anomalileri simetrik koşullu değişen varyans modelleri ARCH ve GARCH modelleri uygulanmış ve uygulama sonuçları Tablo 5’te sunulmuştur.

Tablo 5. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri Ocak ve Ekim Anomalileri.

| ARCH (1) | | | | |
|------------|----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0.000230 | 4,23E-06 | 54,50722 | 0,0000 |
| α_1 | 0,176424 | 0,015328 | 11,50988 | 0,0000 |
| Ocak | 3,23E-05 | 1,56E-05 | 2,075010 | 0,0380 |
| Ekim | 2,28E-05 | 1,37E-05 | 1,669946 | 0,0949 |

| ARCH (2) | | | | |
|------------|----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0,000174 | 4,11E-06 | 42,41133 | 0,0000 |
| α_1 | 0,163493 | 0,014496 | 11,27878 | 0,0000 |
| α_2 | 0,232901 | 0,015884 | 14,66295 | 0,0000 |
| Ocak | 2,35E-05 | 1,30E-05 | 1,804014 | 0,0712 |
| Ekim | 4,63E-06 | 1,23E-05 | 0,376848 | 0,7063 |

| ARCH (3) | | | | |
|------------|----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0,000141 | 4,08E-06 | 34,48784 | 0,0000 |
| α_1 | 0,117024 | 0,013291 | 8,804490 | 0,0000 |
| α_2 | 0,183694 | 0,015913 | 11,54350 | 0,0000 |
| α_3 | 0,215712 | 0,014614 | 14,76060 | 0,0000 |
| Ocak | 3,08E-05 | 1,29E-05 | 2,397249 | 0,0165 |
| Ekim | 1,66E-06 | 1,23E-05 | 0,134502 | 0,8930 |

| GARCH (1,1) | | | | |
|-------------|----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 8,71E-06 | 1,03E-06 | 8,435880 | 0,0000 |
| α_1 | 0,096050 | 0,005627 | 17,07062 | 0,0000 |
| β_1 | 0,873164 | 0,007133 | 122,4168 | 0,0000 |
| Ocak | 5,88E-06 | 1,94E-06 | 3,034242 | 0,0024 |
| Ekim | 1,56E-06 | 1,57E-06 | 0,992895 | 0,3208 |

Tablo 5. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri Ocak ve Ekim Anomalileri (devam).

| GARCH (2,1) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 8,90E-06 | 1,14E-06 | 7,802973 | 0,0000 |
| α_1 | 0,093118 | 0,011803 | 7,889519 | 0,0000 |
| α_2 | 0,004228 | 0,012337 | 0,342688 | 0,7318 |
| β_1 | 0,871202 | 0,007991 | 109,0257 | 0,0000 |
| Ocak | 5,95E-06 | 1,96E-06 | 3,029610 | 0,0024 |
| Ekim | 1,54E-06 | 1,60E-06 | 0,966303 | 0,3339 |

| GARCH (1,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 8,59E-06 | 1,23E-06 | 6,978536 | 0,0000 |
| α_1 | 0,094294 | 0,011895 | 7,927031 | 0,0000 |
| β_1 | 0,898429 | 0,125176 | 7,177338 | 0,0000 |
| β_2 | -0,023098 | 0,111895 | -0,206423 | 0,8365 |
| Ocak | 5,76E-06 | 2,06E-06 | 2,801389 | 0,0051 |
| Ekim | 1,52E-06 | 1,58E-06 | 0,961963 | 0,3361 |

Tablo 5'te görüldüğü gibi simetrik modellerden ARCH (1), ARCH (3) ve GARCH (1,1) modelleri %5 düzeyinde anlamlıdır. Söz konusu modeller için parametrelerin pozitif olma koşulu ve parametreler toplamının 1'den küçük olma şartı da sağlanmıştır. ARCH (2) modelinde kukla değişken parametreleri %5 düzeyinde anlamsız bulunmuştur. GARCH (2,1) modelinde α_2 katsayısı, GARCH (1,2) modelinde ise β_2 katsayısı istatistiksel olarak anlamsızdır. Geçerli modeller ARCH (1), ARCH (3) ve GARCH (1,1) modelleri için Ocak ayı anomalisinin bulunduğu söylenebilir. Ocak ayına ilişkin kukla değişken parametresinin her üç modelde de pozitif olduğu görülmektedir. Bu bağlamda BİST100'de Ocak ayının volatilité üzerinde etkisi olduğu ifade edilebilir. Değişen varyans modellerinin geçerli olması için ARCH etkisinin kalkmış olması önem arz etmektedir. Bu çerçevede ARCH-LM testi tekrar uygulanarak test sonuçları Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. ARCH-LM Test Sonuçları.

| ARCH (1) | |
|----------|----------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,5426 |
| 5 | 0,0000 |
| 10 | 0,0000 |
| 20 | 0,0000 |

| ARCH (3) | |
|----------|----------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8278 |
| 5 | 0,0110 |
| 10 | 0,0024 |
| 20 | 0,0000 |

| GARCH (1,1) | |
|-------------|----------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8900 |
| 5 | 0,3898 |
| 10 | 0,5658 |
| 20 | 0,8797 |

Tablo 6’da görüldüğü gibi ARCH (1) ve ARCH (3) modellerinde 0,05’ten küçük olasılık değerleri bulunmaktadır. Bir başka ifadeyle söz konusu modeller için ARCH etkisi giderilememiştir. GARCH (1,1) modeli için uygulanan ARCH-LM testinde ise olasılık değerlerinin 0,05’ten büyük olduğu görülmektedir. GARCH (1,1) modelinde ARCH etkisi giderilmiştir. Bu bağlamda simetrik koşullu değişen varyans modelleri arasından sadece GARCH (1,1) modeli kullanılabilir bulunmuştur.

Bu aşamada simetrik olmayan koşullu değişen varyans modelleri EGARCH ve TARARCH modelleri uygulanmış ve uygulama sonuçları Tablo 7’de sunulmuştur.

Tablo 7. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Ocak ve Ekim Anomalileri.

| EGARCH (1,1) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,539138 | 0,039307 | -13,71611 | 0,0000 |
| α_1 | 0,208221 | 0,010083 | 20,65086 | 0,0000 |
| β_1 | 0,954325 | 0,004355 | 219,1170 | 0,0000 |
| γ_1 | -0,059510 | 0,005421 | -10,97730 | 0,0000 |
| Ocak | 0,025336 | 0,008524 | 2,972507 | 0,0000 |
| Ekim | 0,002676 | 0,009399 | 0,284729 | 0,7759 |

| EGARCH (2,1) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,594661 | 0,048300 | -12,31180 | 0,0000 |
| α_1 | 0,163455 | 0,017617 | 9,278376 | 0,0000 |
| α_2 | 0,057145 | 0,021246 | 2,689730 | 0,0072 |
| β_1 | 0,948782 | 0,005202 | 182,3854 | 0,0000 |
| γ_1 | -0,063746 | 0,005477 | -11,63920 | 0,0000 |
| Ocak | 0,027260 | 0,008831 | 3,086718 | 0,0020 |
| Ekim | 0,001521 | 0,010195 | 0,149175 | 0,8814 |

| EGARCH (1,2) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,553281 | 0,048341 | -11,44541 | 0,0000 |
| α_1 | 0,215049 | 0,017191 | 12,50923 | 0,0000 |
| β_1 | 0,910292 | 0,090545 | 10,05347 | 0,0000 |
| β_2 | 0,042960 | 0,088533 | 0,485242 | 0,6275 |
| γ_1 | -0,061804 | 0,007315 | -8,448611 | 0,0000 |
| Ocak | 0,026071 | 0,009016 | 2,891720 | 0,0038 |
| Ekim | 0,002969 | 0,009805 | 0,302801 | 0,7620 |

Tablo 7. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Ocak ve Ekim Anomalileri (devam).

| EGARCH (2,2) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,883317 | 0,079236 | -11,14797 | 0,0000 |
| α_1 | 0,198035 | 0,013691 | 14,46482 | 0,0000 |
| α_2 | 0,149565 | 0,030359 | 4,926622 | 0,0000 |
| β_1 | 0,294355 | 0,099831 | 2,948526 | 0,0032 |
| β_2 | 0,631437 | 0,096884 | 6,517480 | 0,0000 |
| γ_1 | -0,098971 | 0,007804 | -12,68230 | 0,0000 |
| Ocak | 0,041417 | 0,014982 | 2,764391 | 0,0057 |
| Ekim | 0,007322 | 0,015746 | 0,464977 | 0,6419 |

| TARCH (1,1) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,17E-05 | 1,18E-06 | 9,920803 | 0,0000 |
| α_1 | 0,065838 | 0,006358 | 10,35454 | 0,0000 |
| β_1 | 0,850461 | 0,007894 | 107,7329 | 0,0000 |
| γ_1 | 0,081478 | 0,009416 | 8,652817 | 0,0000 |
| Ocak | 5,03E-06 | 2,18E-06 | 2,309349 | 0,0209 |
| Ekim | 8,67E-07 | 1,83E-06 | 0,472817 | 0,6363 |

| TARCH (2,1) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,44E-05 | 1,53E-06 | 9,385303 | 0,0000 |
| α_1 | 0,035120 | 0,008500 | 4,131840 | 0,0000 |
| α_2 | 0,039811 | 0,012277 | 3,242721 | 0,0012 |
| β_1 | 0,825131 | 0,011174 | 73,84083 | 0,0000 |
| γ_1 | 0,095754 | 0,010086 | 9,493513 | 0,0000 |
| Ocak | 5,82E-06 | 2,48E-06 | 2,346784 | 0,0189 |
| Ekim | 1,87E-07 | 2,12E-06 | 0,088256 | 0,9297 |

Tablo 7. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Ocak ve Ekim Anomalileri (devam).

| TARCH (1,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,21E-05 | 1,42E-06 | 8,520534 | 0,0000 |
| α_1 | 0,068737 | 0,008467 | 8,118389 | 0,0000 |
| β_1 | 0,775512 | 0,115076 | 6,739107 | 0,0000 |
| β_2 | 0,067932 | 0,102352 | 0,663709 | 0,5069 |
| γ_1 | 0,086503 | 0,013034 | 6,636583 | 0,0000 |
| Ocak | 5,23E-06 | 2,35E-06 | 2,224400 | 0,0261 |
| Ekim | 1,02E-06 | 1,97E-06 | 0,515583 | 0,6061 |

| TARCH (2,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,92E-05 | 2,05E-06 | 9,391801 | 0,0000 |
| α_1 | 0,036250 | 0,007428 | 4,880006 | 0,0000 |
| α_2 | 0,073390 | 0,013786 | 5,323438 | 0,0000 |
| β_1 | 0,157785 | 0,079593 | 1,982387 | 0,0474 |
| β_2 | 0,590324 | 0,071036 | 8,310228 | 0,0000 |
| γ_1 | 0,144923 | 0,013147 | 11,02284 | 0,0000 |
| Ocak | 8,37E-06 | 3,73E-06 | 2,243669 | 0,0249 |
| Ekim | 1,47E-06 | 3,15E-06 | 0,465542 | 0,6415 |

Tablo 7’de görüldüğü gibi EGARCH (1,2) ve TARCH (1,2) modelleri dışındaki modellere ilişkin parametreler istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca γ_1 parametresinin anlamlı olması asimetrisinin varlığını göstermektedir. Bir başka ifadeyle olumlu ve olumsuz şokların volatilité üzerindeki etkisi eşit değildir. Anlamlı bulunan tüm modellerde Ocak ayı kukla değişkenine ait parametre pozitif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu bağlamda BİST100’de volatilité üzerinde Ocak ayı etkisi olduğu ifade edilebilir. Değişen varyans modellerinin geçerli olması için ARCH etkisinin kalkmış olması önem arz etmektedir. Bu çerçevede ARCH-LM testi tekrar uygulanarak test sonuçları Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. ARCH-LM Test Sonuçları.

| EGARCH (1,1) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8281 |
| 5 | 0,5054 |
| 10 | 0,7122 |
| 20 | 0,9549 |

| EGARCH (2,1) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,3425 |
| 5 | 0,5764 |
| 10 | 0,7487 |
| 20 | 0,9637 |

Tablo 8. ARCH-LM Test Sonuçları (devam).

| EGARCH (2,2) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8661 |
| 5 | 0,5407 |
| 10 | 0,7297 |
| 20 | 0,9622 |

| TARCH (1,1) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,6861 |
| 5 | 0,6773 |
| 10 | 0,7209 |
| 20 | 0,9562 |

| TARCH (2,1) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8578 |
| 5 | 0,7757 |
| 10 | 0,7452 |
| 20 | 0,9580 |

| TARCH (2,2) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,6545 |
| 5 | 0,7256 |
| 10 | 0,7392 |
| 20 | 0,9633 |

Tablo 8’de görüldüğü gibi tüm olasılık değerleri 0,05’ten büyük bulunmuştur. Bu bağlamda Tablo 7’de geçerli bulunan tüm modeller için ARCH etkisinin ortadan kalktığı ifade edilebilir. Tüm sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde simetrik modellerden sadece GARCH (1,1) modeli anlamlıyken asimetrik modellerin çoğunluğu anlamlı bulunmuştur. Geçerli olan modeller içinde en uygun modelin belirlenmesi için bilgi kriterlerinden faydalanılmıştır. En küçük sayısal değere sahip olan model en uygun model olarak değerlendirilmektedir. Bilgi kriterlerine ilişkin değerler Tablo 9’da sunulmuştur.

Tablo 9. Bilgi Kriterlerine Göre Uygun Model Seçimi.

| Model | Schwarz | Akaike | Hannan-Quinn |
|--------------|------------------|------------------|------------------|
| GARCH (1,1) | -5,485608 | -5,497814 | -5,493495 |
| EGARCH (1,1) | -5,494321 | -5,508053 | -5,503195 |
| EGARCH (2,1) | -5,493004 | -5,508262 | -5,502864 |
| EGARCH (2,2) | -5,493172 | -5,509956 | -5,504018 |
| TARCH (1,1) | -5,491458 | -5,505190 | -5,500331 |
| TARCH (2,1) | -5,490301 | -5,490301 | -5,500161 |
| TARCH (2,2) | -5,490634 | -5,507418 | -5,501480 |

Tablo 9’da görüldüğü gibi Akaike ve Hannan-Quinn kriterlerine göre EGARCH (2,2) modeli en uygun volatilité modeli olarak belirlenmiştir.

Ocak ayı anomalisinin belirlenmesinin ardından bu aşamada haftanın günleri anomalisi araştırılmıştır. Öncelikle simetrik koşullu değişen varyans modelleri uygulanmış ve uygulama sonuçları Tablo 10’da sunulmuştur.

Tablo 10. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri.

| ARCH (1) | | | | |
|------------|----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0,000203 | 8,46E-06 | 23,98035 | 0,0000 |
| α_1 | 0,176855 | 0,015124 | 11,69398 | 0,0000 |
| Pazartesi | 0,000111 | 1,28E-05 | 8,684821 | 0,0000 |
| Salı | 1,52E-05 | 1,17E-05 | 1,294281 | 0,1956 |
| Perşembe | 5,13E-05 | 1,17E-05 | 4,378590 | 0,0000 |
| Cuma | 0,000504 | 0,000719 | 0,700839 | 0,0000 |

| ARCH (2) | | | | |
|------------|-----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0,000152 | 7,09E-06 | 21,40426 | 0,0000 |
| α_1 | 0,154414 | 0,013890 | 11,11682 | 0,0000 |
| α_2 | 0,236811 | 0,015432 | 15,34510 | 0,0000 |
| Pazartesi | 8,63E-05 | 1,07E-05 | 8,076075 | 0,0000 |
| Salı | 1,24E-05 | 1,06E-05 | 1,174378 | 0,2402 |
| Perşembe | 6,07E-05 | 1,04E-05 | 5,822508 | 0,0000 |
| Cuma | -3,26E-05 | 9,56E-06 | -3,406704 | 0,0000 |

Tablo 10. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri (devam).

| ARCH (3) | | | | |
|------------|-----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 0,000133 | 7,59E-06 | 17,45102 | 0,0000 |
| α_1 | 0,113141 | 0,012918 | 8,758611 | 0,0000 |
| α_2 | 0,183286 | 0,014885 | 12,31343 | 0,0000 |
| α_3 | 0,206409 | 0,015203 | 13,57673 | 0,0000 |
| Pazartesi | 7,18E-05 | 1,10E-05 | 6,553814 | 0,0000 |
| Salı | 3,79E-06 | 1,04E-05 | 0,365987 | 0,7144 |
| Perşembe | 2,62E-05 | 9,97E-06 | 2,623121 | 0,0087 |
| Cuma | -3,74E-05 | 9,59E-06 | -3,900331 | 0,0001 |

| GARCH (1,1) | | | | |
|-------------|-----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 7,99E-06 | 8,45E-06 | 0,945095 | 0,3446 |
| α_1 | 0,097048 | 0,006176 | 15,71472 | 0,0000 |
| β_1 | 0,865388 | 0,007918 | 109,3005 | 0,0000 |
| Pazartesi | 8,43E-05 | 1,06E-05 | 7,990296 | 0,0000 |
| Salı | -3,97E-05 | 1,38E-05 | -2,871387 | 0,0041 |
| Perşembe | 1,50E-05 | 1,28E-05 | 1,173570 | 0,2406 |
| Cuma | -4,49E-05 | 1,21E-05 | -3,719112 | 0,0002 |

| GARCH (2,1) | | | | |
|-------------|-----------|---------------|---------------|----------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,31E-05 | 6,65E-06 | 1,975921 | 0,0482 |
| α_1 | 0,089809 | 0,011344 | 7,916892 | 0,0000 |
| α_2 | 0,012769 | 0,012627 | 1,011245 | 0,3119 |
| β_1 | 0,856376 | 0,009870 | 86,76485 | 0,0000 |
| Pazartesi | 8,28E-05 | 9,70E-06 | 8,542184 | 0,0000 |
| Salı | -4,56E-05 | 1,14E-05 | -4,001686 | 0,0001 |
| Perşembe | 8,66E-06 | 8,05E-06 | 1,076044 | 0,2819 |
| Cuma | -5,18E-05 | 1,11E-05 | -4,677970 | 0,0000 |

Tablo 10. Simetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri (devam).

| GARCH (1,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 4,21E-06 | 9,16E-06 | 0,459415 | 0,6459 |
| α_1 | 0,109781 | 0,009357 | 11,73305 | 0,0000 |
| β_1 | 0,663712 | 0,087873 | 7,553093 | 0,0000 |
| β_2 | 0,184404 | 0,079643 | 2,315367 | 0,0206 |
| Pazartesi | 9,09E-05 | 1,07E-05 | 8,451965 | 0,0000 |
| Salı | -2,93E-05 | 1,70E-05 | -1,720532 | 0,0853 |
| Perşembe | 2,12E-05 | 1,38E-05 | 1,538205 | 0,1240 |
| Cuma | -4,31E-05 | 1,32E-05 | -3,255843 | 0,0011 |

Tablo 10'da görüldüğü gibi simetrik modellerden ARCH (1), ARCH (2), ARCH (3), GARCH (1,1) ve GARCH (1,2) modelleri %5 düzeyinde anlamlıdır. Söz konusu modeller için parametrelerin pozitif olma koşulu ve parametreler toplamının 1'den küçük olma şartı da sağlanmıştır. GARCH (2,1) modelinde α_2 katsayısı istatistiksel olarak anlamsızdır. Tablo 10'daki sabit terimler Çarşamba gününü ifade etmektedir. Cuma gününe ilişkin kukla değişken parametresi ARCH (1) modelinde pozitif, diğer modellerde ise negatiftir. Değişen varyans modellerinin geçerli olması için ARCH etkisinin kalkmış olması önem arz etmektedir. Bu çerçevede ARCH-LM testi tekrar uygulanarak test sonuçları Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. ARCH-LM Test Sonuçları.

| ARCH (1) | |
|-----------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,7695 |
| 5 | 0,0000 |
| 10 | 0,0000 |
| 20 | 0,0000 |
| ARCH (2) | |
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,4191 |
| 5 | 0,0000 |
| 10 | 0,0000 |
| 20 | 0,0000 |

Tablo 11. ARCH-LM Test Sonuçları (devam).

| ARCH (3) | |
|-----------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8152 |
| 5 | 0,0016 |
| 10 | 0,0003 |
| 20 | 0,0000 |

| GARCH (1,1) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,5562 |
| 5 | 0,2305 |
| 10 | 0,3962 |
| 20 | 0,7941 |

| GARCH (1,2) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8980 |
| 5 | 0,1658 |
| 10 | 0,3340 |
| 20 | 0,7470 |

Tablo 11’de görüldüğü gibi ARCH (1), ARCH (2) ve ARCH (3) modellerinde 0,05’ten küçük olasılık değerleri bulunmaktadır. Söz konusu modeller için ARCH etkisi giderilememiştir. GARCH (1,1) ve GARCH (1,2) modelleri için uygulanan ARCH-LM testinde ise olasılık değerlerinin 0,05’ten büyük olduğu görülmektedir. GARCH (1,1) ve GARCH (1,2) modellerinde ARCH etkisi giderilmiştir. Bu bağlamda simetrik koşullu değişen varyans modelleri arasından GARCH (1,1) ve GARCH (1,2) modelleri kullanılabilir bulunmuştur. GARCH (1,1) modeline göre Pazartesi, Salı ve Cuma günleri volatilité üzerinde etkili bulunmuştur. Salı ve Cuma günlerinin volatilité üzerindeki etkisi negatif, Pazartesi günü etkisi pozitifdir. GARCH (1,2) modeline göre de benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Bu aşamada simetrik olmayan koşullu değişen varyans modelleri EGARCH ve TARARCH modelleri uygulanmış ve uygulama sonuçları Tablo 12’de sunulmuştur.

Tablo 12. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri.

| EGARCH (1,1) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,580128 | 0,064886 | -8,940787 | 0,0000 |
| α_1 | 0,217751 | 0,010983 | 19,82651 | 0,0000 |
| β_1 | 0,949689 | 0,004948 | 191,9235 | 0,0000 |
| γ_1 | -0,065228 | 0,005919 | -11,02063 | 0,0000 |
| Pazartesi | 0,440271 | 0,061891 | 7,113647 | 0,0000 |
| Salı | -0,271879 | 0,079153 | -3,434858 | 0,0006 |
| Perşembe | 0,080211 | 0,075130 | 1,067633 | 0,2857 |
| Cuma | -0,271122 | 0,065106 | -4,164327 | 0,0000 |

| EGARCH (2,1) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 11.19664 | 4.842741 | -1.686697 | 0,0917 |
| α_1 | 0.696027 | 0.011347 | 0.881324 | 0,3781 |
| α_2 | 0.734824 | 0.010155 | 0.984717 | 0,3248 |
| β_1 | 0.010000 | 0.587867 | 0.017011 | 0,9864 |
| γ_1 | 0.010000 | 0.008229 | 1.215237 | 0,2243 |
| Pazartesi | 0.000000 | 0.038222 | 0,000000 | 1,0000 |
| Salı | 0.000000 | 0.048069 | 0,000000 | 1,0000 |
| Perşembe | 0.000000 | 0.043883 | 0,000000 | 1,0000 |
| Cuma | 0.000000 | 0.041235 | 0,000000 | 1,0000 |

Tablo 12. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri (devam).

| EGARCH (1,2) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,694929 | 0,073333 | -9,476385 | 0,0000 |
| α_1 | 0,247612 | 0,014820 | 16,70845 | 0,0000 |
| β_1 | 0,738648 | 0,069635 | 10,60744 | 0,0000 |
| β_2 | 0,207444 | 0,068395 | 3,033017 | 0,0024 |
| γ_1 | -0,074932 | 0,007652 | -9,792302 | 0,0000 |
| Pazartesi | 0,478611 | 0,059571 | 8,034292 | 0,0000 |
| Salı | -0,131959 | 0,090381 | -1,460030 | 0,1443 |
| Perşembe | 0,162155 | 0,072180 | 2,246529 | 0,0247 |
| Cuma | -0,219117 | 0,069570 | -3,149605 | 0,0016 |

| EGARCH (2,2) | | | | |
|---------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -0,971967 | 0,117972 | -8,238968 | 0,0000 |
| α_1 | 0,203487 | 0,015361 | 13,24726 | 0,0000 |
| α_2 | 0,118047 | 0,033797 | 3,492865 | 0,0005 |
| β_1 | 0,463589 | 0,116610 | 3,975545 | 0,0001 |
| β_2 | 0,465333 | 0,111922 | 4,157674 | 0,0000 |
| γ_1 | -0,094478 | 0,008966 | -10,53782 | 0,0000 |
| Pazartesi | 0,482122 | 0,059911 | 8,047329 | 0,0000 |
| Salı | 0,062342 | 0,106507 | 0,585330 | 0,5583 |
| Perşembe | 0,247261 | 0,070196 | 3,522446 | 0,0004 |
| Cuma | -0,111269 | 0,083243 | -1,336682 | 0,1813 |

Tablo 12. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri (devam).

| TARCH (1,1) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,07E-05 | 8,31E-06 | 1,288540 | 0,1976 |
| α_1 | 0,066868 | 0,006376 | 10,48821 | 0,0000 |
| β_1 | 0,833155 | 0,009446 | 88,20636 | 0,0000 |
| γ_1 | 0,088609 | 0,010546 | 8,401874 | 0,0000 |
| Pazartesi | 8,08E-05 | 1,09E-05 | 7,396555 | 0,0000 |
| Salı | -3,54E-05 | 1,38E-05 | -2,559085 | 0,0105 |
| Perşembe | 1,80E-05 | 1,31E-05 | 1,370098 | 0,1707 |
| Cuma | -4,11E-05 | 1,16E-05 | -3,525527 | 0,0004 |

| TARCH (2,1) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 1,38E-05 | 8,22E-06 | 1,677704 | 0,0934 |
| α_1 | 0,038471 | 0,007765 | 4,954380 | 0,0000 |
| α_2 | 0,041226 | 0,013526 | 3,047911 | 0,0023 |
| β_1 | 0,802593 | 0,013148 | 61,04235 | 0,0000 |
| γ_1 | 0,101951 | 0,011580 | 8,804027 | 0,0000 |
| Pazartesi | 8,31E-05 | 1,10E-05 | 7,538485 | 0,0000 |
| Salı | -3,56E-05 | 1,38E-05 | -2,583332 | 0,0098 |
| Perşembe | 1,81E-05 | 1,31E-05 | 1,385736 | 0,1658 |
| Cuma | -4,24E-05 | 1,14E-05 | -3,707743 | 0,0002 |

Tablo 12. Simetrik Olmayan Koşullu Değişen Varyans Modelleri Haftanın Günleri Anomalileri (devam).

| TARCH (1,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | 2,97E-07 | 8,71E-06 | 0,034134 | 0,9728 |
| α_1 | 0,073337 | 0,007487 | 9,795035 | 0,0000 |
| β_1 | 0,598291 | 0,086004 | 6,956579 | 0,0000 |
| β_2 | 0,218156 | 0,077255 | 2,823822 | 0,0047 |
| γ_1 | 0,101213 | 0,013616 | 7,433512 | 0,0000 |
| Pazartesi | 9,20E-05 | 1,13E-05 | 8,172782 | 0,0000 |
| Salı | -1,58E-05 | 1,65E-05 | -0,957359 | 0,3384 |
| Perşembe | 3,31E-05 | 1,29E-05 | 2,562176 | 0,0104 |
| Cuma | -2,94E-05 | 1,29E-05 | -2,283283 | 0,0224 |

| TARCH (2,2) | | | | |
|--------------------|----------------|----------------------|----------------------|-----------------|
| Değişken | Katsayı | Standart Hata | z İstatistiği | Olasılık |
| Sabit | -3,69E-06 | 8,89E-06 | -0,415430 | 0,6778 |
| α_1 | 0,039990 | 0,007038 | 5,681852 | 0,0000 |
| α_2 | 0,055909 | 0,017122 | 3,265268 | 0,0011 |
| β_1 | 0,428800 | 0,116378 | 3,684557 | 0,0002 |
| β_2 | 0,339825 | 0,099080 | 3,429789 | 0,0006 |
| γ_1 | 0,122744 | 0,014979 | 8,194324 | 0,0000 |
| Pazartesi | 9,42E-05 | 1,17E-05 | 8,057469 | 0,0000 |
| Salı | 3,73E-06 | 1,91E-05 | 0,195424 | 0,8451 |
| Perşembe | 4,24E-05 | 1,29E-05 | 3,295816 | 0,0010 |
| Cuma | -1,93E-05 | 1,40E-05 | -1,382595 | 0,1668 |

Tablo 12’de görüldüğü gibi EGARCH (2,1) modeli dışındaki tüm modellerde α , β ve γ parametreleri istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu bağlamda söz konusu modellerin tümü, volatilité modellenmesi için uygun bulunmuştur. Modellerdeki sabit terim Çarşamba gününü ifade etmektedir. Haftanın günleri anomalileri incelendiğinde farklı modellerde farklı sonuçların elde edildiği görülmektedir. Bu çerçevede en uygun modelin belirlenmesi önem arz etmektedir. Ancak öncelikle geçerli bulunan modeller için ARCH etkisinin ortadan kalkıp kalkmadığının belirlenmesi gerekmektedir. ARCH-LM testi uygulanarak test sonuçları Tablo 13’te sunulmuştur.

Tablo 13. ARCH-LM Test Sonuçları.

| EGARCH (1,1) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,3729 |
| 5 | 0,4166 |
| 10 | 0,6819 |
| 20 | 0,9714 |

| EGARCH (1,2) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,8123 |
| 5 | 0,2808 |
| 10 | 0,5962 |
| 20 | 0,9566 |

| EGARCH (2,2) | |
|---------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,3485 |
| 5 | 0,4819 |
| 10 | 0,7374 |
| 20 | 0,9828 |

| TARCH (1,1) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,9041 |
| 5 | 0,6723 |
| 10 | 0,6954 |
| 20 | 0,9580 |

Tablo 13. ARCH-LM Test Sonuçları (devam).

| TARCH (2,1) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,5903 |
| 5 | 0,6940 |
| 10 | 0,6622 |
| 20 | 0,9418 |

| TARCH (1,2) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,6073 |
| 5 | 0,4776 |
| 10 | 0,6039 |
| 20 | 0,9406 |

| TARCH (2,2) | |
|--------------------|-----------------|
| Gecikme | Olasılık |
| 1 | 0,9024 |
| 5 | 0,6838 |
| 10 | 0,6710 |
| 20 | 0,9578 |

Tablo 13'te görüldüğü gibi tüm modeller için olasılık değerleri 0,05'ten büyüktür. Bir başka ifadeyle ARCH etkisi ortadan kalkmış ve sabit varsans varsayımı sağlanmıştır. Tüm sonuçlar birlikte değerlendirildiğinde simetrik modellerden GARCH (1,1) ve GARCH (1,2), asimetrik modellerden ise EGARCH (2,1) dışındaki tüm modeller istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Geçerli olan modeller içinde en uygun modelin belirlenmesi için bilgi kriterlerinden faydalanılmıştır. En küçük sayısal değere sahip olan model en uygun model olarak değerlendirilmektedir. Bilgi kriterlerine ilişkin değerler Tablo 14'te sunulmuştur.

Tablo 14. Bilgi Kriterlerine Göre Uygun Model Seçimi.

| Model | Svhwarz | Akaike | Hannan-Quinn |
|--------------|------------------|------------------|------------------|
| GARCH (1,1) | -5,493884 | -5,512194 | -5,505715 |
| GARCH (1,2) | -5,491547 | -5,511383 | -5,504364 |
| EGARCH (1,1) | -5,502809 | -5,522645 | -5,515627 |
| EGARCH (1,2) | -5,501899 | -5,523260 | -5,515702 |
| EGARCH (2,2) | -5,502045 | -5,524932 | -5,516834 |
| TARCH (1,1) | -5,497910 | -5,517746 | -5,510727 |
| TARCH (2,1) | -5,496908 | -5,518269 | -5,510711 |
| TARCH (1,2) | -5,496898 | -5,518259 | -5,510701 |
| TARCH (2,2) | -5,497019 | -5,519906 | -5,511808 |

Tablo 14'te görüldüğü gibi EGARCH (2,2) modeli, volatilité modellemesi için en uygun modeldir. Haftanın günleri anomalisi açısından Tablo 12 tekrar incelendiğinde EGARCH (2,2) modelinde Salı ve Cuma günlerine ilişkin parametrelerin istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir. Modeldeki sabit terim Çarşamba gününü ifade etmektedir. Gölge değişken tuzağına düşmemek için parametre sayısının bir eksiğı kadar gölge değişken ataması yapılmıştır. Pazartesi, Çarşamba ve Perşembe günlerine ilişkin parametreler istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu çerçevede söz konusu üç gün için haftanın günleri anomalisinin bulunduğu söylenebilir. Çarşamba günlerinin volatilité üzerindeki etkisi negatifken Pazartesi ve Perşembe günlerinin volatilité üzerindeki etkisi pozitif bulunmuştur. Ayrıca EGARCH (2,2) modelinde γ_1 parametresinin istatistiksel olarak anlamlı bulunması, modelin asimetrik yapısını göstermektedir. Bir başka ifadeyle BİST100 endeksine gelen negatif şoklar, volatilité üzerinde pozitif şoklara göre daha fazla etkili olmaktadır.

5. Sonuç

Bu çalışmada finansal piyasalarda sıklıkla karşılaşılan takvim anomalilerinin BİST100 endeksi volatilitesi üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Bu bağlamda Ocak-Ekim ayı anomalileri ile haftanın günleri anomalilerinin endeks getiri serisi volatilitesi üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Anomalilerin volatilité üzerindeki etkilerini tespit edebilmek amacıyla koşullu değişen varyans modellerine anomalilere ilişkin kukla değişkenler eklenmiş ve varyans denklemleri incelenmiştir.

Öncelikle Ocak ve Ekim ayı anomalileri araştırılmıştır. Çalışmada koşullu değişen varyans modelleri simetrik ve simetrik olmayan modeller olarak iki farklı biçimde ele alınmıştır. Simetrik modellerden sadece GARCH (1,1) modeli anlamlı bulunmuştur. GARCH (1,1) modeli çerçevesinde Ocak ayı etkisi tespit edilmiş, Ekim ayına ilişkin ise herhangi bir anomali bulunamamıştır. Simetrik olmayan modellerde daha fazla model geçerli bulunmuş, ancak en uygun modelin EGARCH (2,2) olduğu belirlenmiştir. Söz konusu modele göre de Ocak ayı etkisi bulunmakta, Ekim ayı etkisi bulunmamaktadır. Bir başka ifadeyle Ocak ayı anomalisi, BİST100 endeks getiri serisi volatilitesi üzerinde etkilidir. Ocak ayı etkisine ilişkin kukla değişken parametresi pozitif olarak bulunmuştur. Bu çerçevede Ocak ayının volatilité üzerinde pozitif etkisi olduğu söylenebilir. Ayrıca EGARCH (2,2) modeli çerçevesinde olumsuz şokların volatilité üzerindeki etkisinin olumlu şoklara göre daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçların Koncak ve Akbulut (2021) çalışmasıyla uyumlu olduğu ifade edilebilir. Atakan (2008) çalışması ise Ocak ayı etkisi bulamadığından bu çalışmayla çelişen sonuçlar elde edilmiştir. Ancak veri döneminin farklı olması, Ocak ayı etkisinin son yıllarda ortaya çıktığının bir göstergesi olarak ifade edilebilir.

Haftanın günleri anomalisinin volatilité üzerindeki etkilerinin araştırıldığı bölümde ise simetrik ve simetrik olmayan modeller uygulanmıştır. Anlamli bulunan modeller arasında en uygun modelin EGARCH (2,2) modeli olduğu belirlenmiştir. Elde edilen bulgulara göre Pazartesi, Çarşamba ve Perşembe günlerinin BİST100 getiri serisi volatilitesi üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir. Çarşamba günlerinin volatilité üzerindeki etkisi negatif, Pazartesi ve Perşembe günlerinin volatilité üzerindeki etkisi pozitif olarak bulunmuştur. Ayrıca endeks getiri serisine gelen negatif şokların volatilité üzerindeki etkisinin pozitif şoklara göre daha fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen bulgular, Güneş (2021) çalışması ile kısmen uyumludur. Öztürk vd. (2018) çalışması ile çelişen sonuçlar elde edilmiştir. Söz konusu farklılığın analiz edilen dönem aralığından kaynaklandığı ifade edilebilir.

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde BİST100 endeksi getiri serisi volatilitesi üzerinde Ocak ayı etkisinin bulunduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca volatilité üzerinde Pazartesi, Çarşamba ve Perşembe etkisi tespit edilmiştir. Bu bağlamda etkin piyasa hipotezinin geçerli olmadığı ifade edilebilir. Volatilité üzerinde takvim anomalileri bulunmaktadır. Bu çalışmadan hareketle volatilité tahminlerinin yapılması mümkündür. Ayrıca bu çalışma temel alınarak diğér finansal piyasalarla BİST100 arasındaki volatilité yayılımlarına ilişkin çalışmalar yapılabilir.

Kaynaklar

- Anjum, S. (2020), Impact of Market Anomalies on Stock Exchange: A Comparative Study of KSE and PSX, *Future Business Journal*, 6 (1), 1-11. DOI: 10.1186/s43093-019-0006-4
- Atakan, T. (2008), İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'nda Haftanın Günü Etkisi ve Ocak Ayı Anomalilerinin ARCH-GARCH Modelleri ile Test Edilmesi, *İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Dergisi*, 37 (2), 98-110.
- Berument, H. Ve Kıymaz, H. (2001), The Day of the Week Effect on Stock Market Volatility. *Journal of Economics and Finance*, 25 (2), 181–193, <https://doi.org/10.1007/BF02744521>
- BİST (2023), Endeks Verileri, Erişim Tarihi: 02 Aralık 2023, <https://www.borsaistanbul.com/tr/sayfa/2060/endeks-verileri>
- Black, F. (1976), Studies of Stock Price Volatility Changes, *Proceedings of the Business and Economics Section of the American Statistical Association*, 177-181.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Butler, C. (1999), *Mastering Value at Risk, A Step-By-Step Guide to Understanding and Applying Var*, Financial Times Pitman Publishing, Market Editions, London.
- Chen, G., Kwok, C. C. Y. ve Rui, O.M. (2000), The Day of the Week Regularity in the Stock Markets of China, *Journal of Multinational Financial Management*, 11, 139–163.
- Choudhry, T. (2000), Day of the Week Effect in Emerging Asian Stock Markets: Evidence from the GARCH Model, *Applied Financial Economics*, 10 (3), 235-242. <https://doi.org/10.1080/096031000331653>
- Coşkun, A. ve Aypek, N. (2024), Gelişmekte Olan Piyasaların Zayıf Formda Etkinliği: Koşullu Değişen Varyans Modellerle Haftanın Günü Etkisi Üzerine Ampirik Analiz, *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 25(1), 142-154. <https://doi.org/10.37880/cumuiibf.1331463>
- Cross, F. (1973), The Behavior of Stock Prices on Fridays and Monday, *Financial Analyst Journal*, 29, 67-69.
- Çil, N. (2018), *Finansal Ekonometri*, Der Yayınları, İstanbul.
- Dickey, D.A. ve Fuller, W.A.(1981), Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With A Unit Root. *Econometrica*, 49(4), ss.1057 1072.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Engle, R.F., Lilien, D.M. ve Robbins, R.P. (1987), Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model, *Econometrica*, 55(2), 391-407.
- Fama, E.F. (1970), Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, *Journal of Finance*, 25(2), pp. 383-417.
- Giovanis, E. (2016), The Month of the Year Effect: Evidence From GARCH Models in Fifty Five Stock Markets, *Aydın İktisat Fakültesi Dergisi*, 1 (1), 20-49. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1595706>
- Güneş, H. (2021), Haftanın Günü ve Ocak Ayı Anomalilerinin BIST 100 ile KAT 30 Endekslerinde Tespiti, *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 23 (1), 236-248. DOI: 10.32709/akusosbil.789742
- Karan, M. B. (2013), *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi*, 4. Baskı, Gazi Kitabevi.
- Karcıoğlu, R. ve Özer, N. (2017), BIST' de Haftanın Günü ve Tatil Etkisi Anomalilerinin Getiri ve Oynaklık Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi, *Karadeniz Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Sosyal Bilimler Dergisi*, 7 (14), 457-483.
- Kayral, İ. E. (2019), Benelüks Ülke Borsalarında Haftanın Günü ve Ay Dönümü Anomalilerinin Test Edilmesi, *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (5), 317-328. DOI: 10.21733/ibad.623884

- Kiyamaz, H. ve Berument, H. (2003), The Day of the Week Effect on Stock Market Volatility and Volume: International Evidence, *Review of Financial Economics*, 12(4), 363-380. [https://doi.org/10.1016/S1058-3300\(03\)00038-7](https://doi.org/10.1016/S1058-3300(03)00038-7)
- Konak, F. ve Kendirli, S. (2014), Küresel Finansal Kriz Sürecinde BİST100 Endeksi'nde Haftanın Günleri Etkisinin Analizi, *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 19 (2), 275-286.
- Koncak, S. ve Akbulut, R. (2021), Ocak Ayı Anomalisi: BİST Endeksleri Üzerine Bir Uygulama, *Finans Ekonomi ve Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 6(4), 566-580. <https://doi.org/10.29106/fesa.1017382>
- Mandelbrot, B. (1963), The Variation of Certain Speculative Prices, *The Journal of Business of the University of Chicago*, 36, 394-419.
- Nelson, D.B. (1991), Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, 59 (2), 347-370.
- Osborne, M.F.M. (1962), Periodik Structure in the Brownian Motion of the Stock Market, *Operations Research*, 10, 345-379.
- Öztürk, M. B., Uysal, M., Arslan, H. ve Kayhan, T. (2018), The Impact of Calendar Anomalies on Stock Return and Volatility: Evidence from Turkish Stock Market, *Ömer Halisdemir Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 11 (1), 221-238. <https://doi.org/10.25287/ohuibf.381031>
- Phillips, P.C.B ve Perron, P. (1988), Testing for a Unit Root in Time Series Regression. *Biometrika*, 75(2), ss.335-346.
- Rahman, M. L (2009), Stock Market Anomaly: Day of the Week Effect in Dhaka Stock Exchange, *Int. J. Bus. Manag.*, 4 (5), 193-206.
- Sevgi, N. H. (2023), Borsa İstanbul Getiri ve Volatilitesinde Haftanın Günü Etkisi. *Journal of Yaşar University/Yaşar Üniversitesi E-Dergisi*, 18(71).



Retrospective Investigation of Complication Development Risk Conditions with Logistic Regression Models in Diabetic Patients

Erol TERZİ

University of Ondokuz Mayıs / Prof. Dr.

eroltr@omu.edu.tr

Orcid No: 0000-0002-2309-827X

Melih UZUNOĞLU

Gazi University

MelihUzunoglu@windowslive.com

Orcid No: 0000-0001-8118-9623

Ahmet TOY

University of Ondokuz Mayıs / Lect. PhD

ahmet.toy@omu.edu.tr

Orcid No: 0000-0002-2647-7259

Abstract

Diabetes is one of the most important diseases that threaten human health in recent years. The diagnosis of diabetes can be made as a result of many medical examination findings, analyzes and examinations. The development of complications in patients evaluated with this diagnosis carries very serious risks for the patient. The accurate and reliable prediction of risk situations will contribute positively to the decision making process of physicians. The data obtained with the help of the developments in information technologies can be processed much faster and reliably. The logistic regression analysis was chosen among the available methods to analyze the data in terms of being the suitable for simplicity and accuracy targets. As a result of the logistic regression analysis; age, HbA1C and some lipid parameters have an effect on complication development. In addition, diabetes complication types were determined specifically and the effects of the factors causing complications were investigated.

Keywords: Diabetes, Logistic Regression Analyses, HbA1C, Peripheral Circulatory Complication.

Corresponding Author / Sorumlu Yazar: Erol TERZİ, University of Ondokuz Mayıs, Department of Statistics.

Citation / Atıf: TERZİ E., UZUNOĞLU M., TOY A. (2024). Retrospective Investigation of Complication Development Risk Conditions with Logistic Regression Models in Diabetic Patients. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 74-84.

Diyabetik Hastalarda Komplikasyon Geliştirme Riski Durumlarının Lojistik Regresyon Modelleri ile Retrospektif İncelenmesi

Özet

Son yıllarda insan sağlığını tehdit eden en önemli hastalıklardan birisi diyabettir. Diyabet tanısı birçok tıbbi muayene bulgusu, tetkik ve tetkikler sonucunda konulabilmektedir. Bu tanı ile değerlendirilen hastalarda komplikasyon gelişmesi hasta için çok ciddi riskler taşımaktadır. Risk durumlarının doğru ve güvenilir bir şekilde öngörülmesi hekimlerin karar verme süreçlerine olumlu katkı sağlayacaktır. Bilgi teknolojilerindeki gelişmeler sayesinde elde edilen veriler çok daha hızlı ve güvenilir bir şekilde işlenebilmektedir. Lojistik regresyon analizi, basitlik ve doğruluk hedeflerine uygun olması açısından verileri analiz etmek için mevcut yöntemler arasından seçilmiştir. Lojistik regresyon analizi sonucunda; yaş, HbA1C ve bazı lipid parametreleri komplikasyon gelişiminde etkilidir. Ayrıca diyabet komplikasyon tipleri spesifik olarak belirlenmiş ve komplikasyonlara neden olan faktörlerin etkileri araştırılmıştır.

Anahtar sözcükler: Diyabet, Lojistik Regresyon Analizi, HbA1C, Periferik Dolaşım Komplikasyonu.

1. Introduction

Diabetes, which has become widespread in the world in recent years due to improper diet and sedentary lifestyle, is estimated to cause four million deaths in 2019, according to the International Diabetes Federation (IDF). One of eleven adults (about 463 million people) between the ages of 20-79 in the world is diabetic. One of the two adults (232 million) with this disease has not yet been diagnosed. One in five people with diabetes is over 65 years old. 10% of global health spending (\$ 760 billion) is spent on diabetes. Three out of every four people with diabetes (79%) have been lived in low and middle income countries. It is one of the top ten reasons in adult deaths. The global estimate of adults with diabetes in 2000 was around 151 million. This increased by 88% until 2009 and reached 285 million. It is estimated that there will be 578 million adults with diabetes by 2030 and 700 million adults by 2045 (IDF, 2019). Diabetes affects not only the patient but also the family and the social environment in which they live for a long time.

Diabetes are divided into three main groups: type 1 diabetes (T1D), type 2 diabetes mellitus (T2D) and gestational diabetes mellitus (GDM). Despite significant advances in the treatment of T1D diabetes, maintaining good glycemic control without hypoglycemia remains a problem for patients of all ages and healthcare providers (Bekiari et al. 2018). T2D diabetes is a condition in which blood sugar rises due to the inability of the pancreas to release enough insulin in cases such as stress, surgery, pregnancy or excess weight in people over the age of 40, or because the secreted insulin is not used adequately. The incidence of T2D is higher and 90% of people with diabetes have Type 2 diabetes (Davies et al. 2018). GDM is the first glucose intolerance that occurs during pregnancy and is one of the most common metabolic diseases in pregnancy (IDF, 2009). Type 1 and 2 diabetes are heterogeneous diseases in which the clinical presentation and disease progression can differ significantly. Classifying type 1 or type 2 diabetes is essential for determining treatment, but some individuals cannot be classified at the time of diagnosis. The traditional paradigms that type 2 diabetes occurs only in adults and type 1 diabetes only occurs in children are no longer accurate, as both diseases occur in both age groups (Rewers et al. 2015; Alonso et al. 2020; Jensen et al. 2021; ElSayed et al. 2023).

Kim et al. (2023) aimed to estimate mortality trends due to chronic liver disease in people with diabetes before and during COVID-19 (Kim et al. 2023). Ibrahim and Derbew (2023) applied supervised machine learning algorithms to classify and predict Type 2 diabetes disease status (Ibrahim and Derbew 2023). Liu et al. (2023) conducted a study to investigate the potential causal connection between non-alcoholic fatty liver disease and complications in type 1 diabetes and type 2 diabetes (Liu et al. 2023). In this study, it was aimed to examine the risk situations of complication development in diabetic patients. Therefore, logistic regression analysis was preferred among statistical analysis methods. Although logistic regression analysis has the same purpose as other regression models, it categorically provides the selection of the most compatible model for the dependent variable (Walker and Duncan 1967). While creating the data set, features such as age, gender, fasting glucose, postprandial blood sugar, HbA1C, HDL, VLDL, LDL, cholesterol, and triglyceride were selected. Our aim is to estimate the

risk of complications in the most accurate way by measuring the relationship between complication conditions and clinical outcomes in patients with diabetes.

2. Materials and Method

2.1. Data Collecting

Between January 2015 and December 2015, 10481 cases diagnosed as diabetes admitted to Gazi University Health Research and Application Center (GÜSAUM) Diabetes and Obesity Center on an outpatient or inpatient basis were analyzed retrospectively. The main diagnosis of diabetes and 1954 patients with complications related to diabetes were determined. Age, sex, fasting glucose, postprandial blood sugar, HbA1C, HDL, VLDL, LDL, cholesterol and triglyceride values were recorded for these 1954 cases. The remaining 8527 patients were evaluated with the same diagnosis and were not included in the study due to deficiencies in laboratory findings.

2.2. Statistical Analysis

In logistic regression and other statistical analysis of this study, SPSS 21 software was preferred. The significance level was accepted as $\alpha = 0.05$ in all statistical analyzes. Binary and multinomial logistic regression (LR) analysis were used to find complication possibilities of patients with diabetes. If the LR dependent variable is binary, sequential or multinomial, it is a method used to reveal the cause-effect relationship between the dependent variable and independent variables. It is not only a method in which statistical significance of independent variables is evaluated as a risk factor, but also an analysis method that provides the possibility to calculate the estimated relative risk (odds ratio) (Bonney, 1987; Zhang, 1999; Dawson and Trapp, 2004; Hebel and McCarter, 2011). In LR analysis, it is important to establish the correct model in the beginning. Modeling with incorrectly selected variables may produce statistically significant results, but these results may not make any clinical significance. Before starting multivariate analysis, in the first step, it is recommended to look at the results of univariate logistic regression analysis to be performed separately for each independent variable with two-state dependent variable. The validity of the model both medically and biologically is directly related to the selection of independent variables to be included in the analysis (Menard, 2002; Saracbası and Dolgun, 2015). In logistic regression models, the basic concept is logit. The ratio of odds coefficients to each other of the two different cases examined is given by

$$Odds = \frac{p}{1 - p}$$

where p represents the probability. This ratio is used to explain the effect of the dependent variable on independent variables (Gujarati, 1999; Mertler and Vannatta, 2005; Alpar, 2013).

Logistic regression in which the probability of undiagnosed complications is modeled by a logistic or log-probability transformation is given by

$$Logit(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1 - p_i}\right) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n$$

where x_i are continuous or binary explanatory variables, β_i are the regression coefficients estimated using maximum likelihood methods (Hosmer and Lemeshow, 1989; Bland and Altman, 2000). When probability (p_i) takes values below 0.5, logit (p_i) is negative, when probability (p_i) takes values over 0.5, logit (p_i) takes positive values. As the probability value increases, the value of logit (p_i) will increase.

3. Results

In our study, in which the risk levels of complication development in diabetic patients were examined, the information of 1954 patients subject to the study is given in Table 1. In this study, 827 (42.3%) of the patients were male and 1127 (57.7%) were female. It was observed that complications developed in 142 (7.3%) of these patients. When the condition of 142 patients was examined, kidney complications in 21 patients, eye complications in 17 patients, complications with ketoacidosis in 22 patients, neurological complications in 17 patients and peripheral circulatory disorders in 65 patients (45.7%) were observed. In addition, in Table 1, evaluation was made

according to the type of diagnosis of patients, that is, diabetes type. Therefore, the most common type of complication among both Type 1 and Type 2 diabetes patients is peripheral circulatory disorders. Other complications are broadly given in Table 1 according to the two types of diabetes.

Table 1. Distribution of findings of the research.

| Number of Patient (N=1954) | n | % |
|---|----------|----------|
| Gender | | |
| Male | 827 | 42.3 |
| Female | 1127 | 57.7 |
| Diabetes Complication Experience | | |
| Complication (-) | 1812 | 92.7 |
| Complication (+) | 142 | 7.3 |
| Complication Type | | |
| Kidney Complication (+) | 21 | 14.8 |
| Eye Complication (+) | 17 | 12.0 |
| Complication with Ketoacidosis (+) | 22 | 15.5 |
| Neurological Complication (+) | 17 | 12.0 |
| Peripheral Circulatory Complication (+) | 65 | 45.7 |
| Type of Diagnosis | | |
| Type 1 DM (+) | 163 | 8.3 |
| Type 2 DM (+) | 1791 | 91.7 |
| Type 1 DM (+) | | |
| Complication Situation(n=71) | | |
| Kidney Complication (+) | 13 | 18.3 |
| Eye Complication (+) | 6 | 8.5 |
| Complication with Ketoacidosis (+) | 14 | 19.7 |
| Neurological Complication (+) | 10 | 14.1 |
| Peripheral Circulatory Complication (+) | 28 | 39.4 |
| Type 2 DM (+) | | |
| Complication Situation (n=71) | | |
| Kidney Complication (+) | 8 | 11.3 |
| Eye Complication (+) | 11 | 15.5 |
| Complication with Ketoacidosis (+) | 8 | 11.3 |
| Neurological Complication (+) | 7 | 9.8 |
| Peripheral Circulatory Complication (+) | 37 | 52.1 |

Table 2. Examination of diabetic patients according to some factors in terms of complication development situation (undeveloped/developed).

| | β | Standard Error | Wald | df | p | OR | 95% Confidence Interval (CI) | |
|--------------------------|---------|----------------|----------------------------|----|-------|-------|------------------------------|-------------|
| | | | | | | | Lower Limit | Upper Limit |
| Gender* | -0.634 | 0.238 | 7.120 | 1 | 0.008 | 0.530 | 0.333 | 0.845 |
| Age | 0.026 | 0.010 | 7.341 | 1 | 0.007 | 1.027 | 1.007 | 1.046 |
| Fasting Glucose | 0.000 | 0.002 | 0.026 | 1 | 0.872 | 1.000 | 0.995 | 1.004 |
| Postprandial Blood Sugar | -0.001 | 0.002 | 0.329 | 1 | 0,566 | 0.999 | 0.996 | 1.002 |
| HbA _{1C} | 0.399 | 0.067 | 35.886 | 1 | 0.000 | 1.490 | 1.308 | 1.698 |
| Constant | -7.215 | 0.765 | 88.917 | 1 | 0.000 | 0.001 | | |
| CCR=95.8% | | | $\chi^2(8)=7.773, p=0.456$ | | | | | |

* The reference category 'Male' patients were selected for gender.

In the logistic regression analysis model established based on complication development conditions (undeveloped / developed) in diabetic patients; The effects of factors such as gender, age, fasting glucose, postprandial blood sugar and HbA_{1C} are shown in Table 2. The model, established with the complication development conditions of diabetic patients, has a 95.8% correct classification rate (CCR). Gender, age and HbA_{1C} parameters appear to be effective on the model ($p < 0.05$). According to Hosmer-Lemeshow test statistics, which is one of the χ^2 statistics, the model was found to be significant ($\chi^2(8)=7.773; p=0.456$). According to LR analysis, odds ratio (OR) 53% and confidence interval (CI = 0.333-0.845) for reference sex, OR 2.7% for age and (CI=1.007-1.046), OR 49% for HbA_{1C} and (CI=1.308-1.698). When the size of the β coefficients is analyzed, it is seen that the effect power of gender and HbA_{1C} parameters are higher on the model.

Table 3. Examination of diabetic patients according to some factors in terms of complication development situation (undeveloped/developed).

| | β | Standard Error | Wald | df | p | OR | 95% Confidence Interval (CI) | |
|---------------|---------|----------------|-----------------------------|----|-------|-------|------------------------------|-------------|
| | | | | | | | Lower Limit | Upper Limit |
| Gender* | 0.047 | 0.266 | 0.031 | 1 | 0.860 | 1.048 | 0.623 | 1.765 |
| Age | 0.028 | 0.010 | 7.686 | 1 | 0.006 | 1.028 | 1.008 | 1.049 |
| HDL | -0.069 | 0.014 | 23.829 | 1 | 0.000 | 0.933 | 0.908 | 0.960 |
| VLDL | -0.013 | 0.012 | 1.181 | 1 | 0.277 | 0.988 | 0.966 | 1.010 |
| LDL | -0.005 | 0.007 | 0.463 | 1 | 0.496 | 0.995 | 0.981 | 1.009 |
| Cholesterol | -0.003 | 0.007 | 0.158 | 1 | 0.691 | 0.997 | 0.983 | 1.011 |
| Triglycerides | -0.004 | 0.002 | 2.813 | 1 | 0.093 | 0.996 | 0.992 | 1.001 |
| Constant | 0.157 | 0.898 | 0.030 | 1 | 0.861 | 1.170 | | |
| CCR=95.7% | | | $\chi^2(8)=15.393, p=0.052$ | | | | | |

* The reference category 'Male' patients were selected for gender.

The effect of diabetic patients on complication development status (undeveloped / developed) in terms of gender, age, HDL, VLDL, LDL, cholesterol, triglyceride is shown in Table 3. The correct classification rate in the model created is 95.7%. Age and HDL parameters appear to be effective on the model ($P < 0.05$). Hosmer-Lemeshow test statistics result show that the model is significant ($\chi^2(8)=15.393; p=0.052$). The LR analysis results show OR

2.8% and (CI=1.008-1.049) for age, OR 93.3% and (CI = 0.908-0.960) for HDL. When the sizes of β coefficients are considered, it is determined that the most effective variable on the model is HDL.

Table 4. Investigation of diabetic patients according to some factors in terms of complications.

| | β | Standard Error | Wald | df | p | OR | 95% Confidence Interval (CI) | |
|--------------------------|---------|----------------|----------------------------|----|-------|-------|------------------------------|-------------|
| | | | | | | | Lower Limit | Upper Limit |
| Gender* | 0.034 | 0.326 | 0.011 | 1 | 0.917 | 1.035 | 0.546 | 1.961 |
| Age | 0.032 | 0.013 | 6.188 | 1 | 0.013 | 1.033 | 1.007 | 1.059 |
| Fasting Glucose | 0.004 | 0.003 | 1.344 | 1 | 0.246 | 1.044 | 0.997 | 1.011 |
| Postprandial Blood Sugar | -0.001 | 0.002 | 0.249 | 1 | 0.618 | 0.999 | 0.994 | 1.003 |
| HbA1C | 0.252 | 0.111 | 5,181 | 1 | 0.023 | 1.286 | 1.036 | 1.598 |
| HDL | -0.008 | 0.021 | 18.015 | 1 | 0.000 | 0.916 | 0.879 | 0.954 |
| VLDL | -0.035 | 0.014 | 6.458 | 1 | 0.011 | 0.966 | 0.940 | 0.992 |
| LDL | -0.022 | 0.013 | 2.948 | 1 | 0.086 | 0.978 | 0.953 | 1.003 |
| Cholesterol | 0.016 | 0.014 | 1,312 | 1 | 0.252 | 1.016 | 0.989 | 1.043 |
| Triglycerides | -0.007 | 0.003 | 4.993 | 1 | 0.025 | 0.993 | 0.988 | 0.999 |
| Constant | -2.425 | 1.323 | 3.357 | 1 | 0.067 | 0.089 | | |
| CCR=97.2% | | | $\chi^2(8)=1.278, p=0,996$ | | | | | |

* The reference category 'Male' patients were selected for gender.

Complications of diabetic patients in terms of complications situation in factors such as gender, age, fasting glucose, postprandial blood sugar and HbA1C, HDL VLDL, LDL, cholesterol, triglycerides are shown in Table 4. Table 4 shows that the correct classification rate of the current model is 97.2%. Age, HbA1C, HDL VLDL, triglyceride parameters appear to be effective on the model ($p < 0.05$). The obtained values ($\chi^2(8)=1.278; p=0.996$) show that the model is significant according to the Hosmer-Lemeshow test statistics. According to the LR analysis, it was found the OR 3.3% and (CI=1.007-1.059) for age, OR 28.6% and (CI=1.036-1.598) for HbA1C, OR 91.6% and (CI=0.879-0.955) for HDL, OR 96.6% for VLDL and (CI=0.940-0.992), OR 99.3% for triglyceride and (CI=0.988-0.999). When β coefficients are analyzed according to their sizes, it is seen that the most effective variable on the model is HbA1C.

Table 5. Examination of Diabetic Patients According to Some Factors in Terms of Complication.

| | β | Standard Error | Wald | df | p | OR | 95% Confidence Interval (CI) | |
|--|--------------------------|----------------|-------|-------|---|-------|------------------------------|-------------|
| | | | | | | | Lower Limit | Upper Limit |
| Retinopathy | Intercept | -2.944 | 3.314 | 0.789 | 1 | 0.374 | | |
| | Age | -0.006 | 0.042 | 0.019 | 1 | 0.890 | 0.994 | 0.916 1.079 |
| | Fasting Glucose | -0.011 | 0.010 | 1.086 | 1 | 0.297 | 0.989 | 0.969 1.010 |
| | Postprandial Blood Sugar | 0.031 | 0.014 | 5.167 | 1 | 0.023 | 1.031 | 1.004 1.059 |
| | HbA1C | -0.049 | 0.210 | 0.055 | 1 | 0.815 | 0.952 | 0.631 1.436 |
| | Gender=0 | -0.141 | 0.954 | 0.022 | 1 | 0.882 | 0.868 | 0.134 5.629 |
| | Gender=1 | | | | | | | |
| Ketoacidosis | Intercept | -5.469 | 3.302 | 2.744 | 1 | 0.098 | | |
| | Age | -0.063 | 0.040 | 2.526 | 1 | 0.112 | 0.939 | 0.868 1.015 |
| | Fasting Glucose | -0.022 | 0.012 | 3.393 | 1 | 0.065 | 0.978 | 0.955 1.001 |
| | Postprandial Blood Sugar | 0.045 | 0.015 | 9.070 | 1 | 0.003 | 1.046 | 1.016 1.078 |
| | HbA1C | 0.494 | 0.238 | 4.305 | 1 | 0.038 | 1.639 | 1.028 2.614 |
| | Gender=0 | -1.484 | 1.181 | 1.579 | 1 | 0.209 | 0.227 | 0.022 2.294 |
| | Gender=1 | | | | | | | |
| Neuropathy | Intercept | -9.315 | 4.586 | 4.125 | 1 | 0.042 | | |
| | Age | 0.085 | 0.055 | 2.395 | 1 | 0.122 | 1.089 | 0.978 1.212 |
| | Fasting Glucose | -0.011 | 0.013 | 0.663 | 1 | 0.415 | 0.989 | 0.964 1.015 |
| | Postprandial Blood Sugar | 0.022 | 0.017 | 1.813 | 1 | 0.178 | 1.023 | 0.990 1.056 |
| | HbA1C | 0.102 | 0.232 | 0.193 | 1 | 0.660 | 1.107 | 0.703 1.746 |
| | Gender=0 | -0.206 | 1.230 | 0.028 | 1 | 0.867 | 0.814 | 0.073 9.068 |
| | Gender=1 | | | | | | | |
| Peripheral Circulation disorder | Intercept | -2.957 | 2.802 | 1.114 | 1 | 0.291 | | |
| | Age | 0.003 | 0.036 | 0.006 | 1 | 0.938 | 1.003 | 0.934 1.076 |
| | Fasting Glucose | -0.015 | 0.009 | 2.926 | 1 | 0.087 | 0.985 | 0.968 1.002 |
| | Postprandial Blood Sugar | 0.036 | 0.012 | 8.520 | 1 | 0.004 | 1.036 | 1.012 1.061 |
| | HbA1C | -0.036 | 0.178 | 0.041 | 1 | 0.840 | 0.965 | 0.680 1.368 |
| | Gender=0 | 0.441 | 0.810 | 0.296 | 1 | 0.586 | 1.554 | 0.318 7.605 |
| | Gender=1 | | | | | | | |

$$\chi^2(20)=17.923, p=0.806$$

* The reference category 'Male' patients were selected for gender.

Complication development conditions of diabetic patients in terms of factors such as gender, age, fasting glucose, postprandial blood sugar and HbA_{1C}, according to the types of complications (Retinopathy, Ketoacidosis, Neuropathy, Peripheral Circulatory Disorder) are shown in Table 5. According to LR results, the model is statistically significant ($\chi^2(20)=17.923$; $p=0.806$). Postprandial blood sugar for the development of complications of retinopathy, postprandial blood sugar for the development of complications of ketoacidosis, and HbA_{1C}, postprandial blood sugar are effective parameters for the development of complication of peripheral circulatory disorders ($p<0.05$). This information is also confirmed by examining the magnitudes of β coefficients in the complications of retinopathy, ketoacidosis, and peripheral circulatory disorders. It was determined as a postprandial blood glucose OR 3.1% for retinopathy complication and (CI=1.004-1.059), postprandial blood glucose OR 4.6% for ketoacidosis complication, (CI=1.016-1.078) and HbA_{1C} OR 63.9%, (CI=1.028-2.614). For the complication of peripheral circulatory disorders, the postprandial blood sugar was found OR 3.6% and (CI=1.012-1.061).

4. Discussion and Conclusion

Despite medical advances, diabetes is a serious health problem that has reached alarming levels. The development of complications in patients evaluated with the diagnosis of diabetes carries significant risks for the patient.

In this study, gender is an important variable in terms of the risk of developing complications and women have 47% less risk of developing complications than men. Age and HbA_{1C} have important effects on the model. While the risk of complications developing increases by 2.7% with each unit increase in age, the risk of complications increases with each unit increase of HbA_{1C} value by 49.0%. (Table 2).

Ozcan (2002), reported that men are more susceptible to nephropathy complications than women (Ozcan, 2002). Women have a more regular lifestyle and diet than men and this reduces the risk of complications. LR analysis showed that age and HDL parameters are effective on the model. It is determined that the risk of developing diabetic complications in both women and men increases with the increase in age. When the age increases by one unit, the risk of developing complications increases by 2.8% while the risk of developing complications decreases by 6.7% as a result of increasing HDL value (Table 3).

When LR analysis results are analyzed in detail, it is seen that age, HbA_{1C}, HDL, VLDL and Triglyceride parameters have a significant effect on the model. As the HDL, VLDL, LDL and Triglyceride values increase, the risk of developing complications decreases. If the age, HbA_{1C}, HDL and VLDL are increased by one unit, the risk of developing complications increases by 3.3%, 28.6% and 8.4%, respectively. Increasing one unit of VLDL and triglyceride reduce the risk of complications by 3.4% and 0.7%, respectively (Table 4).

Park et al. (2017), showed that the average age of patients with diabetic foot complications was significantly higher than those without complications, but HDL, LDL and triglyceride levels were not significant predictors (Park et al. 2017). This study is consistent with Park et al. (2017) results. The reason for this may be the aging of the organism with the advancing age, prolonged diabetes duration and accompanying chronic diseases. HDL, VLDL, LDL and triglycerides results obtained in this study are not consistent with Park et al. (2017). This causes incompatibility; it can be shown that the social and economic levels of the patients in the data set are high, the disease conditions are monitored regularly, the food and beverage states are more controlled, and the blood levels are measured frequently.

It has been determined that the risk of complications will increase with increasing HbA_{1C} value. Selim (2017), found that more complications (retinopathy, nephropathy, neuropathy) developed in diabetic patients with HbA_{1C} values above 7 (Selim, 2017). In addition, the American Diabetes Association (2004) recommends that HbA_{1C} value be below 7.0% in non-pregnant diabetic adults (American Diabetes Association 2004). Current study confirm this information. This situation can be interpreted as bad glycemic index level causing more damage to organs and body systems. In the first logistic regression model based on the complication status, gender, age and HbA_{1C} parameters can be determined as statistically significant variables when gender, age, fasting glucose, postprandial blood sugar and HbA_{1C} value were selected as explanatory variables. It can be said that gender, age and HbA_{1C} variables are factors affecting the complication status. In the multinomial logistic regression model established according to the complication conditions, when the development status of the retinopathy complication is compared to those who develop nephropathy, only postprandial blood sugar is considered as a statistically significant variable. One unit increase in postprandial blood sugar compared to the nephropathy development status increases the risk of retinopathy complications by 3.1%. According to those who developed nephropathy, postprandial blood sugar and HbA_{1C} values were found to be statistically significant in terms of the development of ketoacidosis complication. One unit increase in postprandial blood sugar compared to nephropathy increases the risk of ketoacidosis complication by 4.6%. One unit increase of HbA_{1C} value according to nephropathy development status increases the risk of ketoacidosis complication by 63.9%. When the development of the complication of peripheral circulatory disorders in patients with nephropathy is examined, only postprandial blood sugar is considered as a statistically significant variable. Compared to those who developed nephropathy, one unit increase in postprandial blood sugar increases the risk of peripheral circulatory disorders complications by 3.6%. (Table 5).

The results of this study are very important for patients with diabetes and have an early warning feature. Precautions to be taken against the factors causing complication development will prevent patients with diabetes from experiencing more serious health problems. This will increase the life quality of diabetic patients.

This study was conducted retrospectively on patients who were evaluated with the diagnosis of diabetes in a university hospital. The fact that the patients were constantly followed-up and their controls were frequently performed in university hospitals had an impact on the results. Conducting the study in community-based health institutions will reveal the diabetes profile of the society more clearly. Studies using all of the laboratory data retrospectively will yield better results. Prospective studies using the features selected in this study will contribute to a better understanding of diabetes. In individuals with diabetes, age, gender, blood lipid levels and HbA_{1C} values were observed to be important variables for complication development. For these, community-based

Citation / Atf: TERZİ E., UZUNOĞLU M., TOY A. (2024). Retrospective Investigation of Complication Development Risk Conditions with Logistic Regression Models in Diabetic Patients. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 74-84.

trainings for diabetic patients can be organized to raise awareness of people about diabetes. Thus, complications can be prevented or eliminated.

References

- Alonso, G. T., Coakley, A., Pyle, L., Manseau, K., Thomas, S., & Rewers, A. (2020). Diabetic ketoacidosis at diagnosis of type 1 diabetes in Colorado children, 2010–2017. *Diabetes Care*, 43(1), 117-121.
- Alpar R (2013). Applied Multivariate Statistical Methods (Fourth Edition). Detay Publishing, 637-659, Ankara
- American Diabetes Association (2004). Diagnosis and Classification of Diabetes Mellitus *Diabetes Care*, 31(1): 55-60.
- Bekiari, E., Kitsios, K., Thabit, H., Tauschmann, M., Athanasiadou, E., Karagiannis, T., ... & Tsapas, A. (2018). Artificial pancreas treatment for outpatients with type 1 diabetes: systematic review and meta-analysis. *bmj*, 361.
- Bland, J. M., & Altman, D. G. (2000). The odds ratio. *Bmj*, 320(7247), 1468.
- Bonney, G. E. (1987). Logistic regression for dependent binary observations. *Biometrics*, 951-973.
- Davies, M. J., D'Alessio, D. A., Fradkin, J., Kernan, W. N., Mathieu, C., Mingrone, G., ... & Buse, J. B. (2018). Management of hyperglycemia in type 2 diabetes, 2018. A consensus report by the American Diabetes Association (ADA) and the European Association for the Study of Diabetes (EASD). *Diabetes care*, 41(12), 2669-2701.
- Dawson, B., & Trapp, R. G. (2004). Basic & clinical biostatistics. In *Basic & clinical biostatistics* (pp. 438-438).
- Ebrahim, O. A., & Derbew, G. (2023). Application of supervised machine learning algorithms for classification and prediction of type-2 diabetes disease status in Afar regional state, Northeastern Ethiopia 2021. *Scientific reports*, 13(1), 7779.
- ElSayed, N. A., Aleppo, G., Aroda, V. R., Bannuru, R. R., Brown, F. M., Bruemmer, D., ... & American Diabetes Association. (2023). 2. Classification and diagnosis of diabetes: standards of care in diabetes—2023. *Diabetes care*, 46(Supplement_1), S19-S40.
- Federation, I. D. (2019). IDF diabetes atlas, 9th edn. Brussels. *Belgium2015* [Available from: <http://www.diabetesatlas.org>].
- Gujarati D N (1999). Basic Econometrics (Trans. U. Senesen & G. Senesen), Literatur Publishing, Istanbul
- Hebel, J. R., & McCarter, R. (2011). *Study guide to epidemiology and biostatistics*. Jones & Bartlett Publishers.
- Hosmer, D. W. (1989). Assessing the fit of the model. *Applied logistic regression*.
- International Diabetes Federation. IDF Diabetes Atlas, 4th edn. Brussels, Belgium: International Diabetes Federation, 2009.
- Jensen, E. T., Stafford, J. M., Saydah, S., D'Agostino, R. B., Dolan, L. M., Lawrence, J. M., ... & Dabelea, D. (2021). Increase in prevalence of diabetic ketoacidosis at diagnosis among youth with type 1 diabetes: the SEARCH for Diabetes in Youth Study. *Diabetes Care*, 44(7), 1573-1578.
- Kim, D., Alshuwaykh, O., Dennis, B. B., Cholankeril, G., Knowles, J. W., & Ahmed, A. (2023). Chronic liver disease-related mortality in diabetes before and during the COVID-19 in the United States. *Digestive and Liver Disease*, 55(1), 3-10.
- Liu, N., Wang, G., Liu, C., Liu, J., Huang, S., Zhou, Y., & Xiao, E. (2023). Non-alcoholic fatty liver disease and complications in type 1 and type 2 diabetes: a Mendelian randomization study. *Diabetes, Obesity and Metabolism*, 25(2), 365-376.
- Menard, S. (2002). *Applied logistic regression analysis* (Vol. 106). Sage.
- Mertler, C. A., Vannatta, R. A., & LaVenita, K. N. (2021). *Advanced and multivariate statistical methods: Practical application and interpretation*. Routledge.
- Ozcan S (2002), Diabetes Nursing Association Book, Chapter 13, 145, Istanbul.

Citation / Atf: TERZİ E., UZUNOĞLU M., TOY A. (2024). Retrospective Investigation of Complication Development Risk Conditions with Logistic Regression Models in Diabetic Patients. *İstatistik Araştırma Dergisi*, 14 (1), 74-84.

Park, S. Y., Rhee, S. Y., Chon, S., Ahn, K. J., Kim, S. H., Baik, S. H., ... & KNDP study investigators. (2017). Effects of foot complications in patients with Type 2 diabetes mellitus on public healthcare: An analysis based on the Korea National Diabetes Program Cohort. *Journal of Diabetes and its Complications*, 31(2), 375-380.

Rewers, A., Dong, F., Slover, R. H., Klingensmith, G. J., & Rewers, M. (2015). Incidence of diabetic ketoacidosis at diagnosis of type 1 diabetes in Colorado youth, 1998-2012. *Jama*, 313(15), 1570-1572.

Saracbası O, Dolgun A. (2015) *Logistic regression analysis*. Hacettepe University Publications

Selim, S. (2017). Frequency and pattern of chronic complications of diabetes and their association with glycemic control. *Diabetes & Metabolic Syndrome: Clinical Research & Reviews*, 11, S311-S314.

Walker, S. H., & Duncan, D. B. (1967). Estimation of the probability of an event as a function of several independent variables. *Biometrika*, 54(1-2), 167-179.

Zhang, B. (1999). A chi-squared goodness-of-fit test for logistic regression models based on case-control data. *Biometrika*, 86(3), 531-539.