



T.C.
BAYINDIRLIK ve İSKÂN BAKANLIĞI
AFET İŞLERİ GENEL MÜDÜRLÜĞÜ
DEPREM ARAŞTIRMA DAİRESİ

DEPREM ARAŞTIRMA BÜLTENİ

16



Deprem Araştırma Bülteni (DAB)

*Bulletin of Earthquake Research
(Bull. Earthq. Res.)*



Ocak [January] / 1977
Cilt [Volume]: 3

Sayı [Issue]: 16

İÇİNDEKİLER [INDEX]

Sayfa [Page]

ARAŞTIRMA [RESEARCH]

(Deprem Mühendisliği Açısından) Yapı Dinamiğine Giriş [Introduction to Structural Dynamics (In Terms of Earthquake Engineering)]

Mehmet ÇELEBİ, Mustafa ERDİK 1-121

DİĞER [OTHER]

Sismik Bölgelemede Problemler [Problems in Seismic Zoning]

Ahmet TABBAN 122-132

**DEPREM
ARAŞTIRMA
ENSTİTÜSÜ
BÜLTENİ**

16

**DEPREM
ARAŞTIRMA
ENSTİTÜSÜ
BÜLTENİ**

16

**DEPREM ARAŞTIRMA
ENSTITÜSÜ BÜLTENİ**



Üç Ayda Bir Yayınlanır
Bilim ve Meslek Dergisi



Sahibi

İmar ve İskan Bakanlığı adına
Oktay Ergünay
Deprem Araştırma Enstitüsü Başkanı



Yazı İşleri Müdürü

Aysel Özil
Deprem Araştırma Enstitüsü
Yayın ve Dökümantasyon Müdürü



Yönetim Yeri ve Yazışma Adresi

Deprem Araştırma Enstitüsü
Başkanlığı, Yüksel Sokak No. : 7/B
Yenişehir/ANKARA



Telefon : 18 66 29 — 17 69 55



Basıldığı Yer

Baylan Matbaası 17 75 34 — 25 07 85



İlanlar pazarlığa tabidir.

Deprem Araştırma Enstitüsü Bülteni

YIL : 3

SAYI : 16

OCAK 1977

BU SAYIDA

(Deprem Mühendisliği Açısından)

Yapı Dinamiğine Giriş

M. Çelebi, M. Erdik

Sismik Bölgelemede Problemler

G.W. Housner - P.C. Jennings

**(Deprem Mühendisliği Açısından)
YAPI DİNAMİĞİNE GİRİŞ**

Dr. Mehmet ÇELEBİ*

Dr. Mustafa ERDİK**

I. YAPI DİNAMİĞİNE GİRİŞ

I.1. GENEL

Dinamikte, statikte olduğu gibi, tabiatın denge kanunlarına uyularak cisimlerin davranışı incelenir. Statikte bulunan değişkenlere ilaveten, dinamikte, cisimlerin kütleleri, hususiyetleri ve cisimlere etkiyen kuvvetlerin zamanla değişmesi mühim rol oynar. Yapı dinamiğinde ise, problem, karakteristikleri bilinen bir yapının dinamik zorlamalar altında davranışının incelenmesidir.

Burada üç önemli unsurdan bahsedilmektedir. Birincisi, zamana bağlı kuvvetler; ikincisi, incelenen yapının karakteristikleri ve üçüncüsü ise, yapının davranışdır.

Rüzgar, deprem, darbe, patlama kuvvetleri veya endüstriyel binalarda makina ve motorlardan dolayı meydana gelen titreşim kuvvetleri zamana bağlı kuvvetlerdir. Bu kuvvetlerin en büyük özelliği, kuvvet büyüklüklerinin sabit kalmayıp zamanla değişmesidir. Kuvvetin zamanla değişmesi ile yapı kütlesine etkiyen kuvvetlerde zamanla değişeceğinden yapının mukabelesinin değişmesine sebebiyet verecektir. Genellikle, yapı dinamiğinde, çok kısa (birkaç saniye) süre içerisinde değişen kuvvetler önemlidir.

Yapının karakteristikleri nelerdir? Özetle bunlar yapının boyutları, malzemesi ve zemin durumu olarak sıralanabilir. Ayrıca, yapının konumu da önemlidir. Mesela, değişik eksenleri olan bir yapıya etkiyen dinamik yüklerin yönü önemlidir. Simetrik olmayan yapılarda burulmalı titreşim meydana gelebileceği gibi, simetrik bir yapıya, simetri eksenine göre etkimeyen kuvvetlerde burulmalı titreşime sebep olabilir.

Yapıya etkiyen kuvvetler ve yapı karakteristikleri biliniyorsa, matematiksel model için gerekli done var demektir. Genellikle yapı idealize edilerek, titreşim sistemine ait mekanik bir model elde edilir ve kütlelere ait titreşim denklemleri kurularak çözümü yapılır. Ancak bahsedilen idealizasyonu yaparak, titreşim denklemlerinin çözümünü sağlamak mühendislik açısından amaçların sağlanması demek değildir. Yapının hesaplanan mukabelesinin, yapıyı elastik limit ötesinde davranışa maruz bırakıp bırakmayacağı incelenmelidir. Eğer yapıda plastikleşme meydana gelebilecek ise yapının rijitliği, mukavemeti ve dolayısıyla mukabelesi de değişecektir. Elastik olmayan davranışa göre yapılacak hesaplardan önce, yapıların elastik limit dahilinde kaldığı kabul edilerek yapı titreşimi kavramları incelenecektir.

I.2. ZAMANA BAĞLI (DİNAMİK) KUVVETLERİN SINIFLANDIRILMASI

Yapıları titreşime zorlayan kuvvetlerin var olduğunu bilmek kadar, bu kuvvetlerin çeşitli karakteristiklerini bilmekte yapının davranışını belirlemek

* Asos. Prof. İnşaat Böl. ODTÜ

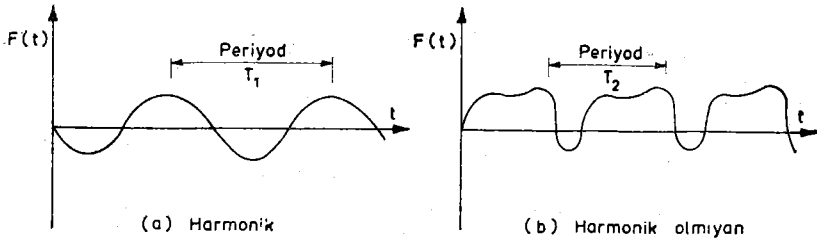
** Y. Prof. İnşaat Böl. ODTÜ

için önemlidir. Mesela, bir kuvvetin, varsa, periyodu, bir yapının davranışı için çok önemlidir. Bundan böyle, zamana bağlı olarak değişen kuvvetleri dinamik kuvvetler olarak tanımlayacağız.

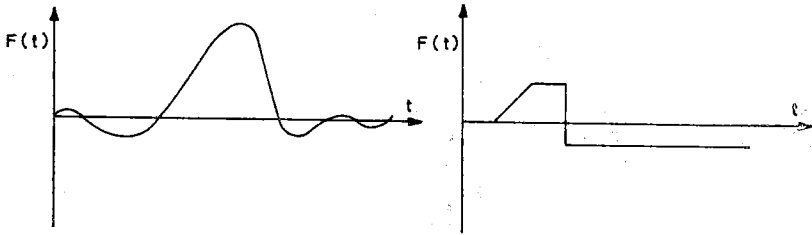
Dinamik kuvvetler birçok şekilde sınıflandırılır. Herhangi bir dinamik kuvveti aşağıdaki çiftli terimlerin biri ile tarif etmek mümkündür.

- a) Periyodik ve Periyodik Olmayan Kuvvetler
- b) Deterministik ve Keyfi Kuvvetler

Periyodik kuvvet genliği belirli bir zaman içerisinde tekrar eden kuvvete denir. Tekrarlanma süresine periyod diyoruz (Şekil I.1). Harmonik veya Harmonik olmayan periyodik kuvvetler vardır. Periyodik olmayan kuvvetler, periyodik kuvvetlerin karakteristiklerini göstermezler (Şekil 1.2).



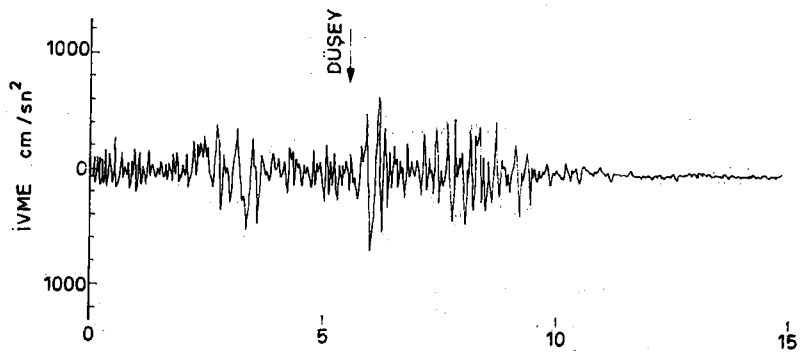
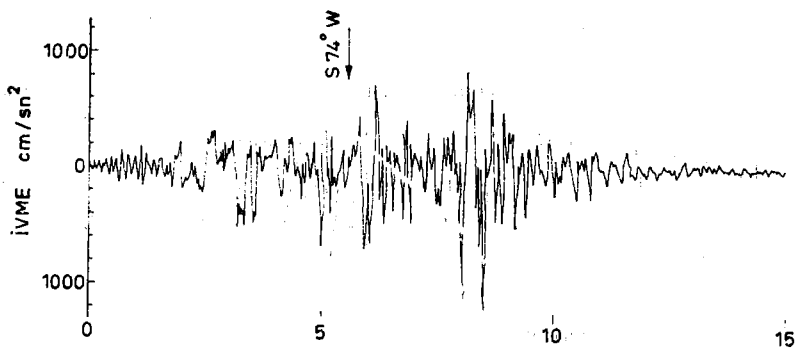
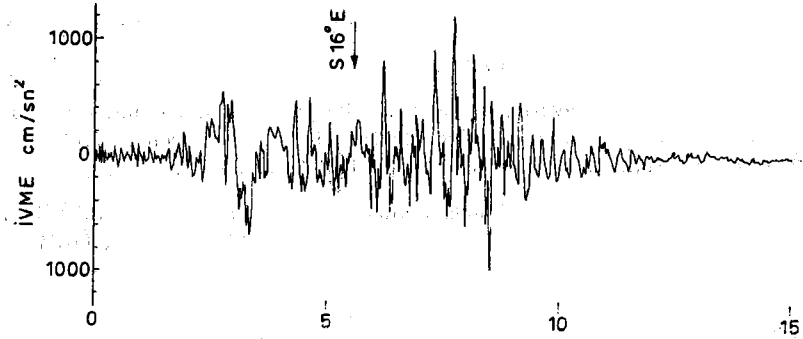
ŞEKİL I.1 PERİYODİK KUUVETLER



ŞEKİL I.2 PERİYODİK OLMİYAN KUUVETLER

Deterministik kuvvetler tabiatlarını tarif edebildiğimiz kuvvetlerdir. Hiç bir tarif içerisinde girmeyen ve keyfi değişiklik gösteren kuvvetlere ise keyfi (random) kuvvetler diyoruz (Şekil I.3).

Yapıları etkileyen kuvvetler bu şekilde tarif edilebilirdiği gibi, kuvvet fonksiyonunun tipi ile de tarif edilebilir :

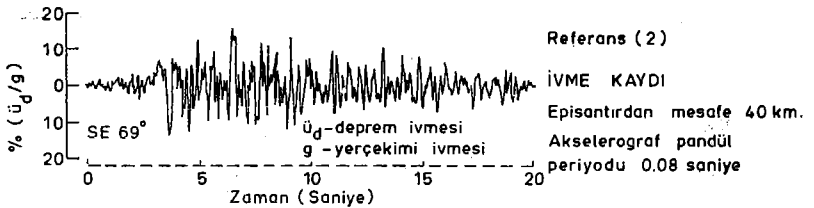
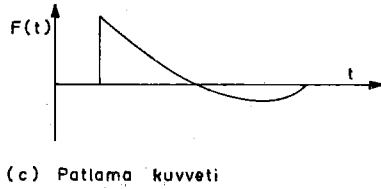
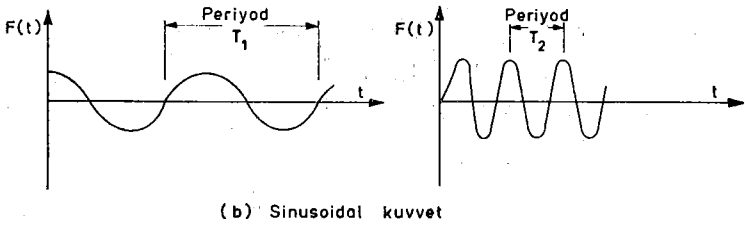
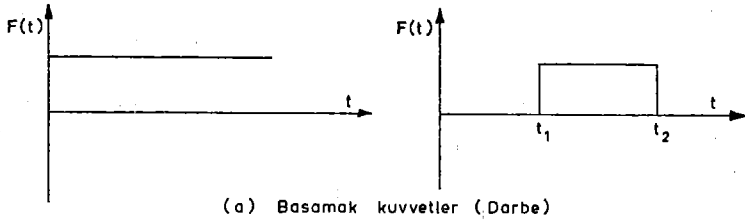


ŞEKİL I.3 KEYFİ (RANDOM) KUVVET (İVME OLARAK)
 (San Fernando, Calif. 1971 depreminde Pacoima barajında
 alınan kayıt - Referans 1)

- a) Basamak veya Darbe Kuvvetleri
- b) Sinusoidal Kuvvetler
- c) Patlama Sonucu Kuvvetler
- d) Keyfi (Random) Kuvvetler

Şekil I.4'de bu kuvvetlerin şematik diyagramları görülmektedir. Darbe kuvvetleri çok kısa zaman içerisinde belirli bir değere erişen kuvvetlerdir. Bu kuvvetlere basamak kuvvetler de denilebilir (Şekil I.4.a.).

Sinusoidal kuvvetler sabit açısal hızla dönen eksantrik bir kütlenin hareketi ile meydana gelebilir (Şekil I.4.b). Bilhassa endüstriyel binalarda bu tip



ŞEKİL I.4 KUVVETLERİN FONKSİYON TİPİNE GÖRE SINIFLANDIRILMASI

kuvvetlerden dolayı meydana gelen titreşimler hissedilebilir. Yakın zamanda ise, çok katlı yapıları veya hatta ağır gövdeli barajları sarsmak ve titreşimden yapının karakteri ve davranışı hakkında bilgi edinmek için bu prensiple çalışan aletler yapılmıştır (3).

Patlamalardan dolayı meydana gelen kuvvetler ise çok değişik bir durum arzeder. Şekil I.4.c'de görüldüğü gibi önce basınç ve sonra emme suretiyle yapılara tesir ederler.

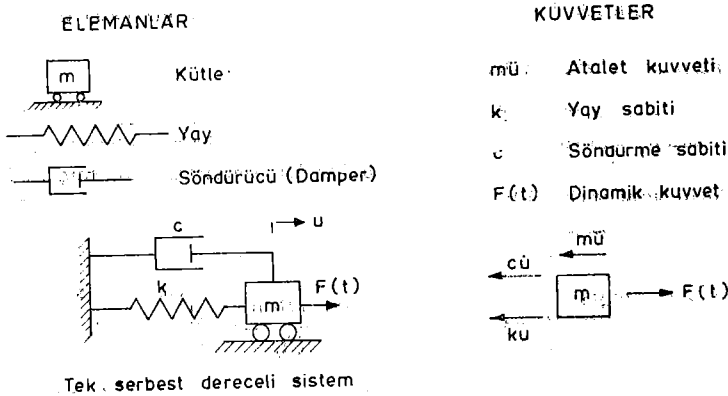
Mühendislik açısından belki en mühim ve yaygın olarak tesirli olan dinamik kuvvet keyfi karakteri haiz deprem kuvvetleridir. Şekil I.3'de San Fernando 1971 depreminde Pacoima Barajından alınan ivme kayıtları görülmektedir.

I.3. TİTREŞİM SİSTEMLERİ VE ELEMANLARI

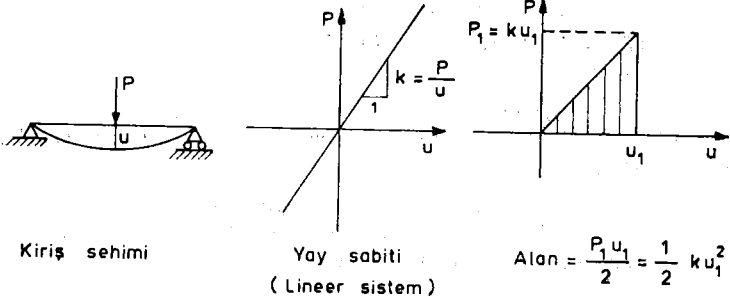
Titreşimlerini incelemek istediğimiz yapılar genellikle sürekli elemanların bağlantı noktalarında birleştirilmesiyle meydana gelen sistemlerdir. Her sistemin belirli karakteristikleri vardır. Bir yapı sistemi elemanlarının sürekli kütleleri olduğu farzedilerek titreşim denklemlerini kurmak ve bu denklemleri çözmek güçtür. Bu durumda yapılan işlem, yapıyı idealize etmeye yönelir. Sürekli kütlelerin bulunduğu sistemlerden kütle-yay prensibini kullanan basit mekanik sistemlerin elde edilmesi işine idealizasyon denilmektedir. Böylece, mekanik sistemin elemanları, titreşim denklemleri ve dolayısıyla çözümleri basitleştirilmektedir.

Önce, sistemleri meydana getiren elemanları tanımlayalım (Şekil I.5) :

KÜTLE : Ağırlığın yer ivmesine bölünmesiyle elde edilen değere kütle denir. Gerçekte yapı elemanlarının ağırlıkları ve yükleri yayık yük ise genellikle ağırlıkların ve dolayısıyla kütlelerin müferrit noktalarda toplandığı farzedilir. Böylece, kirişlerin döşeme ve diğer elemanlardan gelen kütleleri ta-



ŞEKİL I.5 İDEALİZE EDİLMİŞ TEK SERBEST DERECELİ MEKANİK SİSTEM ELEMAN VE KUVVETLERİ

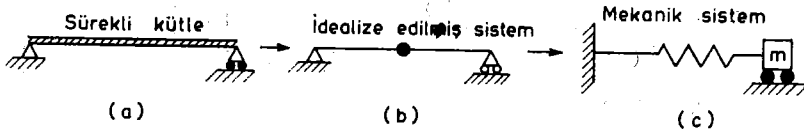


ŞEKİL I.6 YAY SABİTİ, YAY KUVVETİ VE POTANSİYEL ENERJİ

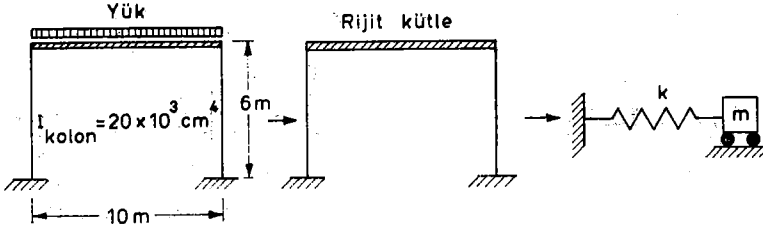
şığı kabul edilir. Kütle, titreşim denkleminde hareketin aksi yönündeki atalet kuvveti teriminde yer alır.

YAY VE YAY SABİTİ : Basit bir kirişin ortasına kiriş eksenine dik bir P kuvveti konulduğunda, kuvvetin tatbik edildiği noktada ve kuvvet istikametine u deplasmanı meydana gelecektir (Şekil I.6). Kiriş lineer elastik ve deplasmanlar ufak kaldığı müddetçe, tatbik edilen P kuvvetinin karşılığında elde edilen u deplasmanına oranı bir sabit olarak kalır (Hooke Kanunu). Şu halde tatbik edilen kuvvet istikametinde birim deplasmanı sağlayan kuvvete yay sabiti (k) diyoruz. Kirişe tatbik edilen kuvvet aniden kaldırıldığında, kirişin şekil değiştirmesiyle biriken potansiyel enerji kirişin hareket etmesiyle kazanacağı kinetik enerjiye dönüşür. Biriken potansiyel enerjinin rolü, kirişe «eski şekline dönme» veya «yaylanma» kabiliyetini vermektir. Bu hareket esnasında yayın, kirişin kütesine tatbik ettiği kuvvete yay kuvveti (ku) diyoruz. Yapılarda genellikle kolonların yay vazifesi gördüğü kabul edilir. Yay sabiti ise statikte bilinen metodlarla tesbit edilir.

Şekil I.7'deki basit kirişi ele alalım. Eğer kirişin kütlesi münferit tek kütle olarak kabul edilirse, şekilde görülen mekanik sistem kirişin titreşimini temsil eder. Burada gerçekten çok kaba bir basitleştirme yapılmıştır. Münferit kütlelerin yani serbestlik derecesinin sayısı arttıkça sistem çözümünün gerçeğe daha yaklaşacağı belirtilmelidir.



ŞEKİL I.7 BİR KİRİŞİN İDEALİZASYONU



ŞEKİL I.8 BİR ÇERÇEVENİN İDEALİZASYONU

Şimdi Şekil I.8'de görülen çerçeveyi ele alalım. Çerçeve kirişlerinin sonsuz rijitliğe sahip olduğu kabul edilirse, malzemenin Young Modülü $E = 2,0 \times 10^8$ t/cm² alınarak, çerçevenin toplam yay sabiti

$$k = 2 \times 12 EI/h^3 = 24 \times 20 \times 10^6 / 6^3 \times 10^6 = 45,4 \text{ t/cm olarak bulunur.}$$

Çeşitli kuvvet-deformasyon durumlarına göre yay sabitleri Şekil I.9'da özetle verilmiştir.

SÖNDÜRÜCÜ (DAMPER) : Titreşim halindeki bir sistemde iç ve dış sürtünme ve titreşimi besleyen kuvvet olmasa, sistemin potansiyel enerjisi ile kinetik enerjisi arasındaki denge hareketin devamını sağlar. Hakikatte ise sistemin titreşim deplasmanları devamlı olarak azalır ve neticede titreşim sona erer.

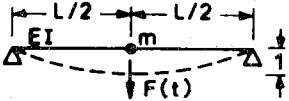
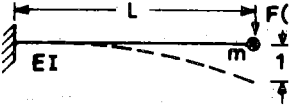
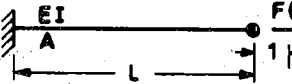
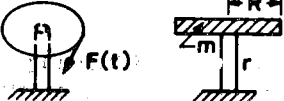
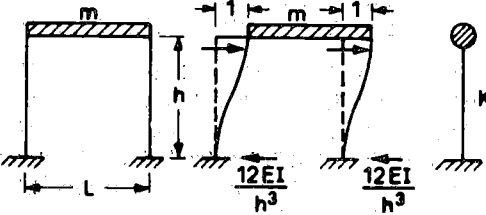
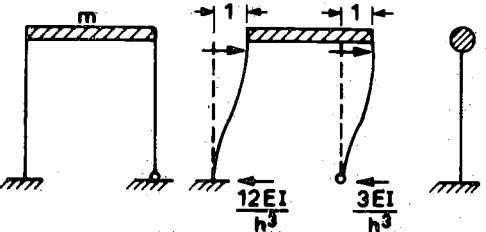
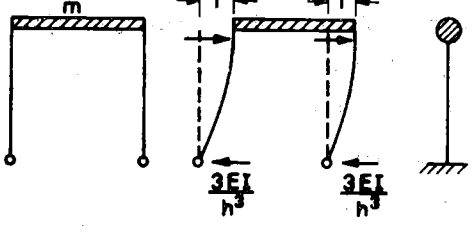
Her malzemenin iç sürtünmesinden dolayı söndürüm kabiliyeti vardır. Bir yapı sisteminde ise söndürüm derecesini çoğaltabilecek elemanlar olabilir. Mesele, dolgu duvarları, yapı elemanlarının bağlantı noktaları, plastikleşme ve nihayet betonarme bir yapıdaki çatlaklar söndürüm kabiliyetinin derecesi ile ilgilidir. Söndürüm dolayısıyla sistem enerjisinin bir kısmı başka bir enerji şekline dönüşmekte, deprem mühendisliği tabiriyle, enerji yutulmaktadır. Herhangi bir genelleşme yapılmaz ise de, deprem mühendisliği açısından enerji yutma niteliği fazla olan yapılar tercih edilir.

Söndürümün var olması, titreşim denklemlerinde sönüm kuvvetiyle temsil edilir. Bu kuvvetler iki şekilde ifade edilir; birincisi, Coulomb sönümü olarak tanınan sürtünme kuvveti, ikincisi ise, viskoz sönüm kuvvetidir. Tecrübelerden ve deneylerden elde edilen bilgilere göre, yapılarda sönüm genellikle viskoz sönümü tipindedir; yani sönüm kuvveti titreşim hızı (\dot{u}) ile orantılıdır (4). Sönüm sabiti c , sönüm kuvveti $c\dot{u}$ olarak alınır.

Elemanları inceledikten sonra, sistemleri şöylece sıralayabiliriz :

- Münferit (discrete) veya Sürekli (continuous) Sistemler
- Sönümlü veya Sönümsüz Sistemler
- Serbest veya Zorlanan Sistemler
- Lineer veya Lineer Olmayan Sistemler

Münferit veya sürekli sistemler kütleli durumları ile ilgili olarak yapılan sınıflandırmadır. Münferit sistemde kütle belirli sayılı noktalarda toplanır.

İdealize Edilmiş Sistem ve Yük Durumu	K
 <p data-bbox="630 324 835 395">E = Young modülü I = Atalet momenti</p>	$48 \frac{EI}{L^3}$
	$\frac{3EI}{L^3}$
 <p data-bbox="630 589 799 624">A = Kesit alanı</p>	$\frac{AE}{L}$
 <p data-bbox="630 689 835 772">J_p = Polar atalet momenti G = Kayma modülü</p>	$\frac{GJ_p}{L}$
	$\frac{24EI}{h^3}$
	$\frac{15EI}{h^3}$
	$\frac{6EI}{h^3}$

ŞEKİL 1.9 YAY SABİTLERİ

Genellikle, kiriş üzerinde düğünlen ve sonradan münferit noktalarda toplandığı kabul edilen kütle, çok katlı bir yapının bir katı için, kat ağırlığı ile beraber katta birleşen kolonların ağırlıklarının yarısı olarak alınır. Kirişin sonsuz rijitliği bulunduğu, böylece sadece kolonların deformasyona uğradığı kabul edilir. Her münferit kütle için bir titreşim denklemleri kurulacağından çok katlı yapılarda kat sayısı kadar serbestlik derecesi veya koordinatları olduğu kabul edilir. Bu şekilde idealize edilen çerçevelere kesme çerçevesi (shear frame) denir. Yapılan incelemelere göre, lineer sistemlerde yapıları kesme çerçevesi veya esnek çerçeve olarak kabul ederek hesap etmek arasındaki fark genellikle ihmal edilebilecek kadar azdır (5). Kütlelere tekabül eden koordinatlar ise, kütlelerin titreşim halindeki deformasyon durumunu belirlerler.

Sürekli sistemlerde kütleler eleman uzunluğunca yayıktır. Bu sistemlerin titreşim denklemleri kurulurken atalet kuvvetlerinin sürekli kütlelerin diferansiyel bir parçasına etkidiği farzedilerek elde edilir. Sürekli sistemin sonsuz serbestlik derecesi vardır.

Sönümlü veya sönümsüz sistemler yapının enerji yutma kabiliyetine göre yapılan sınıflandırmadır. Birçok sistemlerin sönüm kabiliyeti bilinmeyeceğinden, sönüm sabitleri için deneylerden elde edilen ve eski tecrübelerle dayanan değerler kullanılır. Yine birçok sistemlerde ise, sönüm, hesap kolaylığı bakımından ihmal edilir.

Serbest veya zorlanan sistemler, sisteme etkiyen dinamik kuvvetin varlığına göre yapılan sınıflandırmadır. Dinamik kuvvetler, deprem, patlama, darbe veya başka zamana dayanan bir kuvvet olabilir.

Lineer veya lineer olmayan sistemler malzemelerin gerilme-birim uzama ilişkileri, dinamik yüklerin şekli veya eksenel kuvvetlerin varlığı ile ilgili sınıflandırmadır.

Bir sistemde, kütle, atalet kuvveti ve dolayısıyla kinetik enerji, yay, yay kuvveti ve potansiyel enerji, söndürücü, sönüm kuvveti ve sönüm enerjisi ve dinamik kuvvet ise, sistemi dışardan besleyen «besleme» enerjisi ile ilgili olduklarından, enerjiler arasındaki denge, titreşimin devamını sağlar. Bu durumda problem, bir sisteme etkiyen kuvvetler arasındaki belirli bağlantıların matematiksel ifadesine indirgenmektedir.

Tek serbest dereceli bir sistemin (Şekil 1.5) hareketini düşünelim. Newton Kanununa göre, bir kütleyle etkiyen kuvvetlerin toplamı sıfıra eşittir. Şu halde, en genel hareket denklemi :

ATALET KUVVETİ (mü) +

SÖNÜM KUVVETİ (cü) +

YAY KUVVETİ (ku) —

DİNAMİK KUVVET F(t) = 0

L1

elde edilir.

Önce tek serbestlik dereceli sistemlerin sönümsüz olması halindeki titreşimleri incelenecek ve sonra sönümlü sistemler ele alınacaktır.

II. TEK SERBESTLİK DERECELİ SÖNÜMSÜZ SİSTEMLER

II.1. GENEL

İdealize edilmiş tek serbestlik dereceli (TSD) bir sistem, yapı dinamiğinde ve deprem mühendisliğinde «osilatör» olarak tanınır. Osilatör, formülasyonu ve çözümü en basit olan sistemdir. Bu sebeple, titreşim denklemleri osilatör için çözülecek ve incelenecektir.

Sistemin sönmümsüz olduğu kabul edilirse, denklem I.1 deki sönmü sabiti c sıfıra eşitlenir. Böylece, denklem :

$$m\ddot{u} + ku = F(t) \quad \text{II.1}$$

şeklini alır. Burada $F(t)$ eşdeğer kuvvet anlamındadır. Diğer bir ifade ile, $F(t)$, ya doğrudan doğruya kütleyi etkileyen kuvveti veya zemin ivmesiyle kütle çarpımından doğan kuvveti temsil eder.

II.2. SERBEST TİTREŞİM VE İLGİLİ DİNAMİK TERİMLERİN TARIFI

Sisteme etkileyen dış kuvvetler olmazsa, serbest titreşim denklemi elde edilir :

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad \text{II.2}$$

Bu denklem basit harmonik hareket adını verdiğimiz titreşimi temsil eder. Tabiiyle titreşimin meydana gelmesi için sistem üzerinde önceden bir zorlama olması gerekir. Basit harmonik harekette ivme (\ddot{u}), deplasman (u) ile orantılıdır. Eğer $\omega_n^2 = k/m$ olarak alınırsa denklem II.2'nin çözümü :

$$u = C_1 \sin(\omega_n t) + C_2 \cos(\omega_n t) \quad \text{II.3}$$

olarak elde edilir. C_1 ve C_2 sabitleri başlangıç durumlarından elde edilecektir. Başlangıç deplasmanı u_0 ve hızı \dot{u}_0 ise,

$$u = (\dot{u}_0/\omega_n) \sin(\omega_n t) + u_0 \cos(\omega_n t) \quad \text{II.4}$$

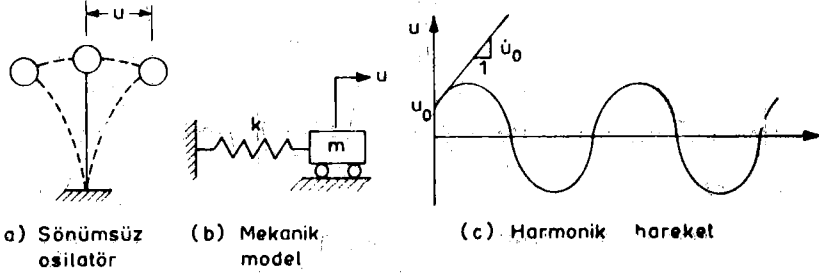
olur. Deplasmanın zamana göre değişimi Şekil II.1'de görülmektedir.

Denklem II.4 şu şekilde yazılabilir :

$$u = A \cos(\omega_n t + \theta) \quad \text{II.5}$$

Burada $A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ hareketinin genliğini (diğer bir ifade ile maksimum deplasmanını) ve $\theta = \tan^{-1}(C_2/C_1)$ faz açısını temsil eder.

Serbest sönmümsüz titreşim belirli bir zamanda tekrar eder. Maksimum deplasmanı (A) ve bir devirin tamamlanması için gerekli zamanı (tabii periyod — T_n) bulunan bir titreşim tamamen tarif edilmiş sayılır. Denklemlerdeki ω_n parametresi, hareketin tabii açısal hızıdır veya açısal frekansdır (radyan/saniye olarak verilir). Tabii periyod ile tabii açısal hız arasındaki ilişki şöyledir.



ŞEKİL II.1 OSİLATÖR VE SERBEST TİTREŞİM

$$T_n = 2\pi/\omega_n = 2\pi \sqrt{m/k} \quad (\text{saniye}) \quad \text{II.6}$$

ve tabii frekans

$$f_n = 1/T_n = (1/2\pi) \sqrt{k/m} \quad (\text{devir/saniye}) \quad \text{II.7}$$

Şu halde, kütle ve yay sabiti bilinen tek katlı bir yapının tabii periyodu basit bir şekilde hesaplanabilir. Serbestlik derecesi arttıkça, tabii periyodların hesaplanması zorlaşır. Tabii periyod, bir sistemin en mühim karakteristiğidir. Zorlanmış sistemlerde tabii periyodun rolü daha iyi anlaşılacaktır.

II.3. ZORLANMIŞ SÖNÜMSÜZ SİSTEM

Titreşime sebep olan bir $F(t)$ kuvveti için hareketin diferansiyel denklemi

$$m\ddot{u} + ku = F(t)$$

veya

$$\ddot{u} + \omega_n^2 u = F(t)/m \quad \text{II.8}$$

olup, çözümünü ise daha önce önemi belirtilen $F(t)$ kuvvet fonksiyonunun tipine bağlıdır. Değişik $F(t)$ fonksiyonları için sistemin mukabelesini incelemek gerekir.

a) Sabit Kuvvet : $F(t) = F_1$

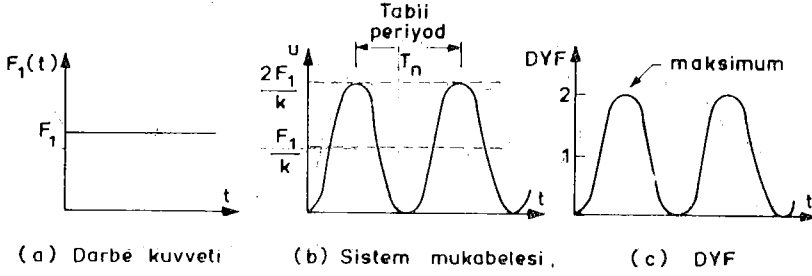
Yay sabiti ve kütlesi bilinen bir sisteme F_1 büyüklüğünde bir darbe kuvveti tatbik edilirse, denklem II.8'in çözümü :

$$u = C_1 \sin(\omega_n t) + C_2 \cos(\omega_n t) + F_1/k \quad \text{II.9}$$

şeklini alır. Bu denklemin ilk iki terimi serbest titreşime tekabül eden komplementer çözüm, üçüncü terim ise zorlama kuvvetine ait özel çözümdür. Başlangıç durumunda ($t=0$), deplasman u_0 ve hız \dot{u}_0 ise $C_2 = -F_1/k$ ve $C_1 = 0$ olarak bulunarak çözüm :

$$u = (F_1/k) (1 - \cos \omega_n t) = (F_1/k) (1 - \cos 2\pi t/T_n) \quad \text{II.10}$$

şeklini alır. Deplasmanın Denklem II.10 ile verilen değişimi Şekil II.2'de gösterilmiştir. Buna göre, m kütesinin F_1 darbe kuvvetine mukabelesi sadece bir



ŞEKİL II.2 DARBE KUVVETİNE KARŞI TSD SİSTEM MUKABELESİ

tek değişiklikle harmonik basit harekete benzemektedir. Bu değişiklik deplasman ekseninin F_1/k kadar yer değiştirmesidir.

Burada önemli bir terim daha tarif edilecektir. Önce yay sabiti k olan bir sistemin F_1 büyüklüğünde bir statik kuvvetten dolayı u deplasmanının F_1/k olacağı hatırlanmalıdır. Halbuki, denklem II.10 veya Şekil II.2.b'den görüldüğü gibi yine F_1 büyüklüğünde sabit bir darbe kuvvetine mukabele eden sistemin maksimum deplasmanı $2F_1/k$ olarak bulunmuştur. Şu halde, dinamikte, titreşimin önemli bir neticesi, birçok hallerde cisimlerin deplasmanlarının statik deplasmana göre daha büyük olmasıdır. Böylece, statige irca için, DİNAMİK YÜK FAKTÖRÜ (DYF) tarif edilir. Bu tarife göre, DYF, tatbik edilen bir kuvvetten dolayı meydana gelen dinamik deplasmanın statik deplasmana oranıdır. Sabit bir darbe yükü için :

$$DYF = \frac{u_{\text{dinamik}}}{u_{\text{statik}}} = 1 - \cos(\omega_n t) \quad \text{II.11}$$

olarak elde edilir. Darbe yükü F_1 için DYF'nin değişimi Şekil II.2.c'de gösterilmiştir.

Eğer tatbik edilen bir kuvvet, darbe kuvvetinde olduğu gibi sabit bir kuvvet değilse, DYF, belirli bir zaman için bulunur. Bu zaman içerisinde maksimum kuvvetin değeri en büyük dinamik ve statik deplasmanı hesaplamakta kullanılır. Darbe kuvveti için $DYF = 2$ dir.

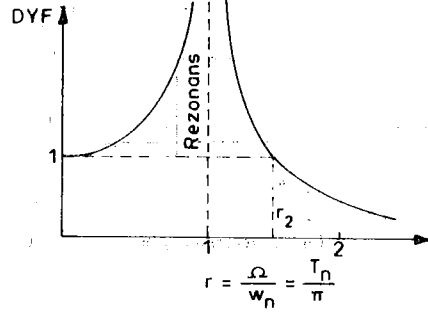
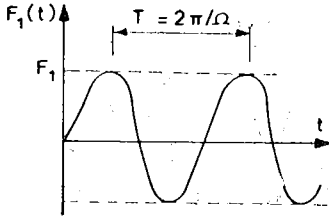
b) Harmonik Zorlama : $F(t) = F_1 \sin \Omega t$.

Şekil I.3.a'da görülen $T_1 = 2\pi/\Omega$ periyodlu $F_1 \sin \Omega t$ harmonik kuvvet için titreşim denklemi

$$m\ddot{u} + ku = F_1 \sin \Omega t \quad \text{II.12}$$

olur. Başlangıç durumu $t=0$ için $u=\dot{u}=0$ olan sistem için çözüm :

$$u = \frac{F_1}{k} \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_n}\right)^2} \right) \left\{ \sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega_n} \sin \omega_n t \right\} \quad \text{II.13}$$



(a) Dinamik kuvvet (Sinüsoidal) (b) DYF ve rezonans olayı

ŞEKİL II. 3 HARMONİK DİNAMİK KUVVET VE DYF

veya $r = \Omega/w_n = T_n/T_1$ olarak alınırsa,

$$DYF = \frac{1}{1-r^2} \left\{ \sin r w_n t - r \sin \frac{\Omega}{r} t \right\} \quad \text{II.14}$$

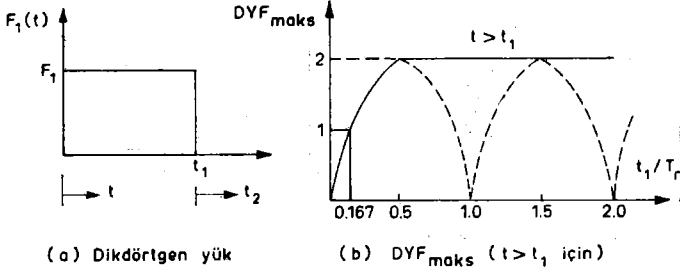
elde edilir. Mühendislikte yapıdaki gerilmelerin tesbiti için DYF'nin zamanla değişmesinden çok, onun maksimum değeri önemlidir. Bunu elde etmek için denklem II.14'ün türevini alıp sifıra eşitlemek gerekir. İşlem uzun olduğundan burada gösterilmeyecektir. Fakat önemli bir sonuç, Şekil II.3b'de gösterilmiştir. Bu şekilde görüldüğü gibi, sistem periyodunun harmonik kuvvet periyoduna olan oranı çok büyük olduğu takdirde, sistemin mukabelesi küçüktür. Bu oran küçük olursa, dinamik mukabele statik mukabeleye yaklaşır. Sisteme etkileyen kuvvetin periyodu sistemin tabii periyoduna yaklaştıkça, sistemin deplasmanları asimtotik değerlere erişecektir (elastik teoriye göre ve sönüm olmaması halinde). Bu olaya REZONANS denir. Deprem mühendisliği açısından mühim bir olay olan rezonans her ne pahasına olursa olsun önlenmelidir. 28 Mart 1970 Gediz Depreminde episantırdan 130 km. uzakta bulunan Bursa Fiat Otomobil Fabrikasının bazı yapılarının yıkılmasına zemin periyodu ve yapı periyodunun yaklaşık olması sebebiyle meydana gelen rezonans olayının sebep olduğu belirtilmiştir (6).

c) Duhamel Entegralinin Dinamik Kuvvetler İçin Uygulanması

Ek I'de Duhamel Entegral Denklemi elde edilmektedir. Bu denklem, bilinen bir sistemin, zamana göre değişimini bilinen dinamik kuvvetlere karşı belirli süreler için mukabelesini verir :

$$u = \frac{1}{m w_n} \int_0^t F(\tau) \cdot \sin w_n (t-\tau) d\tau \quad \text{II.15}$$

Mesela, Şekil II.4'e görülen t_1 gibi kısa süreli dikdörtgen darbe kuvvetini ele alalım. Titreşim durumu iki süre için incelenecektir :



ŞEKİL II.4 DİKDÖRTGEN DARBE YÜKÜ VE $t > t_1$ İÇİN DYF_{maks}

i) $t < t_1$ ise

$mw_n^2 = k$ olduğundan

$$u = \frac{1}{mw_n} \int_0^t F_1 \sin w_n (t-\tau) d\tau = \frac{F_1}{mw_n^2} (1 - \cos w_n t) \quad \text{II.16}$$

$mw_n^2 = k$ olduğundan

$$u = (F_1/k) (1 - \cos w_n t) \quad \text{II.17}$$

olur. Tarife göre,

$$DYF = (1 - \cos w_n t) = 1 - \cos 2\pi t/T_n \quad \text{II.8}$$

dir. Bu neticeler daha önce elde edilmmişti.

ii) $t > t_1$ ise :

$t = t_1$ olması halinde deplasman ve hız $t > t_1$ süresi için titreşim başlangıç durumunu verir. Bu sürede, dinamik yük olmadığından, hareket serbest titreşim olarak devam eder.

$t = t_1$ için

$$u(t_1) = (F_1/k) (1 - \cos w_n t_1) \quad \text{II.19}$$

ve

$$\dot{u}(t_1) = (F_1/k) w_n \sin w_n t_1 \quad \text{II.20}$$

elde edilir. Şu halde, $t > t_1$ olduğundan $t_2 = t - t_1$ olarak alınırsa, denklem II.4'den

$$u = \frac{F_1}{k} \sin w_n t_1 \sin w_n t_2 + \frac{F_1}{k} (1 - \cos w_n t_1) \cos w_n t_2$$

veya

$$u = \frac{F_1}{k} \sqrt{(\sin w_n t_1)^2 + (1 - \cos w_n t_1)^2} \cdot (\sin w_n t_2 - \alpha) \quad \text{II.21}$$

$$u = \frac{F_1}{k} (2\sin w_n \frac{t_1}{2}) \cdot (\sin w_n t_2 - \alpha) \quad \text{II.22}$$

elde edilir. Yine tarife göre,

$$DYF = 2\sin (w_n t_1/2) (\sin w_n t_2 - \alpha) \quad \text{II.23}$$

veya

$$DYF = 2\sin \frac{\pi t_1}{T_n} (\sin w_n t_2 - \alpha) \quad \text{II.24}$$

olur. Maksimum DYF ise,

$$DYF_{\text{maks}} = 2\sin \frac{\pi t_1}{T_n} \quad \text{II.25}$$

olarak elde edilir. Buna göre, $t_1/T_n = 1/6$ ise, maksimum DYF < 1 olmaktadır. Yani darbe kuvveti süresinin sistemin tabii periyoduna göre oranı küçük ise, sistemin mukabelesi de statik mukabeleden büyük olmamaktadır.

$t_1/T_n = (2n-1)/2$ ($n=1, 2, 3, \dots$) değeri için maksimum mukabeleden elde edilen DYF = 2 olmaktadır. Bu değerler haricinde maksimum DYF 0 ile 2 arasında değişirse de mühendislik hesapları için DYF'nin 2 olduğu kabul edilecektir (Şekil II.4.b).

Yapı dinamiğinde ve deprem mühendisliğinde, bir sistemin maksimum mukabelesi, sistemin tabii periyoduna göre grafiklendirilirse, **MUKABELE SPEKTRUMU** elde edilmiş olur (2). Şekil II.4.b'de dikdörtgen darbe kuvveti için mukabele spektrumu gösterilmiştir.

d) Başka Dinamik Yükler ve Sistem Mukabelesi

Şekil II.5'de diğer kısa süreli dinamik yükler için, Duhamel Entegral Denklemi ile elde edilen mukabele fonksiyonları verilmektedir. Şekilde verilen mukabele denklemlerinin maksimum değerleri bulunarak DYF elde edilebilir (7).

e) Deprem Hareketinden Doğan Deformasyonlar

a, b, ve c bölümlerinde özel dinamik yükler için bulunan sistem deformasyonları, benzer zemin hareketleri içinde geçerlidir. Zemin hareketleri ve yarattığı deplasmanlar aşağıda gösterilmiştir.

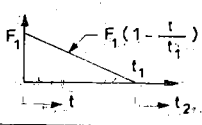
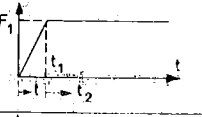
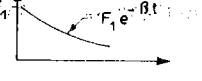
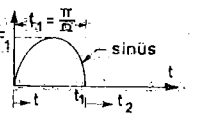
Basamak zemin ivmesi : $\ddot{u}_d(t) = (\ddot{u}_d)_0$

$$u(t) = \frac{(\ddot{u}_d)_0}{\omega_n^2} (1 - \cos \omega_n t) \quad \text{II.26}$$

Genel zemin ivmesi için,

$$u(t) = \frac{1}{\omega_n} \int_0^{t_1} \ddot{u}_d(\tau) \cdot \sin \omega_n (t-\tau) d\tau \quad \text{II.27}$$

kullanılabilir.

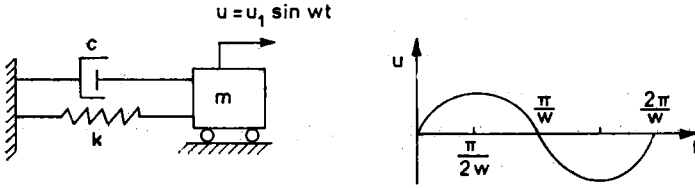
DİNAMİK KUVVET FONKSİYONU	SÜRE	DUHAMEL ENTEGRAL
		$\frac{1}{mw_n} \int_0^{t_1} F(t) \sin w_n (t-T) dT$
	$t < t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \left(1 - \cos w_n t - \frac{t}{t_1} + \frac{\sin w_n t}{w_n t_1} \right)$
	$t > t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \left(-\cos w_n t - \frac{\sin w_n t^2}{w_n t_1} + \frac{\sin w_n t_1}{w_n t_1} \right)$
	$t < t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \left(t - \frac{\sin w_n t}{w_n} \right)$
	$t > t_1$	$\frac{F_1}{mw_n^2} \left(1 + \frac{\sin w_n t^2}{w t_1} - \frac{\sin w_n t}{w} \right)$
	t	$\frac{F_1 w_n}{w_n^2 + \beta^2} \left(e^{-\beta t} - \cos w_n t + \frac{\beta \sin w_n t}{w_n} \right)$
	$t < t_1$	$\frac{(F_1/K) w_n}{w_n^2 - \Omega^2} (w_n \sin \Omega t - \Omega \sin w_n t)$
	$t > t_1$	$\frac{(F_1/K) w_n}{w_n^2 - \Omega^2} \left[(1 + \cos w_n t_1) \sin w_n t_2 + \sin w_n t_1 \cdot \cos w_n t_2 \right]$

ŞEKİL II.5 DUHAMEL ENTEGRALI İLE BAZI KUVVETLERİN MUKABELELERİNİN HESABI

III. TSD SİSTEMLERİNİN SÖNÜMLÜ TİTREŞİMİ

III.1. SÖNDÜRÜCÜNÜN ENERJİ YUTMASI

Basitleştirilmiş TSD bir sistemin elemanları arasında kütle ve yaydan başka, bir de söndürücünün bulunduğu ve sönüm kuvvetinin genellikle kütle hızına orantılı olduğu belirtilmişti. Gerçekte, sönümsüz bir yapı düşünülemez. Sistem elemanlarından yay (yayın kendisinin sürtünmesi olmadığı kabul edilirse) enerji kaybına sebep olmaz. Meselâ, Şekil III.1'deki tek serbest dereceli sistem kütlelerinin sinusoidal hareketi olduğunu kabul ederek, bu hareketin tek deviri (periyodu) için yayın ve söndürücünün yaptığı işi hesaplayalım (8). Yay için :



ŞEKİL III.1 SÖNÜMLÜ MEKANİK MODEL VE KÜTLEYE VERİLEN DEPLASMAN

$$\begin{aligned} \dot{I}_s = W_{\text{yay}} &= \int_0^T Fdu = \int_0^T Kudu = \int_0^T ku_1^2 (\sin wt) w (\cos wt) dt \\ &= \frac{ku_1^2 w}{2} \int_0^{\frac{2\pi}{w}} \sin 2wt dt = 0. \end{aligned}$$

Söndürücü için :

$$\begin{aligned} \dot{I}_s = W_{\text{söndürücü}} &= \int_0^T Fdu = \int_0^T C \frac{du}{dt} dt = \int_0^T C \frac{du}{dt} \frac{du}{dt} dt \\ &= \int_0^{\frac{2\pi}{w}} \frac{C u_1^2 w^2 \cos^2 wt}{w} dt = \frac{2\pi^2 C_1^2}{T} \neq 0. \end{aligned}$$

Şu halde söndürücü sisteme verilen enerjinin bir kısmını yutmaktadır.

III.2. SERBEST, SÖNÜMLÜ TITREŞİM

Sisteme etkiyen kuvvetler yoksa, sistem mukabelesi serbest titreşimle tarif edilir. Sistemin diferansiyel denklemi :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad \text{III.1}$$

olarak alınır. Diferansiyel denklemin karakteristik denklemini bulmak için

$$u = e^{st} \quad \text{III.2}$$

olarak alınırsa, karakteristik denklem

$$s^2m + sc + k = 0 \quad \text{III.3}$$

ve onun kökleri

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}$$

veya

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \left\{ \left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right\}^{0.5} \quad \text{III.4}$$

olarak elde edilir. s_1 ve s_2 kökleri için sistem diferansiyel denkleminin genel çözümü :

$$u = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \quad \text{III.5}$$

olur. A ve B başlangıç durumlarından elde edilecek sabitlerdir. Karakteristik denklemin kökleri, sistem elemanlarını temsil eden c, k ve m'nin değerlerine göre reel veya kompleks olabilir. Buna göre sistemin mukabelesi de değişecektir. Çözüm, üç değişik durum arzedebilir :

$$a. \left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}$$

$$b. \left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$$

$$c. \left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$$

$$a. \text{ Sönümü büyük hareket } \left\{ \left(\frac{c}{2m}\right)^2 > \frac{k}{m}\right\}$$

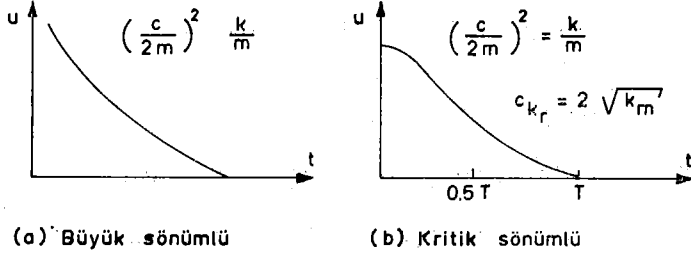
Bu halde iki kök de pozitif ve reeldir. Kökler,

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \left\{ \left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}\right\}^{1/2}$$

ve

$$u = Ae^{-s_1 t} + Be^{-s_2 t} \quad \text{III.6}$$

olur. Titreşim meydana gelmez. Sadece hareket sönümün büyüklüğüne göre belirlenebilen bir zamanda sona erer. Şekil III.2.a'da sönümü büyük olan bir sistemin serbest hareketi görülmektedir.



ŞEKİL III.2 BÜYÜK VE KRİTİK SÖNÜMLÜ HAREKET

b. Kritik sönümlü hareket $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 = \frac{k}{m}$

Bu durumda $s_1 = s_2 = -\frac{c}{2m} = s_3$ olduğundan diferansiyel denklemin çözümlü :

$$u = Ae^{-s_3 t} + Bte^{-s_3 t}$$

olur. Bu durumda da titreşim meydana gelmez. Hareket, Şekil III.2.b'deki gibi söner.

Burada kritik sönümlü hareketi meydana getiren sönüm sabiti

$$c_{kr} = 2 \sqrt{km}$$

tarif edilecektir. Şu halde yay sabiti (k) ve kütlesi (m) bilinen bir sistemin kritik sönüm sabiti kolaylıkla hesaplanabilir. Demek ki sistemin gerçek sönüm sabiti (c) kritik sönüm sabitinden (c_{kr}) küçük ise titreşim meydana gelmektedir. Sistemin gerçek sönüm sabiti, kritik sönüm sabitinin yüzdesi (SÖNÜM YÜZDESİ) $h = c/c_{kr}$ olarak ifade edilir.

c. Titreşim durumu $\left(\frac{c}{2m}\right)^2 < \frac{k}{m}$

Bu durumda her iki kök de kompleksdir. Eğer, $a = c/2m$ ve $b = \sqrt{(k/m) - a^2}$

$$s_1 = -a + ib$$

$$s_2 = -a - ib$$

$$\text{ve } u = Ae^{(-a+ib)t} + Be^{(-a-ib)t}$$

$$\text{veya } u = e^{-at} (Ae^{ibt} + Be^{-ibt})$$

olur. $e^{ibt} = \cos(bt) - i \sin(bt)$ olduğu hatırlanırsa,

$C = A + B$ ve $D = i(A - B)$ alınarak,

$$u = e^{-at} \{C \cos(bt) - D \sin(bt)\} \quad \text{III.9}$$

elde edilir. Bu denklemde görülen $a = c/2m$ ve $b = \sqrt{\{(k/m) - a^2\}}$ terimlerini inceleyelim. Eğer $b = w_n \sqrt{1 - (a/w_n)^2}$ olarak alınırsa, a/w_n terimi daha önce tarif edilen $h = c/c_{kr}$ terimine eşit olduğundan, $b = w_s = w_n \sqrt{1 - h^2}$ elde edilir. w_s , sistemin sönümlü açısal hızıdır. Şu halde, denklem III.9

$$u = e^{-w_n ht} \{C \cos(w_s t) + D \sin(w_s t)\} \quad \text{III.10}$$

geklini alır. Eğer $t = 0$ için $u = u_0$ ve $\dot{u} = \dot{u}_0$ ise, denklem III.4 deki gibi $C = u_0$,

$D = (\dot{u}_0 + w_n h u_0)/w_s$ ve

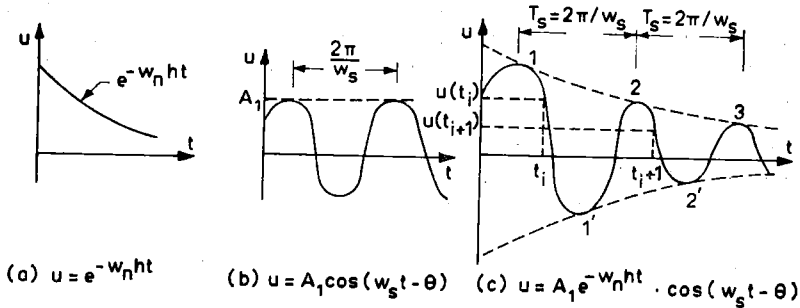
$$u = e^{-w_n ht} \left\{ u_0 \cos(w_s t) + \frac{\dot{u}_0 + w_n h u_0}{w_s} \sin(w_s t) \right\} \quad \text{III.11}$$

olur. Yine denklem II.5 gibi, denklem III.10'da maksimum genlik ve faz açısı ile ifade edilebilir.

$$u = e^{-w_n ht} \{A_1 \cos(w_s t - \theta)\} \quad \text{III.12}$$

Burada $A_1 = \sqrt{C^2 + D^2}$ ve $\theta = \tan^{-1}(D/C)$ dir. Şekil III.3'de sönümlü serbest titreşim grafiklendirilmiştir. Şu halde titreşim az sönümlü sistemlerde meydana gelebilmektedir.

Burada sözü edilen sönüm yüzdesi ($h = c/c_{kr}$) ve sönümlü açısal hız (w_s) terimlerinin ışığı altında, yukarıda incelenen üç hareket durumları yeniden



ŞEKİL III.3 SÖNÜMLÜ SERBEST TİTREŞİM

- a. $h > 1$
- b. $h = 1$
- c. $h < 1$

olarak sınıflandırılabilir. Yapılarda sönüm yüzdesi, yapı malzemesinin cinsi, yapı tarzı, birleşim noktalarının durumu ve daha birçok faktörlerle değişir ise de genellikle % 2'den azdır.

Küçük sönüm yüzdeleri için yapının sönümlü açılmal hızı hemen hemen yapının tabii açılmal hızının aynıdır. Meselâ, $h = 0.1$ için $w_s = w_n \sqrt{1^2 - 0.1^2} = 0.995w_n$ ve $h = 0.2$ için $w_s = 0.98w_n$ olur ki, mühendislik hesapları için $w_s \approx w_n$ olduğu kabul edilir. Betonarme yapılarda $h = \% (1.5 - 2.0)$ çelik yapılarda ise $h = \% 0.5$ olarak alınabilir.

Şekil III.3 incelenecek olursa, sönümlü serbest titreşimin bir özelliği daha meydana çıkar. Görülmektedir ki sönüm fonksiyonunun ($e^{-w_n ht}$) varlığı ile sistemin mukabelesi zamanla azalmaktadır. Şekilde işaretlenmiş t_i ve t_{i-1} zamanlarına tekabül eden $u(t_i)$ ve $u(t_{i-1})$ değerleri incelenirse, bunların meydana getirdiği oran :

$$R_s = \frac{u(t_i)}{u(t_{i-1})} = \frac{A_1 e^{-w_n ht_i} \cos(w_s t_{i-1} - \theta)}{A_1 e^{-w_n ht_{i-1}} \cos(w_s t_{i-1} - \theta)}$$

$$R_s = e^{w_n h(t_{i-1} - t_i)} \frac{\cos(w_s t_i - \theta)}{\cos(w_s t_{i-1} - \theta)}$$

$$t_{i-1} - t_i = T_s = 2\pi/w_s$$

veya sönümlü periyoda eşit olduğundan

$$R_s = e^{w_s h T_s} \frac{\cos(w_s t_i - \theta)}{\cos\{w_s (t_i - 2\pi) - \theta\}} = e^{w_s h T_s}$$

olur. Diğer bir ifade ile, yine şekilde görüldüğü gibi 1, 2, ve 3 olarak işaretlenmiş birbirlerini takibeden maksimum mukabele oranları sabittir. Bu özelliğe SÖNÜM ORANI (R_s) denir. Eğer sönüm oranının logaritması alınırsa,

$$d = \log_e (R_s) = \log_e (e^{w_s h T_s}) = w_s h T_s$$

bulunur. Daha önceki incelemenin neticesi olarak $w_s = w_n$ ve $T_s = T_n$ olarak alınır, $h = c/2mw_n$ olduğundan

$$d = w_n h T_n = 2T_n h \quad \text{III.15}$$

olarak bulunur. Bu terime logaritmik sönüm oranı (logaritmik decrement) denir. Yapı dinamiğinde sönüm oranı veya logaritmik sönüm oranının önemi iki noktada toplanır.

i. Kütle (m), yay sabiti (k) ve sönüm sabiti (c) bilinen bir yapının

$h = c/c_{kr} = 0.5c/(km)$ değeri hesaplanarak d bulunur ve bilinen bir maksimum genliğe göre diğer maksimumlar kolaylıkla elde edilir.

ii. Bu işlemin tersi olarak, c veya h değerinin deneysel yollarla hesaplanması için, serbest titreşime giren bir yapının mukabelesinin periyodu ve genliklerini noranı (R_s) bilmek kâfidir. Bu metod ODTÜ'de «master» tezi olarak geliştirilen ufak sarma tablasının sönümünü tesbit için kullanılmıştır (9). Aynı metod birçok yapılara tatbik edilmiştir (10, 11).

III.3. ZORLANMIŞ, SÖNÜMLÜ TİTREŞİM

İdealize edilmiş TSD bir yapının titreşimi en genel diferansiyel denklemi ile tarif edilmiştir :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F(t) \quad \text{III.16}$$

Bu denklemin çözümü

$u =$ Serbest titreşim deplasmanı (komplementer çözüm) + zorlanmış titreşim deplasmanı (özel çözüm)

$$u = A_1 e^{-at} \cos(w_s t - \theta) + u_2 \quad \text{III.17}$$

veya Ek 1'de verildiği gibi Duhamel Entegral Denklemi ile elde edilir :

$$u = e^{-at} \left\{ u_0 \cos(w_s t) + \frac{\dot{u}_0 + au_0}{w_s} \sin(w_s t) \right\} + u_{\text{statik}} \left(\frac{w_n^2}{w_s} \right) \int_0^t f(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau \quad \text{III.18}$$

Burada $f(t) = F(t)/F_1$, dinamik kuvvetin belirli bir süre içerisindeki maksimum değerine (F_1) bölünmesiyle elde edilir. Çözümün genel denklemi böylece verildikten sonra çeşitli dinamik yükler için TSD sistem mukabelesi incelenecektir.

III.3.1. SABİT KUVVET : $F(t) = F_1$

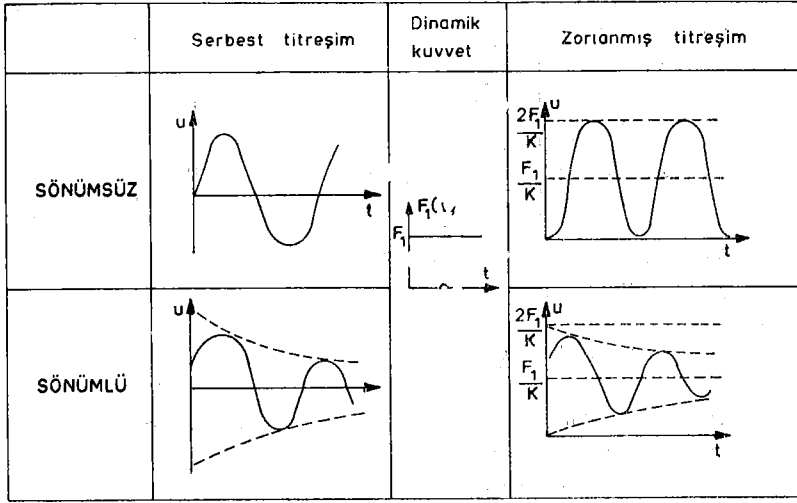
Çözüm, denklem III.18'deki gibi yapılırsa, verilen darbe kuvveti için $f(t) = 1$ olacağından, başlangıç durumları ($t = 0$ için $u_0 = \dot{u}_0 = 0$) ve $u_{\text{statik}} = F_1/k$ alınarak, $w_s = w_n$ kabulü ile,

$$u = \frac{F_1}{k} w_n \int_0^t e^{-a(t-\tau)} \sin w_n(t-\tau) d\tau \quad \text{III.19}$$

şeklini alır ve entegrasyon tablolarından,

$$u = \frac{F_1}{k} \left\{ 1 - e^{-at} (\cos w_n t - h \sin w_n t) \right\} \quad \text{III.20}$$

elde edilir. Şekil III.4'de darbe kuvveti için, TSD sönümlü bir sistemin mukabelesi sönümsüz sistem mukabelesi ile karşılaştırılmaktadır. Sönümsüz sistemlerde olduğu gibi (Bölüm II.2a) zorlanmış sistemlerde deplasman eksenini F_1/k kadar yer değiştirir.



ŞEKİL III.4 DARBE KUVVETİ İLE SERBEST TİTREŞİMİN KARŞILAŞTIRILIŞI

III.3.22. HARMONİK KUVVET : $F_1 \cos \Omega t$

TSD bir sistem harmonik $F_1 \cos \Omega t$ kuvveti etkirse, hareketin diferansiyel denklemi :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = F_1 \cos \Omega t \quad \text{III.21}$$

ve $a = c/2m = h w_n$ olarak alınırsa,

$$\ddot{u} + 2a\dot{u} + w_n^2 u = (F_1/m) \cos \Omega t = (u_{\text{statik}}) w_n^2 \cos \Omega t$$

ve buradan çözüm

$$u = e^{-at} (A \cos w_s t + B \sin w_s t) + A_1 \cos \Omega t + B_1 \sin \Omega t \quad \text{III.22}$$

şeklinde elde edilecektir. Denklemin zorlanmış titreşime (özel çözüm) ait terimlerinin

$$u_z = A_1 \cos \Omega t + B_1 \sin \Omega t \quad \text{III.23}$$

sistemin diferansiyel denklemini tatmin etmesi gerekir.

$$- A_1 \Omega^2 \cos^2 \Omega t - B_1 \Omega^2 \sin \Omega t + 2b \Omega (-A_1 \sin \Omega t + B_1 \cos \Omega t) \\ + w_n^2 (A_1 \cos \Omega t + B_1 \sin \Omega t) = (F_1/k) w_n^2 \cos \Omega t$$

Eğer $\cos \Omega t$ ve $\sin \Omega t$ terimleri gruplarsa,

$$(w_n^2 - \Omega^2) A_1 \cos \Omega t + 2a \Omega B_1 \cos \Omega t = (F_1/k) w_n^2 \cos \Omega t \\ 2a \Omega A_1 \sin \Omega t + (w_n^2 - \Omega^2) B_1 \sin \Omega t = 0$$

veya

$$\begin{vmatrix} (1 - \frac{\Omega_n^2}{w_n^2}) & \frac{2a \Omega}{w_n^2} \\ \frac{2a \Omega}{w_n^2} & (1 - \frac{\Omega^2}{w_n^2}) \end{vmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_1}{k} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{III.24}$$

elde edilir. Burada, $r = \Omega/w_n$ olarak alınırsa,

$$A_1 = \frac{F_1}{k} \frac{1 - r^2}{(1 - r^2)^2 + 4h^2 r^2}$$

ve

$$B_1 = \frac{F_1}{k} \frac{2hr}{(1 - r^2)^2 + 4h^2 r^2}$$

olarak bulunur. Maksimum genlik $A_0 = (A_1^2 + B_1^2)^{1/2}$

$$= \frac{F_1}{k} \frac{1}{\{(1 - r^2)^2 + 4h^2 r^2\}^{0.5}}$$

ve mukabele faz açısı

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{B_1}{A_1} = \tan^{-1} \frac{2hr}{1 - r^2}$$

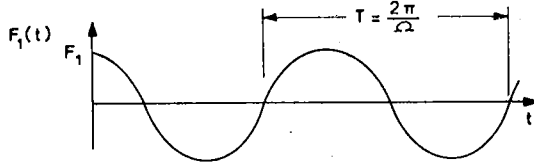
şeklinde yazılırsa, özel (zorlama) çözüm

$$u_z = A_2 \cos(\Omega t - \theta) \quad \text{III.25}$$

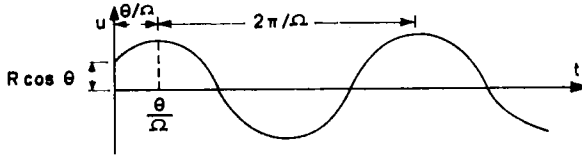
veya

$$u_z = u_{\text{statik}} \frac{1}{\{(1 - r^2)^2 + 4h^2 r^2\}^{0.5}} \{\cos(\Omega t - \theta)\} \quad \text{III.26}$$

olur. Komplementer çözümün A ve B sabitleri ise, başlangıç durumlarına göre tesbit edilecektir. Sönme fonksiyonu (e^{-at}) ile teçhiz edilmiş olan komplementler çözümün toplam mukabele u'ya olan katkısı azdır ve birkaç devir sonra tesirsiz kalır. Bu sebeple, bu çözüme, geçici (transient) titreşim de denir. Şekil III.5'de harmonik kuvvet için TSD sistemin mukabelesi görülmektedir. Şu halde, mukabele zorlanmış titreşim (steady-state) olarak alınır,



(a) Sisteme etkiyen harmonik kuvvet



(b) Zorlanmış titreşim

ŞEKİL III.5 HARMONİK KUVVET, MUKABELE VE FAZ AÇISI θ

$$u = u_z = u_{\text{statik}} \frac{1}{\{(1-r^2)^2 + 4h^2r^2\}^{0,5}} \{\cos(\Omega t - \theta)\} \quad \text{III.27}$$

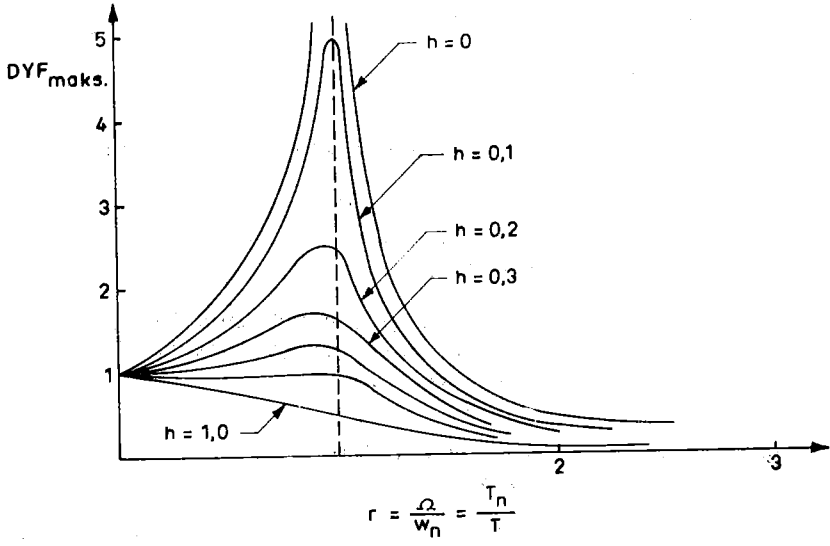
olur. Sistemlerin dinamik kuvvetlere karşı olan mukabelesi incelenirken, amaç, dinamik mukabelelerin statik mukabeleye oranının yani DYF'nin bulunması idi. Harmonik kuvvetle zorlanmış titreşim için,

$$\text{DYF} = \frac{1}{\{(1-r^2)^2 + 4h^2r^2\}^{0,5}} \{\cos(\Omega t - \theta)\} \quad \text{III.28}$$

olmaktadır. Maksimum değeri ise

$$\text{DYF}_{\text{maks}} = \frac{1}{\{(1-r^2)^2 + 4h^2r^2\}^{0,5}} \{\cos(\Omega t - \theta)\} \quad \text{III.29}$$

olacaktır. Denklem III.29, açısal hız oranı (r) ve sönüm yüzdesi (h) parametresi için grafiklendirilirse (Şekil III.6), daha önce bahsedilen rezonans olayı ile karşılaşılır. Bu şekle göre, açısal frekanslar birbirlerine yaklaşık ise ($r=1$), küçük sönüm değerleri için DYF_{maks} büyük olacak, yani mühendislik açısından arzu edilmeyen deplasmanlar meydana gelecektir. Çok büyük sönüm yüzdeleri için ise titreşim problemi yoktur. Meselâ, $r=1$ iken $h=1$ olursa, $\text{DYF}_{\text{maks}}=0,5$ elde edilir. Diğer taraftan, $r=1$ iken $h=0,1$ olursa, $\text{DYF}_{\text{maks}}=5$ olmaktadır. Şekilde görüleceği gibi, DYF'nin en büyük değerleri, $r=1$ olduğu zaman değil, r 'nin 1'e yaklaşık değerleri için meydana gelmektedir. Tekrar hatırlanmalıdır ki $h=0$ hakiki bir durum olmayıp, bütün yapılar için sönüm değeri olduğundan, sonlu maksimum DYF değerleri elde edilir.



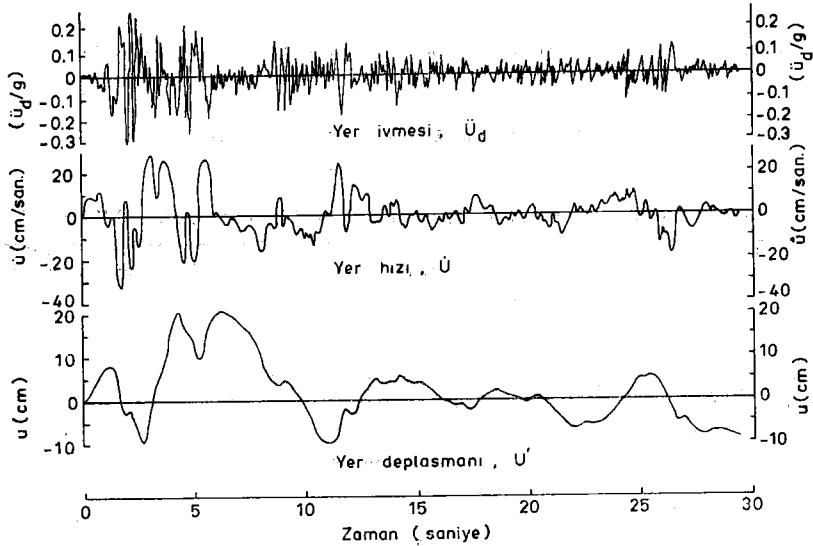
ŞEKİL III. 6 HARMONİK FREKANS ORANLARINA KARŞI DYF_{MAKS.}

IV. DEPREM SPEKTRUMLARI

IV.1. GENEL

TSD sistemleri incelerken, sisteme etkiyen dinamik kuvvetler için sistem mukabelesi maksimum değerinin statik mukabeleye oranı dinamik yük faktörü (DYF), maksimum mukabele (ivme, hız veya deplasman olarak) veya DYF'nin sistemin tabii periyoduna veya tabii frekansına göre grafiklendirilmesi ise spektrum olarak tarif edilmiştir. Yine tarife göre, dinamik kuvvetin ivmesi eğer bir deprem akselerogramından alınarak mukabele eğrileri değişik sönüm yüzdeleri (h) için elde edilirse, deprem mukabele spektrumu elde edilmiş olur (12). Housner deprem mukabele spektrumlarını statikte çok iyi bilinen tesir çizgilerine benzetir (2).

Deprem yükleri, keyfi (random) olduklarından spektrumları da belirli bir fonksiyon ile tarif edilemez. Deprem kayıtları, deprem karakteristikleri hakkında geniş bilgi verdikleri gibi, yapıların mukabelelerinin tesbitinde kullanılır. Bu işlem, herne kadar ileride oluşacak bir depremin hakiki durumunu temsil edemez ise de, projelendirme (dizayn) metodu olarak birkaç değişik şekilde kullanılmaktadır. Şekil IV.1'de 1940 El Centro, California depreminin N-S bileşkeni akselerogramı ve entegrasyon yoluyla elde edilen yer hız ve yer deplasman grafikleri görülmektedir (14).



ŞEKİL IV.1 1940 EL CENTRO (N-S) AKSELEROGRAFI VE YER HIZ VE DEPLASMAN (14)

Burada önce deprem ivme kayıtlarının kullanılması ile bir sistemin genel mukabele denklemi temsil edilecek ve sonra spektrum mefhumu birkaç değişik şekilde incelenecektir.

IV.2. DEPREM SPEKTRUMLARININ MATEMATİKSEL İFADELERİ

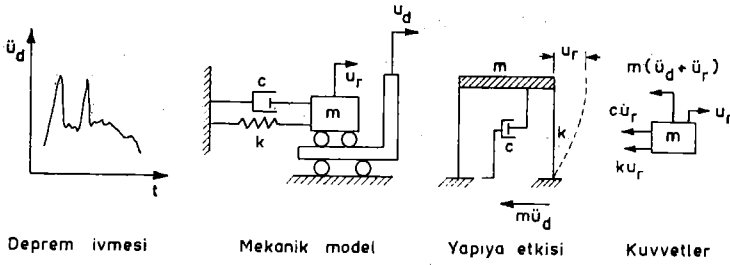
Karakteristikleri (m, k, c) bilinen TSD bir yapının (Şekil IV.2) herhangi bir dinamik yüke karşı mukabelesi Duhamel entegral denklemi (Ek. 1) ile verilmiştir. İvmesi \ddot{u}_d olarak bilinen bir deprem yükü için sistemin hareket diferansiyel denklemi :

$$m\ddot{u}_r + c\dot{u}_r + ku_r = -m\ddot{u}_d \quad \text{IV.1}$$

ve Duhamel Entegral Denklemi :

$$u_r = -\frac{1}{w_s} \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau \quad \text{IV.2}$$

olur. Burada u_r sistemin yere göre relatif deplasmanıdır.



ŞEKİL IV.2 DEPREM İVMESİ VE YAPIYA ETKİSİ

Duhamel Entegral Denklemi ile relatif deplasman elde edilirse, türev yoluyla relatif hız ve relatif ivme elde edilir. Relativ hız sistemin kinetik enerjisi ile ilgilidir. Bu işlem entegral altında türev alınmasını gerektirdiğinden,

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_0^t f(\tau, t) d\tau \right\} = \frac{\partial f(\tau, t)}{\partial t} d\tau + f(\tau, t) \quad \tau = t$$

olduğu hatırlanırsa, $f(\tau, t) = 0$ olacağından, $\tau = t$

$$\frac{du_r}{dt} = \dot{u}_r = \frac{d}{dt} \left\{ -\frac{1}{w_s} \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \left\{ -\frac{1}{w_s} \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau \right\} \\
&= - \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \cos w_s(t-\tau) d\tau \\
&+ \frac{a}{w_s} \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{IV.3}$$

ve ivme için aynı işlem tekrarlanırsa,

$$\begin{aligned}
\ddot{u} &= -\ddot{u}_d + \left(w_s - \frac{a^2}{w_s} \right) \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) \\
&+ 2a \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \cos w_s(t-\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{IV.4}$$

elde edilir. Relativ ivme bulunduğundan,

$$\ddot{u} = \ddot{u}_r + \ddot{u}_d \tag{IV.5}$$

denklemden mutlak ivme elde edilir. Mutlak ivme ise sistemin kütesine etkileyen atalet kuvvetinin ölçüsüdür.

Böylece mutlak ivme,

$$\begin{aligned}
\ddot{u} &= \left(w_s - \frac{a^2}{w_s} \right) \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \sin w_s(t-\tau) d\tau \\
&+ 2a \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-a(t-\tau)} \cos w_s(t-\tau) d\tau
\end{aligned}$$

olur. Deprem mukabele denklemleri elde edildikten sonra, bunların mutlak maksimumları T_n veya w_n ve sönme yüzdesi h cinsinden tarif edilirse, sırasıyla deprem mukabele deplasman, hız ve ivme spektrum denklemleri,

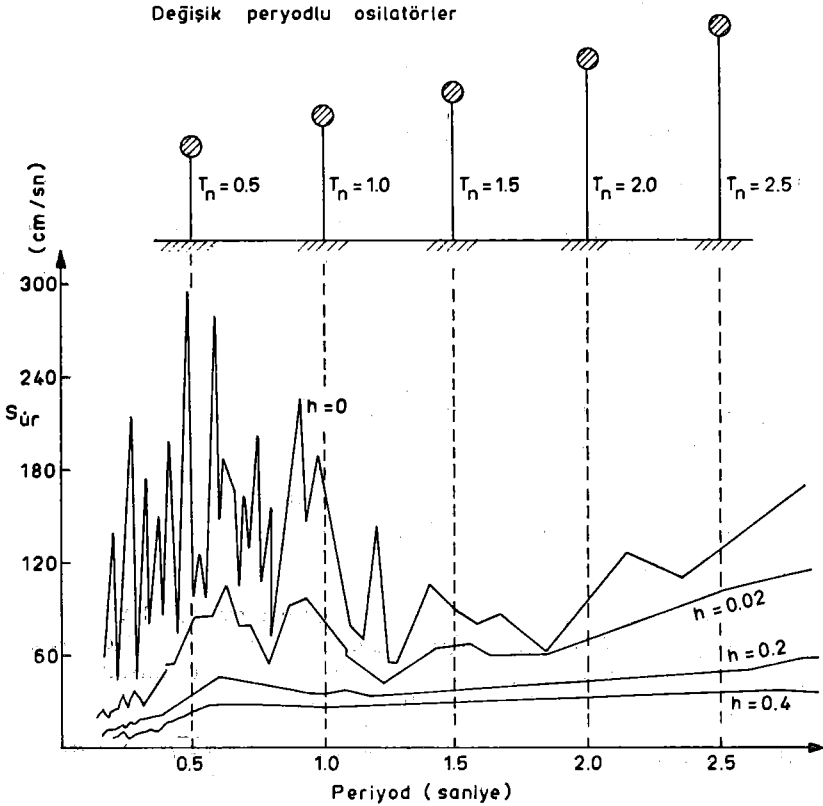
$$s_{u_r} = \left| -\frac{1}{w_n \sqrt{1-h^2}} \ddot{u}_d e^{-w_n h(t-\tau)} \sin \{ w_n \sqrt{1-h^2} (t-\tau) \} d\tau \right|_{\text{maks}}$$

$$s_{\ddot{u}_r} = \left| \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-w_n h (t-\tau)} \left\{ \cos w_n \sqrt{1-h^2} (t-\tau) - \frac{w_n h}{w_s} \sin w_n \sqrt{1-h^2} (t-\tau) \right\} d\tau \right| \text{maks}$$

$$s_{\ddot{u}} = \left| \ddot{u}_d(\tau) e^{-w_n h (t-\tau)} \left\{ 2w_n h \cos w_n \sqrt{1-h^2} (t-\tau) + \left(w_n \sqrt{1-h^2} - \frac{w_n^2 h}{w_s} \right) \sin w_n \sqrt{1-h^2} (t-\tau) \right\} d\tau \right| \text{maks}$$

IV.7

elde edilir. Şekil IV.3'de El Centro hız spektrumu görülmektedir. Burada, sistem mukabelelerini keyfi olan deprem akselerogramlarına göre elde etmenin nümerik metodlarla yapılabilineceği belirtilmelidir. Elektronik sayısal hesaplayıcıların varlığı ile bu işlem kolaylaşmıştır.



ŞEKİL IV.3 EL CENTRO (NS) 1940 HIZ SPEKTRUMU

IV.3. PSEUDO-SPEKTRUMLAR

Hudson'a göre (12), denklem IV.3'deki sönüm yüzdesi terimi h genellikle yapılarda küçük ($h < 0,2$) olduğundan $\sqrt{1-h^2} = 1$ olarak alınabilir. Aynı denklemdeki h ile çarpılan ikinci terim ihmal edilip birinci terimdeki cosine, sine olarak değiştirilirse, denklem

$$s_{\dot{u}_r} = \left| -\frac{1}{w_n} \int_0^t \ddot{u}_d(\tau) e^{-w_n h (t-\tau)} \sin w_n (t-\tau) d\tau \right|_{\text{maks}} \quad \text{IV.8}$$

olacağından,

$$s_{\dot{u}_r} \approx w_n s_{u_r} = \frac{2\pi}{T_n} s_{u_r} \quad \text{IV.9}$$

elde edilir. Aynı kabuller ve ihmallere denklem IV.6 için yapıldığında

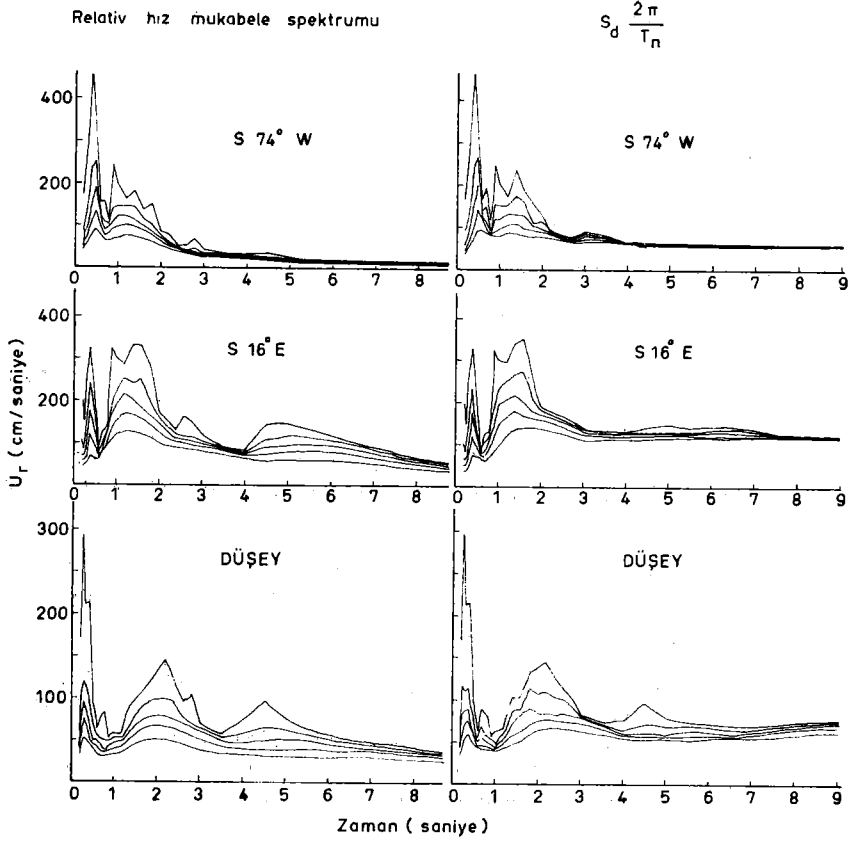
$$s_{\ddot{u}} \approx w_n s_{\dot{u}_r} = \frac{2\pi}{T_n} s_{\dot{u}_r} \quad \text{IV.10}$$

denklemini bulunur. Şu halde, spektrumlarından biri biliniyorsa, diğerleri kolaylıkla elde edilir. Fung (14) denklem IV.9 ve IV.10'u sırasıyla pseudo-hız ve pseudo-ivme spektrumları olarak adlandırmıştır.

Şekil IV.4'de, Şekil 1.3'de görülen 9 Şubat 1971 San Fernando deprem kayıtlarından elde edilen relatif hız ve pseudo hız spektrumları karşılaştırılmaktadır (15). Her iki spektrum arasında fark önemsizdir.

Özet olarak, deprem spektrumları, projelendirme safhasında bir yapının maksimum mukabelesinin tesbiti ve dolayısıyla gerilmelerin yani mukavemet hesaplarının yapılmasını sağlamak için elde edilmektedir. Deprem mukabele spektrumlarını hesaplayabilmek için ise gerekli akselerogramların deprem kayıt istasyonları vasıtasıyla elde edilmesi gereği vardır.

Türkiye'de şimdiye kadar Ağustos 1976 Denizli ve Kasım 1976 Van depremi dışında hiçbir depremin akselerogramı elde edilmemiştir. Diğer taraftan, ABD'de El Centro (1932 ve 1940), Tehachapi (Taft 1952), Koyna-Hindistan (1967), Japonya'da 1968 Niigata ve 1952 ve 1968 Tokachi-Oki gibi depremlerin kayıtları elde edilmiş olup, çeşitli mühendislik hesapları için kullanılmış ve hâlâ da kullanılmaktadır. En son 1971 California, San Fernando depremi ise dünya deprem kayıtlandırılması bakımından önemli bir olay olmuştur. Bu depremde 241 akselerograf kayıt alınmıştır (16). Deprem ivmeleri akselerograflar vasıtasıyla belirli yerlerde ölçülmektedir. Sadece yer ivmesi için kullanılmayıp, bir yapının muhtelif katlarına yerleştirildiğinde, yapının mukabelesini ölçmek mümkün olmaktadır. Eğer zeminle, yeni yapının temelinin tesir zonuna yerleştirilirse, zemin-yapı ilişkisi hakkında bilgiler elde edilebilmektedir (17).



ŞEKİL IV.4 2 ŞUBAT 1971 SAN FERNANDO, CALIFORNIA DEPREMİNDE PACOIMA BARAJINDA ALINAN KAYITLARLA ELDE EDİLEN RELATİV HIZ MUKABELE VE PSEUDO HIZ SPEKTRUMLARI ($h = 0, 2, 5, 10$ ve 20% için)

V. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

V.1. KOORDİNAT NOTASYONLARI

TSD bir sistemin hareket denklemi yalnız bir koordinat ile temsil edildiğinden, koordinatın işareti keyfi olarak seçilebilir. Çok serbestlik dereceli (ÇSD) lidir. Burada kullanılan çeşitli koordinat notasyonları özet olarak tarif edilecektir.

V.1.1. NOKTA KOORDİNATLARI

Bir yapıya ait herhangi bir noktanın deplasman (veya iç kuvvetleri) en genel şekilde altı koordinat ile tarif edilir (Şekil V.1). Belirli kabullere göre koordinat sayısı azaltılabilir. Düzlem çerçeveleri ve elemanlarına ait noktaların koordinat sayısı üçe iner. Düzlem elemanlarına ait noktaların eleman koordinatları U' (Şekil V.2b) olarak alınacaktır. Sistem eksenine ait koordinatlar U olarak tarif edilirse, U' ile U koordinatları arasındaki ilişki basit transformasyonla yapılır.

V.1.2. SİSTEM KOORDİNATLARI

Bir sistemin herhangi bir noktasına ait koordinatlar (U) tarif edildiği gibi, sistemin düğüm noktalarında meydana gelecek deformasyonlar birden fazla elemanların düğüm noktalarını ilgilendirdiği için uyumluluk prensibini tatbik ederek sistem koordinatları (u) tarif edilir. Elemanların uç düğüm noktalarına ait koordinatlar ile sisteme ait koordinatlar arasında,

$$\{U\} = [T] \{u\} \quad V.1$$

ilişkisi vardır. $[T]$, bu ilişkiyi sağlayan matristir.

V.1.3. GENELLEŞTİRİLMİŞ KOORDİNATLAR

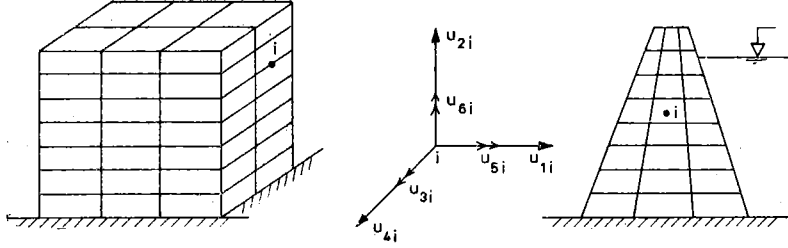
Bir sistemin düğüm noktalarının u_i deplasmanlarını ve dolayısıyla ilgili kuvvetlerini $\{q\}$ koordinatları ile tarif etmek mümkünse, $\{q\}$ koordinatlarına genelleştirilmiş koordinatlar denir (Şekil V.3). Genelleştirilmiş koordinatlar ile sistem koordinatları arasındaki ilişki

$$\{u\} = [a'] \{q\} \quad V.2$$

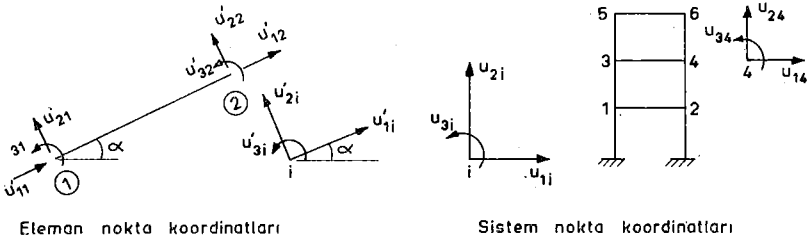
olup, a' matrisine modlar matrisi denir. Bir yapının serbestlik derecesi kadar genelleştirilmiş koordinatları vardır.

V.1.4. NORMAL KOORDİNATLAR

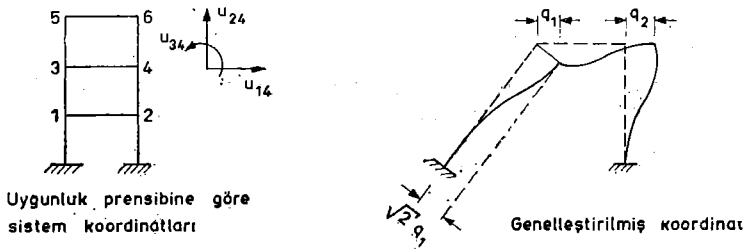
Eğer bir sistemin denklemleri normal koordinatlar ile tarif edilirse, denklemlerin bağımsız olduğu kabul edilir. Yani, sisteme ait her denklem ayrı ola-



ŞEKİL V.1 BİR YAPIDA NOKTAYA AİT KOORDİNAT SİSTEMİ



ŞEKİL V.2 ELEMAN VE SİSTEM NOKTA KOORDİNATLARI



ŞEKİL V.3 SİSTEM VE GENELLEŞTİRİLMİŞ KOORDİNATLAR

rak çözülebilir. Normal koordinatlar y ile genelleştirilmiş koordinatlar arasındaki ilişki

$$\{q\} = [a] \{y\}$$

V.3

olup, meydana gelen $[a]$ matrisi, sistemin kütle $[M]$ ve rijitlik, $[K]$, matrislerinin köşegen olmasını sağlayan matristir.

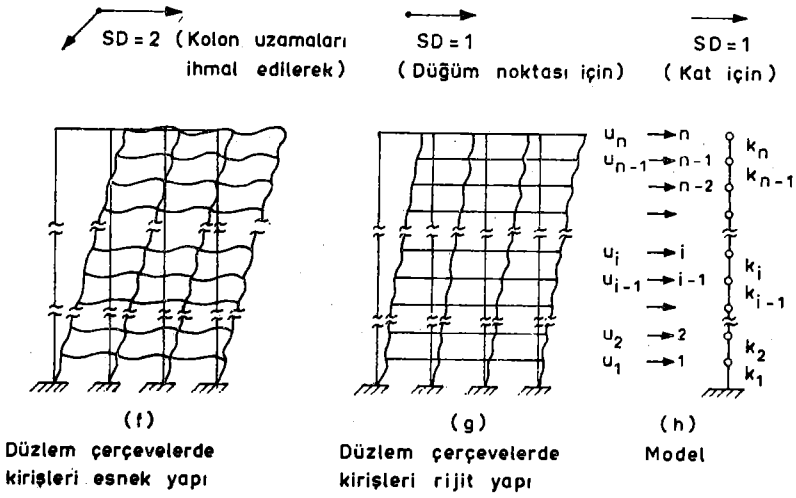
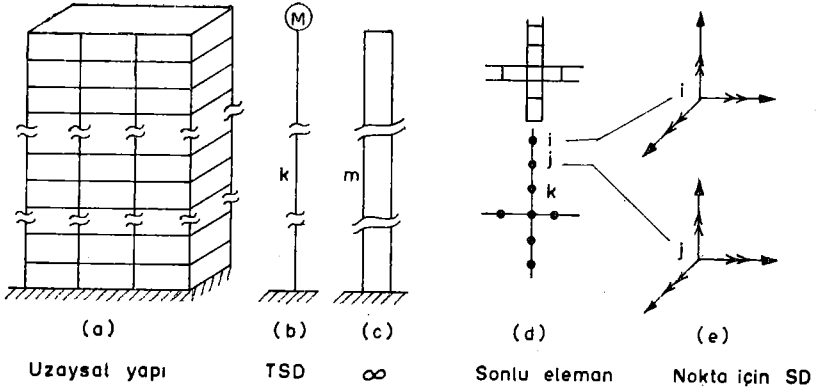
V.2. ÇSD SİSTEMLERİNİN İDEALİZASYONU

Bütün mühendislik yapıları çok serbestlik dereceli olup, serbestlik derecesi sayısı, mühendislik hesaplarını yapana göre değişebilir. Bir yapıya ait gerçek çözüm ile aynı yapının basitleştirilmiş bir modelinin çözümü arasındaki fark mühendislik hesaplarını etkilemez ise, basitleştirme, çözüm kolaylığı, yani serbestlik derecesi sayısı veya hareket denklem sayısını azaltmak bakımından yapılmalıdır. Çok katlı bir yapıyı (Şekil V.4a), sadece TSD bir sistem (Şekil V.4b), düzgün yapılmış kütleli sonsuz serbestlik derecesi olan bir sistem (Şekil V.4c) veya sonlu elemanlara ayırarak n serbestlik dereceli bir sistem (Şekil V.4d) olarak dinamik analize tabi tutmak mümkündür. Yapılan çözümlerin sıhhati daima yapılan basitleştirmeye dayanmaktadır. ÇSD bir yapıyı TSD olarak basitleştirmek hatalıdır. Çünkü, TSD bir yapının deformasyon (mod) şekli ile ÇSD bir yapının mod şekli arasında çok büyük farklar vardır. Diğer taraftan, ÇSD bir yapıyı kütleli düzgün yayılmış (veya bir fonksiyona göre tarif edilmiş) ve sonsuz serbestlik derecesi olan bir yapı olarak basitleştirmek mümkündür. Ancak bu metodun çözümü de basit sistemler için elverişlidir (meselâ, bir basit kiriş, baca veya düzgün yayılmış kütleli köprüler gibi). Çerçeve yapılarında bu işlemin de mahzurları vardır.

Bu metodlar haricinde, hemen her türlü yapıya veya cisme uygulanabilecek bir metod olan sonlu elemanlar metodu vardır (20, 21). En genel halde, Şekil V.4d'de görülen j ve i noktalarının hareketi altı koordinat (serbestlik derecesi-SD) ile tarif edilebilir. Ancak, her elemanın birkaç noktasında kütleleri toplamak suretiyle yapılacak olan sonlu elemanlar metodu analizi, denklem sayısını çoğaltacaktır. Meselâ, Şekil V.4f'deki çerçevenin kütlelerini sadece kirişlerde ve hatta sadece düğüm noktalarında, yani, kat seviyelerinde toplamak da mümkündür ve bu şekilde yapılacak çözüm de gerçek çözüme yakındır. Eğer bir yapı için sadece düzlem çerçeve olarak mukabelesinin hesaplanması kabullenilirse (simetrik yapı ve simetrik yükler için) düğüm noktası SD sayısı üçe indirgenmiş olur. Kolonların uzama ve kısalmaları ihmal edilirse, SD sayısı ikiye iner (Şekil V.4f). Daha da ileriye gidilerek, kirişlerin sonsuz rijitliği olduğu kabul edilirse, her düğüm noktası için SD sayısı, bir, ve dolayısıyla kirişlerin uzama ve kısalmaları ihmal edileceğinden her kat için bir SD elde edilir (Şekil V.4g ve h). Daha önce de belirtildiği gibi çerçeve yapılarında, bu şekilde yapılan basitleştirme lineer sistemlerde gerçeğe yakın neticeler verir (44). Gerçekten, kütleleri kat seviyelerinde toplamak suretiyle yapılan basitleştirme, sonlu elemanlar metodunun özel bir durumu olmaktadır.

V.3. ÇSD SİSTEMLERDE HAREKET DENKLEMLERİNİN KURULUŞU

Sistemlerin hareket denklemleri, Newton Kanununa göre sistemin her SD'ne tekabül eden kütleli etkileyen kuvvetlerin dengesinden elde edilir. Ö-



ŞEKİL V.4 ÇOK SERBEST DERECELİ BİR YAPININ BASİTLEŞTİRİLMESİ

neğin, bir i serbestlik dengesindeki kütle için hareket denklemi, denklem I.1'deki gibi, genel olarak,

ATALET KUVVETİ (F_{At}) +

SÖNÜM KUVVETİ (F_{Sf}) +

YAY KUVVETİ (F_{Yf}) -

DİNAMİK KUVVET ($F_{Df}(t)$) = 0

V.4

veya n SD sistem için,

$$\begin{aligned}
 F_{A1} + F_{S1} + F_{Y1} &= F_{D1} (t) \\
 F_{A2} + F_{S2} + F_{Y2} &= F_{D2} (t) \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 F_{An} + F_{Sn} + F_{Yn} &= F_{Dn} (t)
 \end{aligned} \tag{V.5}$$

veya matris olarak,

$$F_A + F_S + F_Y = F_D (t) \tag{V.6}$$

olur. Şimdi bu kuvvetleri teker teker inceleyelim.

ATALET KUVVETİ : ÇSD bir sistemde atalet kuvveti terimlerini,

$$F_{Ai} = m_{ij} \ddot{u}_j \quad (i = 1, 2, \dots, n \text{ ve } j = 1, 2, 3, \dots, n) \tag{V.9}$$

olarak temsil edebiliriz. Burada m_{ij} , j noktasına uygulanan birim ivme için i noktasında meydana gelen kuvvettir.

Şu halde,

$$\begin{aligned}
 F_{A1} &= m_{11}\ddot{u}_1 + m_{12}\ddot{u}_2 + \dots + m_{1n}\ddot{u}_n \\
 F_{A2} &= m_{21}\ddot{u}_1 + m_{22}\ddot{u}_2 + \dots + m_{2n}\ddot{u}_n \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \\
 F_{An} &= m_{n1}\ddot{u}_1 + m_{n2}\ddot{u}_2 + \dots + m_{nn}\ddot{u}_n
 \end{aligned} \tag{V.8}$$

veya matris olarak,

$$\{F_A\} = [m] \{\ddot{u}\} \tag{V.9}$$

şeklinde temsil edilir.

SÖNÜM KUVVETİ : Sönümün genellikle viskoz olarak kabul edildiği, böylece sönüm kuvvetinin kütlelerin hızına orantılı olduğu belirtilmiştir. Genel olarak, sönüm kuvvetleri

$$F_{Si} = c_{ij}\dot{u}_j \tag{V.10}$$

denkleminde özetlenebilir. Bu denklem

$$\begin{aligned}
 F_{S1} &= c_{11}\dot{u}_1 + c_{12}\dot{u}_2 + \dots + c_{1n}\dot{u}_n \\
 F_{S2} &= c_{21}\dot{u}_1 + c_{22}\dot{u}_2 + \dots + c_{2n}\dot{u}_n \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \\
 \cdot & \quad \cdot \quad \cdot \quad \dots \quad \cdot \\
 F_{Sn} &= c_{n1}\dot{u}_1 + c_{n2}\dot{u}_2 + \dots + c_{nn}\dot{u}_n
 \end{aligned}$$

olarak açıklanabilir. c_{ij} , j noktasında tatbik edilen birim hız için i noktasında meydana gelen kuvvettir. Denklem V.11 matris olarak,

$$\{F_S\} = [c] \{\dot{u}\} \quad V.12$$

şeklinde temsil edilir.

YAY KUVVETİ : Bu kuvvetleri de,

$$F_{Yi} = k_{ij} u_j \quad V.13$$

veya

$$\begin{aligned} F_{Y1} &= k_{11} u_1 + k_{12} u_2 + \dots + k_{1n} u_n \\ F_{Y2} &= k_{21} u_1 + k_{22} u_2 + \dots + k_{2n} u_n \\ &\vdots \\ F_{Yn} &= k_{n1} u_1 + k_{n2} u_2 + \dots + k_{nn} u_n \end{aligned} \quad V.14$$

veya

$$\{F_Y\} = [K] \{u\} \quad V.15$$

olarak temsil edilir. Burada $[k]$ rijitlik matrisidir. k_{ij} , j noktasında tatbik edilen birim deformasyondan dolayı i noktasında meydana gelen kuvvettir.

Böylece, titreşim denklemleri en genel şekilde,

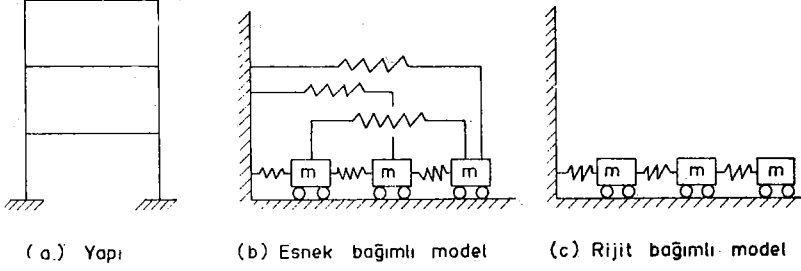
$$[m] \{\ddot{u}\} + [c] \{\dot{u}\} + [k] \{u\} = \{F(t)\} \quad V.16$$

olacaktır.

ÇSD sistemler incelenirken hareket denklemlerinin kurulmasına tesir edecek önemli bir nokta daha gözden geçirilmelidir. ÇSD bir sistem bağımlı veya bağımsız olabilir. Bağımlı sistemlerin n SD sayısı kadar n bilinmeyenli denklemleri olacaktır. Denklem V.16 bağımlı bir sistemin hareket denklemidir. Bağımlı sistemler de ikiye ayrılır. Örneğin, Şekil V.5a'daki gibi bir sistemde eğer bir kütleyle tatbik edilecek olan birim deformasyonun sistemin diğer kütlelerine etkidiği kabul edilirse, sistem esnek-bağımlı (Şekil V.5b) veya sadece Şekil V.5c'deki gibi komşu kütlelerine etkidiği kabul edilirse, sistem rijit-bağımlıdır. Bağımsız sistemlerde ise, her SD'ne tekabül eden kütle için bir titreşim denklemi elde edilerek çözüm yapılır. Normal koordinatlar kullanıldığında, bağımsız hareket denklemleri çözümü yapılır.

Genellikle yapı dinamiğinde çerçevelere ait titreşim denklemleri çerçeve sistemlerinin bağımlı olduğu kabul edilerek elde edilir. Rijit bağımlı sistem için kütlelerin belirli noktalarda toplandığı kabul edildiğinden, kütle matrisi,

$$[m] = \begin{vmatrix} m_1 & & & \\ & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{vmatrix} \quad V.17$$



ŞEKİL 5.5 ESNEK VE RİJİT BAĞIMLI MODEL

geklini alır. Bu matris köşegen matristir. Sonlu elemanlar metodu ile köşegen olmayan fakat simetrik bantlı kütle matrisleri elde edilir.

V.4. ÇSD SİSTEMLERDE SERBEST TİTREŞİM VE MODLARIN TESBİTİ

TSD sistemlerde olduğu gibi, ÇSD sistemlerde de serbest titreşimden tabii modlar elde edilir. ÇSD sistemlerde SD sayısı kadar titreşim denklemleri bulunacağından, bu denklemlerin çözümünden SD sayısı kadar tabii mod (karakteristik deformasyon şekilleri) ve her moda tekabül eden tabii periyod (veya tabii frekans) elde edilecektir. Serbest titreşimin herhangi bir modunda sistemin herhangi bir koordinatına tekabül eden hakiki genlik hesaplanamaz. Sistemin koordinat noktalarının deplasmanlarının birbirlerine oranları serbest titreşimin herhangi bir zamanında sabittir.

Sönümsüz n SD'li bir sistemin genel titreşim denklemi :

$$m_{ij}\ddot{u}_j + k_{ij}u_j = 0 \quad \text{V.18}$$

Tabii periyodların veya tabii frekansların tesbitinden önce, ÇSD serbest titreşimin, herhangi bir modunda basit harmonik hareketin meydana geleceği isbat edilmelidir. Eğer denklem V.18'in çözümü genellikle,

$$u_k = a_k(x) q(t) \quad \text{V.19}$$

olarak alınırsa (buradan $a_k(x)$ şekil fonksiyonu ve $f(t)$ harmonik fonksiyonudur), k moduna tekabül eden ivme,

$$\ddot{u}_k = a_k(x) \ddot{q}(t)$$

olacağından, denklem V.18'e konulduğunda

$$m_{ij}a_j\ddot{q}(t) + k_{ij}a_jq(t) = 0 \quad \text{V.20}$$

veya

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = \frac{-k_{ij}a_j}{m_{ij}a_j} \quad \text{V.21}$$

elde edilir. Basit harmonik, hareketin tarifinden, herhangi bir koordinat noktasına tekabül eden denklem V.21'in sağ veya sol terimleri sabittir ve

$$\frac{q''(t)}{q(t)} = -w^2 \quad \text{V.22}$$

olarak alınır. Böylece,

$$q''(t) + w^2q(t) = 0 \quad \text{V.23}$$

basit harmonik hareket denklemi elde edilir.

Tabii frekansların veya tabii periyodların tesbiti için denklem V.23, denklem V.18'e konular. Köşegen kütle matrisi için (kesme geçreveleri)

$$m_1 a_1 \{-w^2 q(t)\} + k_{11} a_1 q(t) = 0 \quad \text{V.24}$$

veya

$$-w^2 m_1 a_1 + k_{11} a_1 = 0 \quad \text{V.25}$$

veya

$$\begin{aligned} (k_{11} - m_1 w^2) a_1 + k_{12} a_2 + \dots + k_{1n} a_n &= 0 \\ k_{21} a_1 + (k_{22} - m_2 w^2) a_2 + \dots + k_{2n} a_n &= 0 \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \cdot & \cdot \cdot \cdot \cdot \\ k_{n1} a_1 + k_{n2} a_2 + \dots + (k_{nn} - m_n w^2) &= 0 \end{aligned} \quad \text{V.26}$$

veya,

$$\begin{vmatrix} (k_{11} - m_1 w^2) & k_{12} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & (k_{22} - m_2 w^2) & \dots & k_{2n} \\ \cdot & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \dots & \dots & \cdot \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & (k_{nn} - m_n w^2) \end{vmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{pmatrix} = 0 \quad \text{V.27}$$

veya özetle

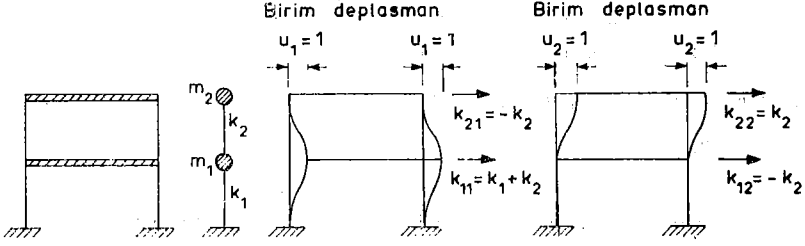
$$[K] \{a\} = 0 \quad \text{V.28}$$

elde edilir ki burada [K] matrisine DİNAMİK MATRİS denir.

Denklem V.28 incelenirse, titreşimin olabilmesi için {a} vektörü sıfıra eşitlenemeyeceğinden,

$$\det [K] = 0 \quad \text{V.29}$$

olarak alınır. Bu denkleme karakteristik veya frekans denklemi de denir. Şu halde problem, özel değer problemi olmaktadır.



ŞEKİL V.6 YAY SABİTLERİNİN TESPİTİ.

Örnek V.1.

Şekil V.6'da görülen iki SD'li yapının sönümsüz serbest titreşim karakteristikleri bulunacaktır. Bu yapıya ait titreşim denklemleri

$$m_1 \ddot{u}_1 + k_{11} u_1 + k_{12} u_2 = 0 \quad \text{V.30}$$

$$m_2 \ddot{u}_2 + k_{21} u_1 + k_{22} u_2 = 0$$

veya matris olarak,

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad \text{V.31}$$

şeklini alır. Denklem V.27'den,

$$\begin{vmatrix} (k_{11} - w^2 m_1) & k_{12} \\ k_{21} & (k_{22} - w^2 m_2) \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad \text{V.32}$$

elde edilerek çözümün olabilmesi ve frekans denkleminin elde edilmesi için

$$\det \begin{vmatrix} (k_{11} - w^2 m_1) & k_{12} \\ k_{21} & (k_{22} - w^2 m_2) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{V.33}$$

olarak alınarak, k_{ij} rijitlik değerleri kat kolon rijitlikleri k_i olarak denkleme konulursa,

$$(k_1 + k_2 - m_1 w^2) (k_2 - m_2 w^2) - k_2^2 = 0$$

veya

$$m_1 m_2 w^4 - w^2 [m_1 k_2 + m_2 (k_1 + k_2)] + k_1 k_2 = 0 \quad \text{V.34}$$

ve neticede açısal tabii hızların karesi,

$$w_{1,2}^2 = 0.5 \left[\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} \right) + \frac{k_2}{m_2} \pm \left\{ \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2} \right)^2 - 4 \left(\frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right) \right\}^{1/2} \right] \quad \text{V.35}$$

elde edilir.

ÇSD sistemlerde, en küçük tabii açısal frekans (veya en küçük frekans veya en büyük periyod) sistemin hakim (veya özel) (fundamental) frekansıdır ve buna tekabül eden mod'a ise hakim mod denir. Eğer,

$$k_1 = k_2 = k \text{ ve } m_1 = m_2 = m$$

olarak alınırsa,

$$w_{n1}^2 = 0.382 (k/m) \text{ veya } w_{n1} = 0.618 (k/m)^{1/2} \text{ (radyan/sn)}$$

ve

$$w_{n2}^2 = 2.618 (k/m) \text{ veya } w_{n2} = 1.618 (k/m)^{1/2} \text{ (radyan/sn)}$$

olarak hesaplanır.

Buradan,

$$f_{n1} = \frac{w_{n1}}{2\pi} = 0.0984 \sqrt{(k/m)} \text{ (devir/saniye)}$$

$$f_{n2} = \frac{w_{n2}}{2\pi} = 0.2570 \sqrt{(k/m)} \text{ (devir/saniye)}$$

olarak hesaplanır.

Herhangi bir ÇSD sistemin, i modunu bulmak için, w_{ni}^2 değerini sistemin titreşim denklemlerinden birine koymak gerekir. Misaldeki iki SD sistemin birinci modunun elde edilmesi için, w_{n1}^2 değerinin denklem V.32'nin birinci denklemine konularak

$$\frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{2k - mw_{n1}^2}{k} = \frac{2k - 0.382k}{k} = 1,618$$

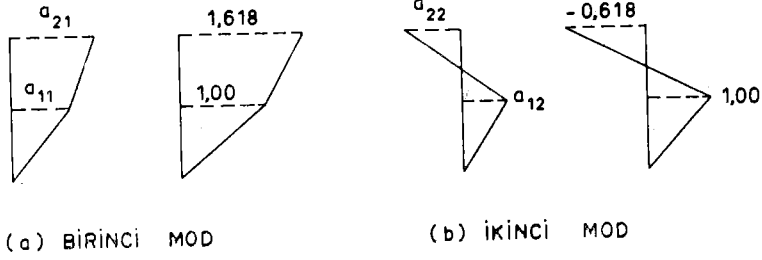
hesaplanır. Böylece, sistemin birinci moduna tekabül eden herhangi bir zamanda ikinci koordinat deplasmanının birinci koordinat deplasmanına oranı bulunmuş olmaktadır. Eğer, $a_{11} = 1,00$ olarak alınırsa $a_{21} = 1,618$ olacağından, Şekil V.7a'daki mod orantılı deplasman durumu elde edilir. Birinci mod vektörü ise,

$$\{a_{11}\} = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,000 \\ 1,618 \end{Bmatrix}$$

olur. İkinci modu bulmak için w_{n2}^2 değeri titreşim denklemine konularak,

$$\frac{a_{22}}{a_{12}} = \frac{2k - mw_{n2}^2}{k} = \frac{2k - 2.618k}{k} = -0,618$$

elde edilir. Tekrar, $a_{12} = 1,0$ olarak alınırsa, $a_{22} = -0,618$ olacağından, ikinci mod Şekil V.7b'deki gibidir. İkinci mod vektörü ise,



ŞEKİL V.7. İKİ SD SİSTEMİN MOD ŞEKİLLERİ

$$\{a_{12}\} = \begin{Bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,000 \\ -0,618 \end{Bmatrix}$$

olur.

V.5. RİJİTLİK VEYA ESNEKLİK DENKLEMLERİ

ÇSD sistemlerde genellikler hareket denklemleri rijitlik katsayıları matrisleriyle ifade edilir :

$$[m] \{\ddot{u}\} + [k] \{u\} = 0.$$

Alternatif olarak bu denklem,

$$\{u\} + [k]^{-1} [m] \{\ddot{u}\} = 0$$

veya

$$\{u\} + [d] [m] \{\ddot{u}\} = 0 \quad \text{V.36}$$

-1

olarak da elde edilebilir. Burada $[d] = [k]^{-1}$ sistemin esneklik matrisi olup, elemanlarından herbiri, d_{ij} (esneklik katsayısı), j koordinatına tatbik edilen birim kuvvet için i koordinatında elde edilen deplasmandır. Esneklik faktörünü bulmak için statikteki birim kuvvet (virtüel iş) metodunu tatbik etmek gerekir. Meselâ, iki SD sistemde esneklik matrisi, Şekil V.8'deki gibi elde edilir.

Esneklik matrisini kullanarak sistemin özel değerlerini (frekans veya periyodlarını) elde etmek mümkündür. Basit bir harmonik fonksiyonu (meselâ $u_1 = a_1 \sin(\omega t + \theta)$) gibi denklem V.36'ya koyarsak,

$$\{a\} - \omega^2 ([d] [m] \{a\}) = 0$$

veya

$$\frac{1}{\omega^2} [I] \{a\} - [d] [m] \{a\} = 0 \quad \text{V.37}$$

veya

$$[D] \{a\} = 0 \quad \text{V.38}$$

$$[k] \{a\} = w^2 [m] \{a\}$$

V.41

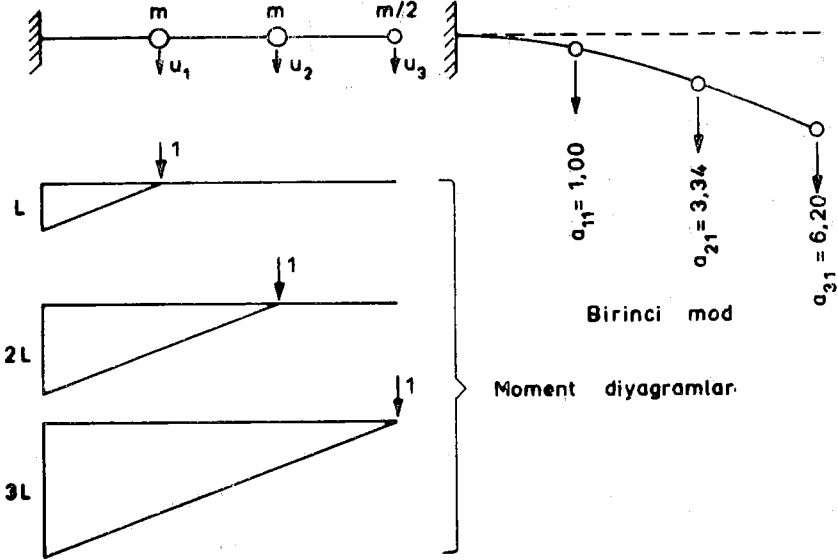
olarak yazıldıktan sonra şu işlemler yapılır :

- Bir $\{a\}$ vektörü tahmin edilir. Vektörün herhangi bir elemanı birim olarak alınır (meselâ $a_1 = 1.0$).
- Tahmin edilen $\{a\}$ vektörü, V.40 veya V.41 denkleminin sol tarafına konularak önümüzdeki matrislerle çarpılır. Böylece yeni bir vektör elde edilir. Bu vektörden, ilk tahmin edilen vektörün birim kabul edilen elemanın yeni değerine bölünerek $\{a'\}$ vektörü elde edilir.
- İşlem b, elde edilen $\{a'\}$ vektörü elemanlarının değerleri değişmeye kadar tekrarlanır. En son işlemde elde edilen $\{a\}$ vektörü, sistemin mod vektörü, vektörün önündeki çarpan ise aranılan özel değer w^2 ve

$$\text{ya } \frac{1}{w^2} \text{ olacaktır.}$$

Örnek V.2.

Şekil V.9'daki bir konsol kirişin kütlelerinin belirli noktalarda toplandığı farzedilerek özel frekans ve mod vektörünü bulalım.



ŞEKİL V.9 KONSOL KİRİŞE AİT BİRİNCİ MOD

Esneklik katsayılarının elde edilmesi için Şekil V.9'daki birim yük moment diyagramlarını, birim yük metodu formülüne

$$\delta = \int_0^L \frac{MM'}{EI} dx$$

V.42

tatbik ederek esneklik katsayıları ve esneklik matrisi, $z = L^3 / 6EI$ olarak alınırsa,

$$\begin{aligned} d_{11} &= 2z, & d_{22} &= 16z, & d_{33} &= 54z \\ d_{12} &= 5z, & &= d_{21} \\ d_{13} &= 8z, & &= d_{31} \\ d_{23} &= 28z, & &= d_{32} \end{aligned}$$

ve

$$[d] = z \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 5 & 16 & 28 \\ 8 & 28 & 54 \end{vmatrix}$$

elde edilir. Titreşim denklemi V.36 kullanılarak,

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 5 & 16 & 28 \\ 8 & 28 & 54 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} m \\ m \\ m/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{pmatrix} = 0$$

bulunur. $u_1 = a_1 \sin \omega t$ olarak alınırsa,

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} - zw^2 m \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 16 & 14 \\ 8 & 28 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = 0$$

ve $\lambda = 1/zw^2 m$ kabul edilerek,

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 16 & 14 \\ 8 & 28 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

denklemini iterasyona hazır olarak elde edilir. Çözüme başlamak için

$$\{a\} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

tahmini vektörünü ele alarak yukarıdaki denklemin sol tarafına koyalım.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 16 & 14 \\ 8 & 28 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 35 \\ 63 \end{pmatrix} = 11.0 \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.18 \\ 5.72 \end{pmatrix}$$

işlemi ile birinci iterasyon tamamlanarak, elde edilen yeni vektör ikinci iterasyonda kullanılır.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 16 & 14 \\ 8 & 28 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.18 \\ 5.72 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40.8 \\ 135.8 \\ 251.0 \end{pmatrix} = 40.8 \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.32 \\ 6.15 \end{pmatrix}$$

ve bir iterasyon daha yapılırsa,

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 5 & 16 & 14 \\ 8 & 28 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.32 \\ 6.15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43.2 \\ 144.1 \\ 267.0 \end{pmatrix} = 43.2 \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.34 \\ 6.20 \end{pmatrix}$$

elde edilir. Böylece, neticenin bir evvelki iterasyona göre fazla değişmediği kabul edilerek,

$$\lambda = 43.2 = 1/zw^2 \text{ denkleminde}$$

$$w_{n1}^2 = 0.139 \frac{EI}{mL^3}$$

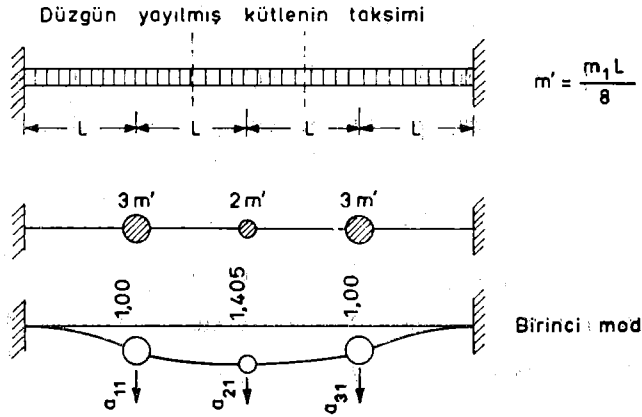
ve mod vektörü

$$\{a_{i1}\} = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.00 \\ 3.34 \\ 6.20 \end{pmatrix}$$

elde edilmiş olur.

Örnek V.3.

Şekil V.10'daki kirişin kütlelerini, şekilde görüldüğü gibi 3 noktada toplamak suretiyle dinamik karakteristiklerini bulalım.



ŞEKİL V. 10 ANKASTRE KİRİŞİN BİRİNCİ MODU

Statikten, esneklik matrisi ($z = L^3/12EI$ alınarak),

$$[d] = z \begin{vmatrix} 9 & 11 & 7 \\ 11 & 16 & 11 \\ 7 & 11 & 9 \end{vmatrix}$$

ve şekilden kütle matrisi,

$$[m] = \begin{vmatrix} 3m' \\ 2m' \\ 3m' \end{vmatrix}$$

olarak bulunur. $[d] \cdot [m]$ matrisleri çarpımı,

$$[d] [m] = zm' \begin{vmatrix} 27 & 22 & 21 \\ 33 & 32 & 33 \\ 21 & 22 & 27 \end{vmatrix}$$

yapıldıktan sonra, $\lambda = 1/zm'w^2$ olarak alınırsa, iterasyon edilecek denklem elde edilir.

$$\begin{vmatrix} 27 & 22 & 21 \\ 33 & 32 & 33 \\ 21 & 22 & 27 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{pmatrix}$$

Tahmin edilen vektör yine

$$\{a\} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

olarak alınırsa, ilk iterasyondan,

$$\begin{pmatrix} 27 + 22 + 21 \\ 33 + 32 + 33 \\ 21 + 22 + 27 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 70 \\ 98 \\ 70 \end{pmatrix} = 70,0 \begin{pmatrix} 1,00 \\ 1,40 \\ 1,00 \end{pmatrix}$$

elde edilir. İkinci iterasyonda,

$$\begin{pmatrix} 27x1 + 22x1.4 + 21x1 \\ 33x1 + 32x1.4 + 33x1 \\ 21x1 + 22x1.4 + 27x1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78.8 \\ 110. \\ 78.8 \end{pmatrix} = 78.8 \begin{pmatrix} 1.00 \\ 1.405 \\ 1.00 \end{pmatrix}$$

elde edilen vektör. birinci iterasyonda hesaplanan vektöre yaklaşık olduğundan itibaren, iterasyon sona erdirilir. Böylece en büyük özel değer, $\lambda = 78.8$, bulunarak birinci mod için

$$w_{n1}^2 = \frac{12EI}{78.8L^3m'}$$

elde edilir. Birinci mod Şekil V.10'da görülmektedir. Bundan sonraki modu bulmak için, Ek III'de ispatı verilen modlara ait ortogonalite prensibi kullanılarak denklem sayısı ikiye indirilir. Ortogonalite denklemi :

$$m_k a_{ki} a_{kj} = 0 \quad \text{V.43}$$

kullanmak için $j = 2$ ve $i = 1$ alınırsa,

$$(3m') a_{11} a_{12} + (2m') a_{21} a_{22} + (3m') a_{31} a_{32} = 0$$

ve birinci mod vektörünün değerleri kullanılarak,

$$3a_{12} + 2.81a_{22} + 3a_{32} = 0$$

veya

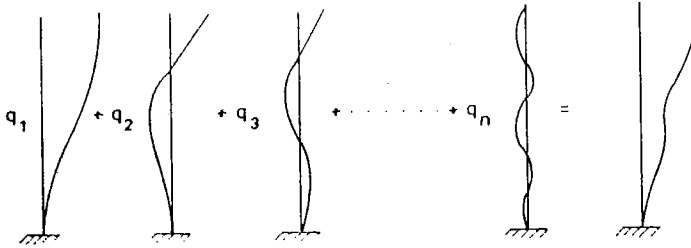
$$a_{32} = -a_{12} - 0.936a_{22}$$

elde edilir. Bu denklem ile iki bilinmeyenli iki denklem elde edilerek ikinci moda ait karakteristik değerler ve mod vektörü bulunur.

VI. ZORLANMIŞ SÖNÜMSÜZ ÇSD SİSTEMLER - MOD SÜPERPOZİSYON METODU

V.1. GENEL

Serbest titreşimde elde edilen mod vektörler ve tabii frekanslar, zorlanmış titreşim denklemlerinin çözümünde kullanılan en önemli karakteristikler olmaktadır. Genellikle kullanılan mod süperpozisyon metodunda, sistem ve elemanların lineer olduğu kabul edilerek, sistemdeki bir kütlelin zorlamalara tepkisi sistemin her moduna tekabül eden deplasmanların toplamından meydana gelmektedir (Şekil VI.1). Eğer sistem lineer değilse nümerik metodlar kullanılır.



ŞEKİL VI.1 LINEER SİSTEMLER İÇİN MOD SÜPERPOZİSYONU

Lineer sistemler için mukabeleyi

$$u_i(x, t) = a_{ij}(x) q_j(t) \quad \text{VI.1}$$

veya

$$\{u\} = [a] \{q\} \quad \text{VI.2}$$

olarak temsil edersek, burada $\{u\}$ deplasman vektörü, $[a]$, serbest titreşimden elde edilen modlar matrisi ve $\{q\}$ ise her modun, toplam mukabeleye katkısını belirleyen genlik (amplitüd) vektörüdür. Şu halde,

$$\{\dot{u}\} = [a] \{\dot{q}\} \quad \text{V.3}$$

ve

$$\{\ddot{u}\} = [a] \{\ddot{q}\} \quad \text{VI.4}$$

olacağından, eğer sisteme etkiyen dinamik kuvvetleri, $F(x, t)$ olarak tariflersek, sönümsüz sistemin genel titreşim denklemi :

$$[m] \{\ddot{u}\} + [k] \{u\} = \{F(x, t)\} \quad \text{VI.5}$$

veya

$$[m] [a] \{\ddot{q}\} + [k] [a] \{q\} = \{F(x, t)\} \quad \text{VI.6}$$

olur. Eğer, her terimi $[a]^T$ ile çarpılırsa,

$$[a]^T [m] [a] \{q\} + [a]^T [k] [a] \{q\} = [a]^T \{F(x, t)\}$$

elde edilir. Burada,

$$[a]^T [m] [a] = [M] \quad \text{VI.6.a}$$

olarak alınır. Kesme çerçeveleri için $[m]$ matrisi köşegen olduğundan, $[M]$ matrisi de köşegendir.

$$[M] = \begin{vmatrix} M_1 & & & & \\ & M_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & M_n \end{vmatrix} \quad \text{VI.7}$$

Aynı netice, ortogonallık prensibinden de elde edilir. Serbest titreşim denklemi V.21 kullanılarak,

$$[a]^T [k] [a] = w^2 [M] \quad \text{VI.8}$$

diyagonal köşegen matrisi elde edilir. Buradan,

$$[M] \{q\} + w^2 [M] \{q\} = [a]^T \{F(x, t)\} \quad \text{VI.9}$$

denklemini bulunmuş olur. Bütün kare matrisler köşegen olduğundan, denklem VI.9'da n adet bağımsız diferansiyel denklemleri temsil eder. Çözüm, n adet TSD titreşim denklemlerinin çözümüne paraleldir. Herhangi bir i modu için genel titreşim denklemleri :

$$q_i + w_i^2 q_i = \frac{\{a_i\}^T \{F(x, t)\}}{M_i} \quad \text{VI.10}$$

elde edilir ki, çözüm Duhamel Entegraline indirgenmiş olur.

$$q_i = \int_0^t \frac{\{a_i\}^T \{F(x, t)\}}{M_i} \left(\frac{1}{w_i} \right) \sin w_i (t-\tau) d\tau \quad \text{VI.11}$$

veya $\{F(x, t)\} = F_s \{F\} f(t)$ olarak alınırsa,

$$q_i = x_i (DYF)_i \quad \text{VI.12}$$

olup, burada $x_i = \frac{\{a_i\}^T \{F\} F_s}{w_i^2 M_i}$, i modunun katkısını belirleyen KATILMA

FAKTÖRÜ ve

$$(DYF)_i = \int_0^t w_i f(t) \sin w_i (t-\tau) d\tau \quad \text{VI.13}$$

TSD zorlanmış sistemlerde gördüğümüz DİNAMİK YÜK FAKTÖRÜ'dür. Denklem VI.2'den

$$\{u\} = [a] \{q\} \quad \text{veya} \quad u_i = a_{ij}q_j$$

deplasmanları elde edilir.

Mod süperpozisyon metodunda kullanılan $[a]$ matrisi elemanları değerlerinin serbest titreşimde elde edildiği belirtilmişti. Bir mod'a ait $\{a\}$ vektörlü elemanlarının değerinin birbirlerine oranlarının serbest titreşimde sabit olduğu da belirtmişti. Buna göre, yaygın olarak kullanılan bir çözüm, normalleştirilen $\{a'\}$ vektörlerinin kullanılmasıdır. Bu ise,

$$\{a'\} [m] \{a'\} = 1$$

işleminin sağlanması ile elde edilerek, birimleştirilmiş genel kütle matrisi hesaplanır ve deplasman denklemi de

$$\{u\} = [a'] \{q\}$$

şeklini alır.

Örnek VI.1.

Şekil VI.4'de görülen iki serbestlik dereceli yapının genel olarak verilen $F_1(t) = F_1 f(t)$ kuvvetine göre deplasmanları hesaplanacaktır.

Yapının kütle matrisi

$$[m] = \begin{vmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{vmatrix}$$

dinamik kuvvet vektörü

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix}$$

mod vektörleri ve modlar matrisi örnek V.1'de elde edilmişti :

$$\{a_{i1}\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.618 \end{Bmatrix}, \quad \{a_{i2}\} = \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{Bmatrix}$$

$$[a] = \begin{Bmatrix} 1.000 & 1.000 \\ 1.618 & -0.618 \end{Bmatrix}$$

Mod vektörlerinin normalleştirilmesi için

$$\{a'_{i1}\}^T [m] \{a'_{i1}\} = 1$$

ve

$$\{a'_{i2}\}^T [m] \{a'_{i2}\} = 1$$

denklemlerinin sağlanması gerektiğinden,

$$\{a'_{i1}\} = \frac{1}{1.90 \sqrt{m}} \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.618 \end{Bmatrix}$$

ve

$$\{a'_{i2}\} = \frac{1}{1.177 \sqrt{m}} \begin{pmatrix} 1.000 \\ -0.618 \end{pmatrix}$$

bulunur. Buradan,

$$X_1 = \frac{\{a'_{i1}\}^T \{F\}}{w^2 M_1} = \frac{1}{1.90 \sqrt{m}} \begin{pmatrix} 1.000 & 1.618 \\ & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} = 1.376 F \frac{\sqrt{m}}{k}$$

ve aynı şekilde,

$$X_2 = 0.325 F \frac{\sqrt{m}}{k}$$

elde edilir. DYF ve deplasmanlar için iki değişik $f(t)$ fonksiyonu kullanılacaktır.

i) $f(t) = 1$ olursa,

$(DYF)_i = (1 - \cos w_i t)$ olacağından,

$q_i = X_i (DYF)_i$ denkleminde genelleştirilmiş deplasman

$$q_1 = 1.376 F \frac{\sqrt{m}}{k} (1 - \cos w_1 t)$$

ve

$$q_2 = 0.325 F \frac{\sqrt{m}}{k} (1 - \cos w_2 t)$$

ve deplasmanlar

$$u_1 = a'_{11} q_1 + a'_{12} q_2 = \frac{F}{k} (1 - 0.724 \cos w_1 t - 0.171 \cos w_2 t)$$

ve

$$u_2 = a'_{21} q_1 + a'_{22} q_2 = \frac{F}{k} (1 - 1.17 \cos w_1 t + 0.171 \cos w_2 t)$$

elde edilir. Şu halde, herhangi bir t zamanında, deplasmanlar hesaplanabilir.

ii) Eğer $f(t) = \sin \Omega t$ ise,

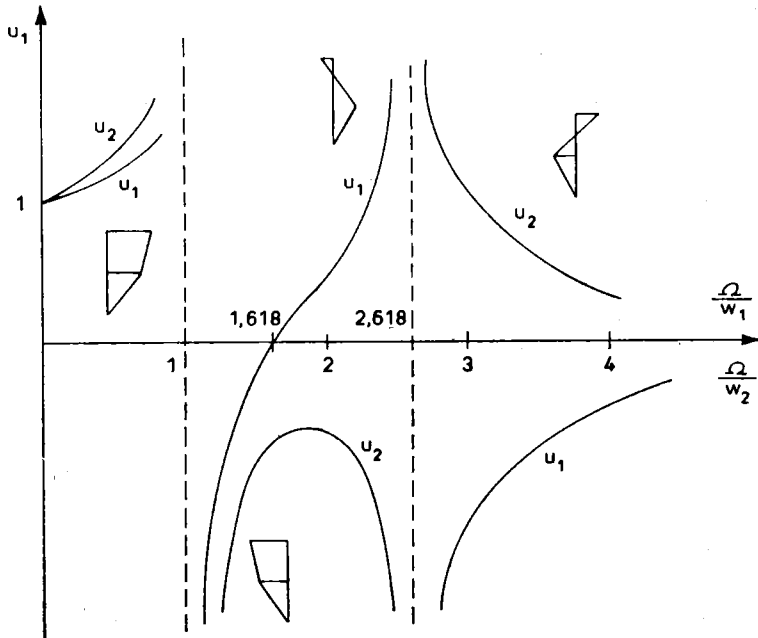
$$(DYF)_i = \frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{w_i}\right)^2} \sin \Omega t$$

olduğundan

$$u_1 = \frac{F_1}{k} \left(\frac{0.724}{1 - \left(\frac{\Omega}{w_1}\right)^2} + \frac{0.275}{1 - \left(\frac{\Omega}{w_2}\right)^2} \right) \sin \Omega t$$

$$u_2 = \frac{F_1}{k} \left(\frac{1.1708}{1 - \left(\frac{\Omega}{w_1}\right)^2} - \frac{0.1708}{1 - \left(\frac{\Omega}{w_2}\right)^2} \right) \sin \Omega t$$

elde edilir. Bu deplasmanların, dinamik kuvvetin açısal frekansının sistemin açısal frekans oranlarına göre grafiklendirilmesi Şekil VI.2'de görülmektedir.



ŞEKİL VI. 2 HARMONİK KUVVET FREKANSI - SİSTEM FREKANSLARI ORANLARINA GÖRE SİSTEM MUKABELESİ

Örnek VI.2.

Şekil V.3'de görülen çerçevenin verilen dinamik yüke göre deplasmanları hesaplanacaktır.

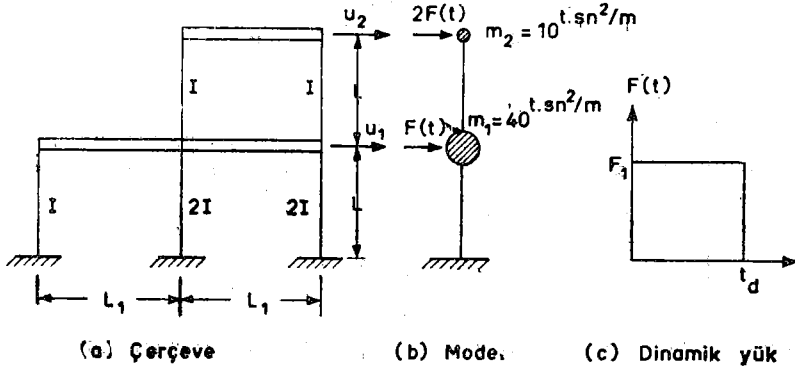
Rijitlik katsayılarının tarifinden, Şekil VI.4'de görüldüğü gibi,

k_{ij} = j noktasına tatbik edilen birim deplasman için i noktasından meydana gelen kesme kuvvetlerinin toplamıdır. Şu halde,

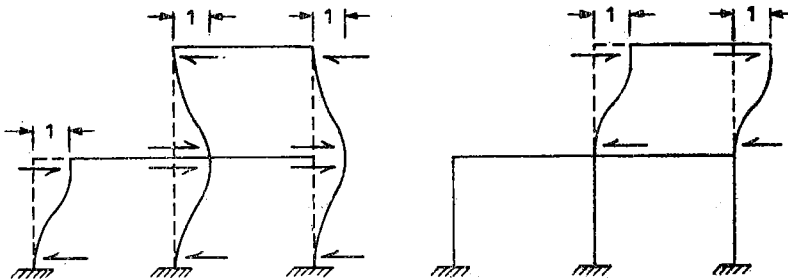
$$k_{11} = \frac{12E}{L^3} (I + 2I + 2I + I + I) = 7 \left(\frac{12EI}{L^3} \right)$$

$$k_{12} = - \frac{12E}{L^3} (I + I) = - 2 \left(\frac{12EI}{L^3} \right) = k_{21}$$

$$k_{22} = \frac{12E}{L^3} (I + I) = 2 \left(\frac{12EI}{L^3} \right)$$



ŞEKİL VI.3 ÇERÇEVE VE ETKİYEN KUVVET



ŞEKİL VI.4 ÇERÇEVENİN YAY SABİTLERİNİN TESBİTİ İÇİN ÇERÇEVEYE VERİLEN BİRİM DEPLASMANLAR

elde edilir. Eger, $S = \frac{12EI}{L^3}$ olarak alınrsa, rijitlik matrisi

$$[k] = S \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$$

ve Şekil VI.3'den kütle matrisi

$$[m] = \begin{vmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 10 \end{vmatrix}$$

ve verilen dinamik kuvvetler için

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 2F_1 \end{Bmatrix}$$

bulunur. Sönümsüz titreşim denklemi VI.5'den, tabii modlar ve tabii frekansların tesbiti için $u_i = a_i \sin \omega_i t$ olarak alınarak

$$\begin{Bmatrix} 40\ddot{u}_1 \\ 10\ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + S \begin{vmatrix} 7 & -2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = 0$$

ve

$$\begin{Bmatrix} -40 a_1 \omega^2 \sin \omega t \\ -10 a_2 \omega^2 \sin \omega t \end{Bmatrix} + S \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ -2 & - \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \sin \omega t \\ a_2 \sin \omega t \end{Bmatrix} = 0$$

ve eğer $\lambda = \omega^2/S$ olarak alınrsa,

$$\begin{vmatrix} 7 - 40\lambda & -2 \\ -2 & 2 - 10\lambda \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = 0$$

elde edilir. Çözümün olabilmesi için $\det |K| = 0$ olması gerektiğinden, frekans denklemi

$$(7-40\lambda)(2-10\lambda) - 4 = 0$$

$$\text{veya } 40\lambda^2 - 15\lambda + 1 = 0$$

elde edilir ve köklerinden,

$$\lambda_1 = 0.087 \text{ veya } \omega_1^2 = 1.04 \frac{EI}{L^3} \text{ (Hakim mod için)}$$

$$\lambda_2 = 0.289 \text{ veya } \omega_2^2 = 3.47 \frac{EI}{L^3} \text{ (II. mod için)}$$

bulunur. Mod vektörlerinin bulunması için,

$$(7-40\lambda_i) a_{1i} - 2a_{2i} = 0, \text{ veya}$$

$$\frac{a_{2i}}{a_{1i}} = \frac{7-40\lambda_i}{2}$$

denkleminden, I. mod için $i = 1$ alınarak,

$$\frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{7 - 40\lambda_1}{2} = 1.76$$

ve mod vektörü,

$$\{a_1\} = \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.76 \end{Bmatrix}$$

elde edilir. İkinci mod için ($i = 2$),

$$\frac{a_{22}}{a_{12}} = \frac{7 - 40\lambda_2}{2} = -2.77$$

ve mod vektörü

$$\{a_2\} = \begin{Bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -2.77 \\ 1.00 \end{Bmatrix}$$

elde edilir. Mod vektörleri normalize edilirse,

$$\{a'_1\} = \frac{1}{\sqrt{71}} \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.76 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1185 \\ 0.2080 \end{Bmatrix}$$

ve

$$\{a'_2\} = \frac{1}{\sqrt{90.8}} \begin{Bmatrix} 1.00 \\ -2.27 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.105 \\ -0.239 \end{Bmatrix}$$

vektörleri elde edilir. Katılma oranları,

$$X_1 = \frac{\{a'_1\}^T \{F\}}{w_1^2 \{a'_1\}^T [m] \{a'_1\}} = \frac{0.535F_1}{w_1^2}$$

ve aynı şekilde,

$$X_2 = - \frac{0.073F_1}{w_2^2}$$

bulunur. Verilen dinamik yük için $(DYF)_i = (1 - \cos w_i t)$ olduğundan,

$$u_1(t < t_d) = 0.1185 \left(\frac{0.535F_1}{w_1^2} \right) (1 - \cos w_1 t) \\ + 0.105 \left(\frac{-0.373F_1}{w_2^2} \right) (1 - \cos w_2 t)$$

ve

$$u_2(t > t_d) = 0,2080 \left(\frac{0,535F_1}{w_2^2} \right) (1 - \cos w_1 t) \\ + 0,105 \left(\frac{-0,373F_1}{w_2^2} \right) (1 - \cos w_2 t)$$

deplasman denklemleri elde edilir. $t > t_d$ için serbest titreşim olduğundan, $u_i(t=t_d)$ değerleri sınır değerler olarak alınacaktır.

Örnek VI.3.

Şekil VI.5'deki konsol kirişin verilen karakteristikleri ve dinamik yüküne göre $t=3$ saniyedeki deplasmanlarını bulalım.

Sistemin açısal frekansları ve mod vektörleri daha önce bulunmuştu.

$$w_1^2 = 0,138 \frac{EI}{mL^3} = 0,21 \text{ (radyan/saniye)}^2 \text{ ve}$$

$$w_1 = 0,46 \text{ rad/san.}$$

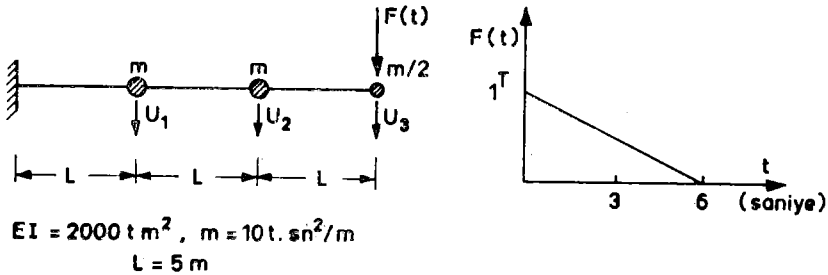
ve

$$w_2^2 = 0,440 \frac{EI}{mL^3} = 0,703 \text{ (radyan/saniye)}^2 \text{ ve}$$

$$w_2 = 0,84 \text{ rad/san.}$$

$$w_3^2 = 2,720 \frac{EI}{mL^3} = 4,360 \text{ (radyan/saniye)}^2 \text{ ve}$$

$$w_3 = 2,09 \text{ rad/san.}$$



ŞEKİL VI.5 KONSOL KİRİŞ VE ETKİYEN KUVVET

ve modlar matrisi

$$[a] = \begin{vmatrix} 0.162 & -0.730 & 2.230 \\ 0.540 & -0.707 & -1.590 \\ 1.000 & 1.000 & 1.000 \end{vmatrix}$$

kütle matrisi

$$[m] = \begin{vmatrix} m & & \\ & m & \\ & & m/2 \end{vmatrix}$$

ve yük vektörü

$$\{F\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{pmatrix}$$

olarak tesbit edildikten sonra, modlar matrisindeki mod vektörleri normalleştirilirse,

$$\{a'_1\} = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} 0.179 \\ 0.597 \\ 1.105 \end{pmatrix}, \quad \{a'_2\} = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} -0.597 \\ -0.575 \\ 0.812 \end{pmatrix}$$

$$\{a'_3\} = \frac{1}{\sqrt{m}} \begin{pmatrix} 0.790 \\ -0.560 \\ 0.354 \end{pmatrix}$$

vektörleri elde edilir. Katılma oranları ise,

$$X_1 = \frac{5,0F}{\sqrt{m}}, \quad X_2 = \frac{1,16F}{\sqrt{m}} \text{ ve } X_3 = \frac{0,081F}{\sqrt{m}}$$

olarak hesaplanır. Dinamik yük faktörü ise,

$$(DYF)_i = F \left(1 - \cos w_i t - \frac{t}{t_i} + \frac{\sin w_i t}{w_i t_i} \right) \text{ denkleminde}$$

$$(DYF)_1 = 0,665, \quad (DYF)_2 = 1,45 \text{ ve } (DYF)_3 = -0,5$$

olarak bulunur. Buradan,

$$q_1 = \frac{3,32F}{\sqrt{m}}, \quad q_2 = \frac{1,66F}{\sqrt{m}} \text{ ve } q_3 = \frac{-0,041F}{\sqrt{m}}$$

ve deplasmanlar,

$$u_1 = -0,0445m, \quad u_2 = 0,0942m \text{ ve } u_3 = 0,50m \text{ olarak hesaplanır.}$$

VII. SÜREKLİ SİSTEMLER

VII.1. GENEL

Genellikle yapıların hakikatte sürekli kütleli elemanların birleştirilmesinden meydana geldiği belirtilmişti. Sürekli kütleli olarak kabul edilen sistemlerin sonsuz serbestlik derecesi olduğunda belirtilmişti. Yapılarda kütlelerin belirli noktalarda toplandığı farzedilerek yapılacak analizin gerçek çözüm olan sürekli sistemler analizinden çok farklı neticeler vermiyeceği kabul edilir.

Statikte yapılan kabuller (küçük sehim teorisi, düzlem kesitlerin deformatsiyondan sonrada düzlem olarak kaldığı v.s.) dinamik analizde sürekli sistemler içinde yapılabilirse, sistemlerin sonlu eleman parçaları için denklemler elde edilir ve sistemin sınır değerleri kullanılarak çözümler yapılır.

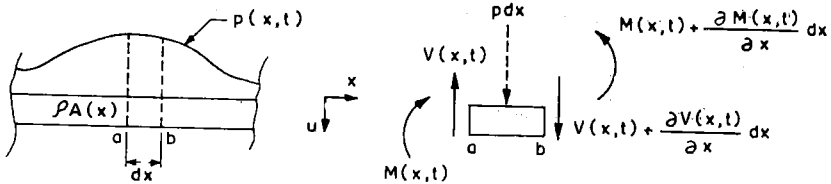
Şekil 7.1 deki sistemin kendi ağırlığından dolayı düzgün yayılmış $m = \rho A(x)$ kadar kütlesi olduğunu farzedelim. Kütle yoğunluğu $Kgsan/m^2$ birimlidir. Eğer sürekli sistemden Şekil 7.1.b'deki gibi dx diferansiyel uzunluğunda sonlu bir eleman alınır, elemanın b yüzünde ki momentlerin dengesinden

$$- m dx \left(\frac{dx}{2} \right) + V dx + M - (M + M \frac{dx}{x}) - p dx \left(\frac{dx}{2} \right) = 0 \quad VII.1$$

elde edilir. Burada, $M = \frac{\partial M}{\partial x}$ dir. Sonlu elemanın uzunluğu dx karesine ait

terimler ihmal edilebilinceğinden, neticede

$$M_x = V \text{ veya } \frac{\partial M}{\partial x} = V \quad VII.2$$



Şekil VII.1 Sürekli bir sistemin parça elemanına etkiyen kuvvetler

ve

$$M_{xx} = V_x \quad \text{VII.3}$$

elde edilir.

Eğilmeye tabi olan herhangi bir elemanın herhangi bir kesitinde ki moment, eğilim rijitliğinin, eğrilik eğrilik ile çarpımına eşittir.

$$M = -EI (u_{xx}) \quad \text{VII.4}$$

Şu halde ,

$$M_{xx} = -EI u_{xxxx} = V_x \quad \text{VII.5}$$

olacaktır. Eğer bu denklem, değişen kütle, $m(x)$ ve değişen atalet momenti $I(x)$ için yazılırsa,

$$M_{xx} = - \{ EI(x) u_{xx} \}_{xx} = V_x$$

elde edilir. Sonlu elemanın atalet kuvveti $m(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ olarak alınırsa, titreşim

denklemini (sönümsüz olarak)

$$m(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx - \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} - p(x,t) dx = 0 \quad \text{VII.6}$$

Buradan

$$m(x) u_{tt} dx = V_x dx + p(x,t) dx$$

veya

$$m(x) u_{tt} + \{ EI(x) u_{xx} \}_{xx} = p(x,t) \quad \text{VII.7}$$

elde edilir. Bu denklem, BERNOULLI-EULER denklemini olup, statikte ki yllk denklemine tekabül eder.

Tabii frekans ve tabii modları elde etmek için serbest titreşimden ($p(x,t) = 0$) ve

$$\{ EI(x) u_{xx} \}_{xx} + m(x) u_{tt} = 0 \quad \text{VII.8}$$

denklemini elde edilir. Tekrar, düzgün yayılmış kütleli $m(x) = m$ ve $I(x) = I$ sistem ele alınarak, çözüm olarak

$$u(x,t) = \emptyset(x) f(t) \quad \text{VII.9}$$

fonksiyonu kabul delliirse (ki burada $\emptyset(x)$ şekil fonksiyonu ve $f(t)$ zamanın fonksiyonudur),

$$u_{xx} = \emptyset(x) \frac{d^2 f}{dt^2} \quad \text{VII.10}$$

$$u_{xxxx} = \frac{d^4 \emptyset}{dx^4} \cdot f(t) \quad \text{VII.11}$$

elde edilir. Şu halde,

$$EI \{f(t)\} \frac{d^4 \emptyset(x)}{dx^4} + m \emptyset(x) \frac{d^2 f}{dt^2} = 0 \quad \text{VII.12}$$

veya

$$\frac{EI}{m \emptyset(x)} \frac{d^4 \emptyset}{dx^4} = - \frac{f(t)}{f(t)} \quad \text{VII.13}$$

elde edilir. Denklemin sol tarafı sadece x'in fonksiyonu, sağ tarafı ise sadece zamanın fonksiyonudur. Bu eşitlik ancak her iki tarafında aynı sabite eşit olması ile mümkündür. Böylece,

$$f(t) = -w_n^2 f(t) \quad \text{VII.14}$$

ve

$$\frac{d^4 \emptyset}{dx^4} - \frac{mw^2}{EI} \emptyset = 0 \quad \text{VII.15}$$

elde edilir. Görüldüğü gibi denklemler VII.14 ve VII.15 basit diferansiyel denklemler olup, denklem VII.14'ün çözümü

$$f(t) = C_1 \sin w_n t + C_2 \cos w_n t \quad \text{VII.16}$$

ve C_1 ve C_2 sabitleri zamana dayanan sınır değerlerinden elde edilir. Denklem VII.15'in çözümü ise,

$$\emptyset_n(x) = A_n \sin a_n x + B_n \cos a_n x + C_n \sinh a_n x + D_n \cosh a_n x \quad \text{VII.17}$$

$1/4$

Burada $a_n = (mw_n^2/EI)^{1/4}$ ve A_n, B_n, C_n ve D_n sınır durumlarından elde edilecek sabitlerdir.

VII.2.A. DEĞİŞİK SINIRLI KİRİŞLERİN FREKANS VE MODLARI

VII.2.A.1. İKİ MESNETİ MAFSALLI OLAN KİRİŞLER

Mesnet durumları için

$$x = 0, \emptyset(x) = 0 \text{ ve } \frac{d^2 \emptyset(x)}{dx^2} = 0$$

$$x = 1, \varnothing(x) = 0 \text{ ve } \frac{d^2\varnothing(x)}{dx^2} = 0$$

olduğundan, denklem VII.17'den

$$B_n + D_n = 0$$

ve

$$-B_n + D_n = 0$$

elde edilir. Bu eşitlik ancak $B_n = D_n = 0$ olması halinde sağlanır. Şu halde,

$$\varnothing(x) = A_n \sin a_n x + C_n \sinh a_n x,$$

$$\varnothing(1) = A_n \sin a_n 1 + C_n \sinh a_n 1 = 0$$

ve

$$\frac{d^2\varnothing(1)}{dx^2} = -A_n a_n^2 \sin a_n 1 + C_n a_n^2 \sinh a_n 1 = 0$$

veya

$$2 C_n \sinh(a_n 1) = 0$$

$$2 A_n \sin(a_n 1) = 0$$

Hiperbolik fonksiyonu $C_n \sinh(a_n 1) = 0$ olması için $a_n 1 = 0$ olması gerekir. Bu gerçekleşirse, $\sin a_n 1 = 0$ olacağından, $2A_n \sin(a_n 1) = 0$ denkleminde $A_n \neq 0$ olacaktır. Eğer bu doğru ise, C_n sıfır değeri alabilir.

Şu halde frekans denklemini

$$\sin(a_n 1) = 0$$

elde edilir. A_n ise herhangi büyüklükte olabilir. Ve frekans denklemini tatmin edecek sonsuz $a_n 1$ değerleri vardır. Bunlar,

$$a_n 1 = n\pi \quad (n = 0, 1, 2, \dots, \infty)$$

ve özel değerler $a_n 1 = \pi, 2\pi, \dots, n\pi$ ve mod şekilleri,

$$\sin \frac{\pi x}{1}, \sin \frac{2\pi x}{1}, \dots, \sin \frac{n\pi x}{1}$$

ve açısal frekans

$$w_n = a_n^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$$

veya periyod

$$T_n = \frac{2\pi}{w_n} = \frac{2l^2}{n^2} \sqrt{\frac{m}{EI}}$$

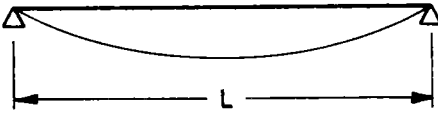
olur. Şekil 2'de üç mod görülmektedir. Şekil fonksiyonu

$$\varphi_n(x) = A_n \sin \frac{n\pi x}{l}$$

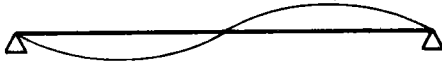
ve deplasman fonksiyonu ise, denklem VII.9'dan

$$u(x, t) = A_n \sin \frac{n\pi x}{l} (C_1 \sin w_n t + C_2 \cos w_n t)$$

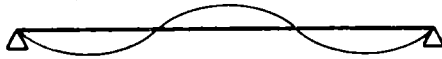
elde edilir.



$n = 1$, mod 1



$n = 2$, mod 2



$n = 3$, mod 3

ŞEKİL VII.2 BASİT KİRİŞ İLK ÜÇ MODU

VII.3. SÜREKLİ SİSTEMLERİN ZORLANMIŞ TİTREŞİMİ

Denklem VII.7'de elde edilen Bernoulli Euler ifadesi, zorlanmış sürekli sistemlerin titreşim ifadesi olarak kullanılır. Yapılacak işlem, tekrar Duhamel Entegralini kullanarak çözümün elde edilmesini sağlamaktır .

Genelleştirilmiş koordinatlar kullanılarak,

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} u_i(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varnothing_i(x) q_i(t) \quad \text{VII.18}$$

deplasman terimi kabul edilirse (burada $\varnothing(x)$ şekil fonksiyonu, ve $q_i(t)$ zamanın fonksiyonudur), denklem VII.7,

$$M(x) \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{q}_i(t) \varnothing_i(x) + \sum_{i=1}^{\infty} [EI(x) \varnothing_i''(x)] q_i(t) = p(x, t) \quad \text{VII.19}$$

olur,

Serbest titreşim için harmonik bir fonksiyon ele alınırsa,

$$u_i(x, t) = \varnothing(x) \cdot C \cdot \sin(\omega_i t - \alpha)$$

ve

$$[EI(x) u_i''(x)] + m(x) u_{i,tt} = 0$$

denkleminde konulduğunda,

$$[EI(x) \varnothing_i''(x)] \cdot C \cdot \sin(\omega_i t - \alpha) - m(x) \varnothing_i(x) \omega_i^2 \cdot C \cdot \sin(\omega_i t - \alpha) = 0$$

veya

$$[EI(x) \varnothing_i''(x)] = m(x) \varnothing_i(x) \omega_i^2$$

elde edilir.

Şu halde denklem VII.19

$$m(x) \sum_{r=1}^{\infty} \ddot{q}_r(t) \varnothing_r(x) + m(x) \sum_{r=1}^{\infty} \omega_r^2 \varnothing_r(x) q_r(t) = p(x, t) \quad \text{VII.20}$$

şeklini alır. Ortogonalite prensibi kullanılarak, her terimi $\varnothing_j(x)$ mod şekil fonksiyonu ile çarparak 1 uzunluğunda ki sistem için entegrasyon suretiyle

$$q_i(t) \int_0^1 m(x) \varnothing_i^2 dx + \omega_i^2 q_i(t) \int_0^1 m(x) \varnothing_i^2 dx = \int_0^1 p(x, t) \varnothing_i(x) dx$$

ve buradan,

$$M_i = \text{Genelleştirilmiş Kütle} = \int_0^1 m(x) \varnothing_i^2 dx = \int_0^1 \varnothing_i^2(x) dx$$

$$P_i = \text{Genelleştirilmiş Kuvvet} = \int_0^l p(x,t) \varnothing_i(x) dx$$

$$K_i = \text{Genelleştirilmiş Rijitlik} = w_i^2 M_i$$

tarif edilerek,

$$M_i \ddot{q}_i + k_i q_i = P_i$$

veya

$$\ddot{q}_i + w_i^2 q_i = \frac{P_i}{M_i} \quad \text{VII.21}$$

denklemleri elde edilir ki görüldüğü gibi TSD hareket denklemlerine benzer. Şu halde çözüm Duhamel Entegrali yoluyla

$$q_i = \frac{1}{M_i w_i} \int_0^t P_i(\tau) \sin w_i(t-\tau) d\tau$$

ve genel çözüm denklemleri

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varnothing_i(x)}{M_i w_i} \int_0^t P_i(\tau) \sin w_i(t-\tau) d\tau \quad \text{VII.22}$$

elde edilir.

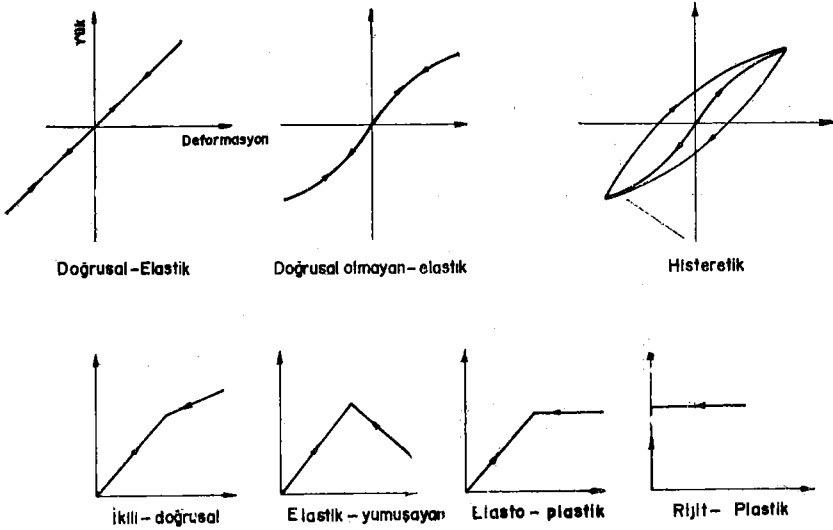
VIII. YAPILARIN DOĞRUSAL OLMİYAN DAVRANIŞLARI

VIII.1. GENEL

Yapıların doğrusal olmiyan davranışları aşağıdaki nedenlere bağlanabilir.

a — Malzemedeki doğrusal olmama durumu :

Yapı elemanlarında kullanılan malzemelerin yük-deformasyon eğrileri doğrusal olmiyabilir. Bu tip elemanlardan oluşan yapılara doğrusal olmiyan yapılar diyeceğiz. Eğer yük-deformasyon eğrisi tek değerli ve daha önce oluşmuş hareketten etkilenmiyor ise bu duruma elastik karşılığı duruma ise inelastik yani elastik olmayan davranış denir. Yapının veya yapı elemanlarının elastik olması aynı zamanda yapının doğrusal (lineer) olmasını gerektirmez. Elastik limitleri üzerinde deformasyona uğrayan birçok yapı elemanı doğrusal olmayan davranış gösterebilir ve iç sürtünmeler, plastik kaymalar nedeni ile haiz olduğu mekanik enerjinin bir kısmını kaybeder. Bu olaya histeresis, bu gibi elemanlardan oluşan inelastik sistemlere ise histeretik sistemler adı verilir. Bir çok betanarme ve çelik yapı elemanları büyük deformasyonlar karşısında doğrusal olmiyan histeretik davranış gösterirler. Şekil VIII. 1 de çeşitli yük-deformasyon eğri tipleri gösterilmiştir.

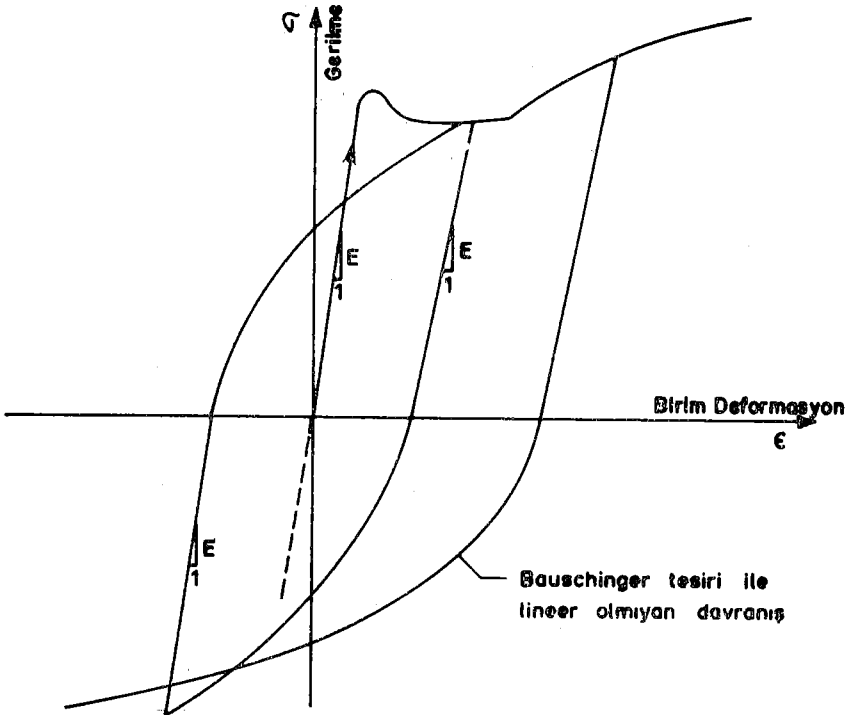


ŞEKİL VIII.1. DOĞRUSAL OLMİYAN DAVRANIŞLAR..

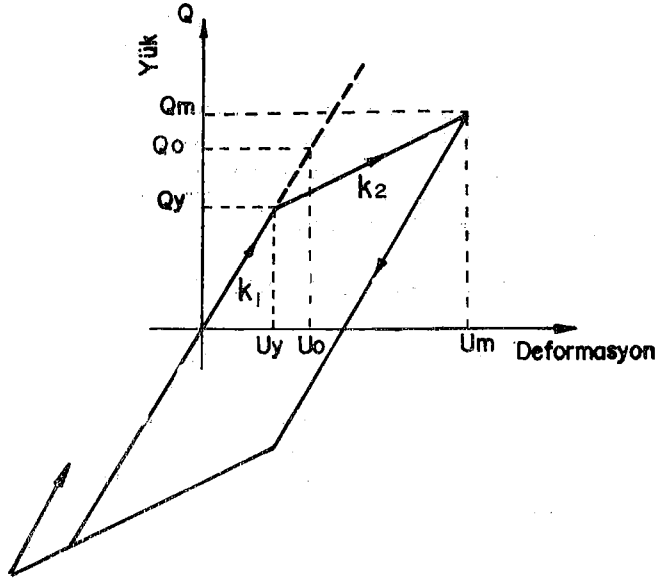
Şekil VIII. 2 de betonarme veya çelik yapılarda kullanılan çeliğin doğrusal olmayan gerilme-birim deformasyon eğrisi görülmektedir. İlk eğitimi Young Modülü, E 'ye eşit olan bu davranış, akma noktasından sonra elastik özelliklerini kaybetmektedir. Akmadan sonra belirli birim deformasyona erişerek gerilmesi azaltılan çeliğin herne kadar doğrusal gerilme birim deformasyon özelliği kaybolmayıp doğrunun eğimi E' ye eşit olarak kalyorsada, gerilmenin çekmeden-basınca veya basıncıtan çekmeye dönmesi halinde Bauschinger tesiri ile doğrusal olmuyan gerilme-birim deformasyon eğrisi oluşmaktadır. Doğrusal olamayan bu davranış inceleme kolaylığı açısından Şekil VIII. 3 de gösterildiği gibi basitleştirilerek kullanılmaktadır.

b — Geometrik doğrusal olmama durumu :

Bu durumda sistem elemanlarının davranışı doğrusal olabilir. Fakat sistem geometrisinin büyük deformasyonlar sonucunda değişmesi sistemde doğrusal olmayan davranışları doğurur. Asma köprülerin ve yükleme altında bazı elemanları elastik burkulmaya maruz kalabilen yapıların davranışı bu duruma birer örnektir. Ters sarkaç modeline sahip yapılarda salınım esnasında görülen ve yapı zati ağırlığı P ile kütle ağırlık merkezi ve mesnet arasındaki Δ deformasyondan oluşan $P \cdot \Delta$ mesnet momenti bu gibi yapıların davranışın-



ŞEKİL VIII. 2. ÇELİK HİSTERİK EĞRİSİ



ŞEKİL VIII.3. İKİLİ DOĞRUSAL YÜK DEFORMASYON DİYAGRAMI

daki ancak çok küçük deformasyonlar için mümkün doğrusallığı ortadan kaldırmaz. Pratikte bu duruma P- Δ etkisi denilmektedir.

Doğrusal olmayan bir sistemin titreşim denklemi, doğrusal sistemlerde olduğu gibi, atalet, sönüm ve sisteme etkiyen dinamik kuvvetlerin dengesinden (d' Alembert Prensipli) elde edilen

$$F_A(t) + F_s(t) + F_y(t) - F(t) = 0 \quad \text{VIII.1}$$

denklemi ile temsil edilir. Bu denklem sistem geometrisinin değişmediği durumlar için geçerlidir.

TSD sistemler için bu denklem aşağıdaki şekilde gösterilebilir,

$$m \ddot{u}(t) + c(t) \dot{u}(t) + k(t) u(t) = F(t) \quad \text{VIII.2}$$

Görüldüğü gibi sönüm sabiti $c(t)$ ve yay sabiti $k(t)$ zamanın bir fonksiyonu olduğu zaman doğrusal olmayan davranış meydana gelmektedir.

Doğrusal olmayan yapıların serbest veya zorlanmış (Steady-State) salınımları differansiyel hareket denkleminin doğrudan doğruya çözümü ile elde edilebilir. Deprem mühendisliğinde daha çok yapıların geçici (transient) mesnet hareketlerine karşı davranışlarının saptanması söz konusu olduğundan analiz yöntemleri olarak daha çok analog bilgi sayarlar ve bilhassa sayısal entegrasyon metodları kullanılmaktadır. Bugünkü bilgisayar olanakları içinde herhangi bir çok serbestlik dereceli (ÇSD) bir yapının doğrusal olmayan davranışları sayısal yöntemlerle incelenebilir. Ancak bu gibi incelemeler belirli bir yapı hakkında bilgi sağlayabilirse de elde edilen sonuçlar kolaylıkla genel-

leştirilemez. Geniş kapsamlı sonuçlar elde etmeğe yönelik araştırmalarda yapı elemanları için genellikle ikili-doğrusal (bi-linear) elastik veya histeretik modeller ve bilhassa bu modellerin limit hali olan ve ikinci doğrun eğiminin sıfıra eşitlenmesi ile elde edilen elasto-plastik sistemler kullanılmaktadır. Bu gibi basitleştirilmiş modellerin, pratik sınırlar içerisinde, gerçek yapı davranışlarını temsil etmeğe yeterli olduğu birçok araştırmacı tarafından belirtilmiştir.

Bu yazıda TSD veya ÇSD ikili-doğrusal elastik ve histeretik sistemlerin geçici (transient) mesnet hareketlerine karşı davranışları incelenecek ve yaklaşık tasarım yöntemleri geliştirilecektir.

VIII.2. TSD DOĞRUSAL OLMAYAN TİTREŞİM DENKLEMİNİN SAYISAL ÇÖZÜMÜ

Doğrusal olmayan sistemlerin titreşim denkleminin çözümü için yapı dinamiğinde en çok başvurulan sayısal yöntem Newmark (35) tarafından geliştirilmiş olan «Doğrusal İvme Metodu» adıyla da bilinen yöntemdir. Bu yöntem herhangi bir serbestlik derecesi için geçerlidir.

Titreşim denklemi VIII.1 veya 2 tarafından verilen bir sistemin çözümünde, yöntem şu şekilde uygulanır.

1 - (t) zamanında bilinen u , \dot{u} , \ddot{u} ve değerleri u_t , \dot{u}_t ve \ddot{u}_t

olarak gösterilsin

2 - $t = \Delta t$ zamanı için $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ değeri tahmin edilir

3 - $\dot{u}_{t+\Delta t}$ değeri,

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{u}_t + \ddot{u}_{t+\Delta t}) \quad \text{VIII.3}$$

denklemini ile hesaplanır.

4 - $u_{t+\Delta t}$ değeri,

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)(\Delta t)^2 \ddot{u}_t + \beta(\Delta t)^2 \ddot{u}_{t+\Delta t} \quad \text{VIII.4}$$

denklemini ile hesaplanır.

5 - Titreşim denkleminde $\dot{u}_{t+\Delta t}$ ve $u_{t+\Delta t}$ değerleri kullanılarak

yeniden bir $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ bulunur.

6 — Bu iterasyon, 1. ve 5. maddeler arasında tahmin edilen ve hesaplanan ü değerleri arasındaki fark belirli bir toleransın altına düşüncüye kadar tekrarlanır.

Bu yöntem Δt aralığı içerisinde ü değerinin doğrusal olarak değiştiğini farz etmektedir. $\beta = 1/4$ aynı aralık içerisinde ü değerinin doğrusal değişimine, $\beta = 1/6$ ise parabolik değişimine tekabül eder. Sistem periyodu T ise, $\Delta t = 0.1T$ ve $\beta = 1/6$ için bu sayısal yöntemin yaklaşım hatası üç iterasyondan sonra $1/1000$ oranını geçmez.

Bu yöntemde kullanılan denklemler, değer artmaları (incremental) şeklinde yazılırsa el hesabı için daha uygun bir hale dönüşmektedir. Δt zaman ağırlığı içindeki değer artmalarını Δu , $\Delta \dot{u}$ ve $\Delta \ddot{u}$ olarak gösterirsek, $\beta = 1/6$ değeri için aşağıdaki denklemler elde edilebilir (36).

$$\Delta \ddot{u} = \ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t \quad \text{VIII.5}$$

$$\Delta \dot{u} = \frac{\Delta t}{2} (\dot{u}_t + \dot{u}_{t+\Delta t}) \quad \text{VIII.6}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta \dot{u} \quad \text{VIII.7}$$

$$\Delta u = \Delta t \dot{u}_t + \frac{(\Delta t)^2}{3} \ddot{u}_t + \frac{(\Delta t)^2}{6} \ddot{u}_{t+\Delta t} \quad \text{VIII.8}$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta u \quad \text{VIII.9}$$

TSD titreşim denklemini değer artımı şeklinde yazarsak :

$$m \Delta \ddot{u} + c \Delta \dot{u} + k \Delta u = \Delta F \quad \text{VIII.10}$$

Burada ΔF , sisteme etkiyen kuvvetin Δt zaman aralığı içindeki değişimini göstermektedir.

Eğer yapı bir zemin ivmesine maruz ise titreşim denkleminin değer artımı şeklinde yazılışı :

$$\Delta \ddot{u} + 2h\omega_n \Delta \dot{u} + \omega_n^2 \Delta u = - \Delta \ddot{u}_d \quad \text{VIII.11}$$

şeklinde olur. Burada $\Delta \ddot{u}_d$, Δt zaman aralığı içindeki zemin ivmesi değişimidir.

VIII. 5-9 numaralı denklemleri, denklem VIII.10 a koyar ve $\Delta \ddot{u}$ değerini çözersek :

$$\Delta \ddot{u} = \frac{[\Delta t k + \frac{\Delta t^2}{2} k] \ddot{u}_t - \Delta t k \dot{u}_t + \Delta F}{m + \frac{\Delta t}{2} c + \frac{\Delta t^2}{6} k} \quad \text{VIII.12}$$

elde edilir.

$\Delta \ddot{u}$ değerinin denklem VIII.11 vasıtasıyla çözümü ise :

$$\Delta \ddot{u} = \frac{-[2 h w_n \frac{\Delta t}{2} + w_n^2 \frac{\Delta t^2}{2}] \dot{u}_t - w_n^2 \Delta t u_t + \Delta \ddot{u}_d}{1 + h w_n \frac{\Delta t}{2} + w_n^2 \frac{\Delta t^2}{6}} \quad \text{VIII.13}$$

olur. O halde eğer (t) zamanındaki u_t , \dot{u}_t ve \ddot{u}_t başlangıç değerleri biliniyorsa denklem VIII.12 veya 13 vasıtasıyla $\Delta \ddot{u}$ hesaplanır daha sonrada denklem VIII.6 vasıtasıyla $\Delta \dot{u}$, VIII.8 vasıtasıyla da Δu elde edilir. $t+\Delta t$ zamanındaki $u_{t+\Delta t}$, $\dot{u}_{t+\Delta t}$ ve $\ddot{u}_{t+\Delta t}$ değerleri VIII.5, 7 ve 9 numaralı denklemlerden bulunur.

Görülebileceği üzere bu denklemler iterasyona ihtiyaç göstermemektedir. Ancak iyi bir yaklaşım için Δt nin $T/10$ dan daha küçük alınması gerekir.

Örnek VIII.1

Yukarıda anlatılan sayısal yöntemle tabii frekansı $f_n = 1.125$ Hz. ve relatif sönümü $h = 0.05$ olan Şekil VIII.4 de gösterilmiş yapının deformasyonunu hem doğrusal ve hemde elastoplastik durum için hesaplayalım. Yapıya tesir eden zemin ivmesi ve yapının yük-deformasyon diyagramı aynı şekilde gösterilmiştir. Deformasyon 3.5 cm, ye ulaştığında akma başlamakta ve rijidite sıfıra inmektedir. Sistemdeki sönümün elasto-plastik davranıştan etkilenmediği farz edilecektir.

$$\Delta t = 0.1 \text{ sn. seçelim. } w_n = 2\pi f = 7.0686 \text{ rad/sn. dir.}$$

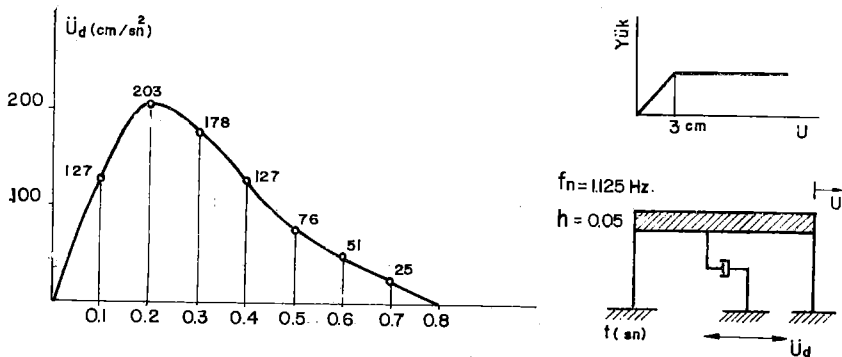
Denklem VIII.13 vasıtasıyla ilk yükleme durumunda $0 < u_t < 3.5$ cm. aralığı ve $\dot{u}_t = 0$ dan sonra başlayan yük boşaltımı durumu için :

$$\Delta \ddot{u} = -0.2549 \dot{u}_t + 4.4667 \ddot{u} + 0.8940 \Delta \ddot{u}_d \quad \text{VIII.14}$$

$u_t > 3.5$ cm. ve $\dot{u}_t = 0$ oluş zamanları arasındaki akma durumu için :

$$\Delta \ddot{u} = -0.0341 \ddot{u}_t + 0.9659 \Delta \ddot{u}_d \quad \text{VIII.15}$$

denklemleri elde edilir.



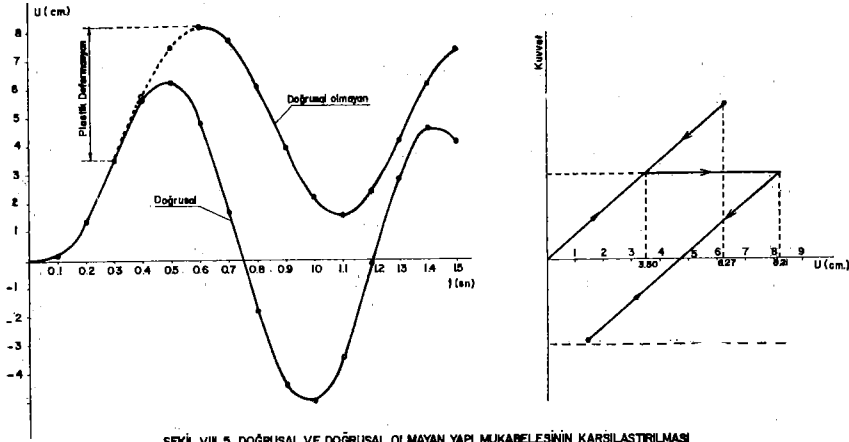
Önce sistemin tamamen doğrusal davrandığını kabul ederek deformasyonları bulalım.

Bu çözümde $\Delta \dot{u}_d$ için yalnızca VIII.14 numaralı denklem kullanılmalıdır. Sayısal analiz sonuçları aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Zaman (sn)	$\Delta \dot{u}_d$ (cm/sn ²)	\dot{u}_t (cm/sn ²)	\dot{u}_t (cm/sn)	u_t (cm)
0.0		0	0	0
0.1	127	113.53	5.68	0.19
0.2	76	127.18	17.71	1.35
0.3	— 25	— 6.71	23.74	3.53
0.4	— 51	— 156.61	15.57	5.62
0.5	— 51	— 231.82	— 3.85	6.27
0.6	— 25	— 177.87	— 24.34	4.82
0.7	— 26	— 47.06	— 35.58	1.71
0.8	— 25	101.52	— 32.86	— 1.84
0.9	0	222.41	— 16.66	— 4.41
1.0	0	240.14	6.64	— 4.94
1.1	0	150.05	25.97	— 3.24
1.2	0	— 4.22	33.27	— 0.15
1.3	0	— 151.73	25.47	2.91
1.4	0	— 226.81	6.54	4.57
1.5	0	— 198.20	— 14.71	4.14

Sistemin doğrusal olmayan çözümünde benzer şekilde yapılabilir. Ancak doğrusal çözümde görüldüğü gibi $t = 0.3$ sn. de $u_t = 3.53$ cm. olmakta ve akma başlamaktadır. Bu durumda, $t = 0.3$ sn. den sonra $\Delta \dot{u}_d$ değerini elde etmek için VIII. 15 numaralı denklemi kullanmamız gerekecektir. Plastik deformasyona uğrayan bir sistemde sistemin deformasyon yönü değiştiği, yani $\dot{u}_t = 0$ olduğu zaman sistem yük boşaltmağa başlamıştır ve rijiditesi tekrar ilk değerini alır. Bu durumda $\Delta \dot{u}_d$ için tekrar VIII.14 denklemi kullanılmalıdır. Elasto-plastik çözüm aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

	Zaman (sn)	$\Delta \dot{u}_d$ (cm/sn ²)	\dot{u}_t (cm/sn ²)	\dot{u}_t (cm/sn)	u_t (cm)	
	0		0	0	0	
	0.1	127	113.53	5.68	0.19	
	0.2	76	127.18	17.71	1.35	
	0.3	— 25	— 6.71	23.74	3.53	
Plastik Deformasyon Bölgesi	}	0.4	— 51	— 55.74	20.61	5.79
		0.5	— 51	— 103.10	12.67	7.49
		0.6	— 25	— 123.73	1.33	8.21
		0.7	— 26	— 121.37	— 10.93	7.73
		0.8	— 25	— 63.98	— 20.19	6.12
		0.9	0	42.25	— 21.27	3.95
		1.0	0	126.67	— 12.81	2.19
		1.1	0	151.57	1.17	1.58
		1.2	0	107.99	14.08	2.38
		1.3	0	17.55	20.36	4.18
		1.4	0	— 77.87	17.35	6.14
		1.5	0	— 135.50	6.68	7.39



ŞEKİL VIII.5. DOĞRUSAL VE DOĞRUSAL OLMAYAN YAPI MUKABELESİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Şekil VIII.5 de elasto-plastik ve elastik mukabeleler karşılaştırılmıştır. Görüleceği gibi elasto-plastik sistemde 4.71 cm.lik devamlı bir plastik deformasyon kalmıştır.

VIII.3. T.S.D. SİSTEMLERİN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞLARI

Şekil VIII.3 de ikili-doğrusal sistemlere ait yük-deformasyon diagramı sunulmuştur. İlk doğrusal parçanın eğimi K_1 , ikincisi ise K_2 ile gösterilmiştir. Akma sınırı deformasyonu U_y , doğrusal şartlar altında erişilebilen maksimum deformasyon U_o , maksimum doğrusal olmayan deformasyon ise U_m ile gösterilsin. Bu deformasyonlara tekabül eden kuvvetler ise Q_y , Q_o ve Q_m ile gösterilmiştir. Maksimum doğrusal olmayan deformasyonun akma sınırı deformasyonuna oranı, U_m/U_y , «düktilite» olarak adlandırılmakta ve μ simgesi ile gösterilmektedir. Akma sınırı deformasyonunun maksimum doğrusal deformasyona oranını, U_y/U_o , «akma faktörü» olarak adlandırıp, c , ile ifade edeceğiz.

Bu durumda

$$\mu = \frac{U_m}{U_y} \quad \text{VIII.16}$$

$$c = \frac{U_y}{U_o} = \frac{Q_y}{Q_o} \quad \text{VIII.17}$$

$$\frac{U_m}{U_o} = \mu c \quad \text{VIII.18}$$

olacağı açıktır.

Örnek çözümünden elde ettiğimiz sonuçlarla karşılaştırırsak :

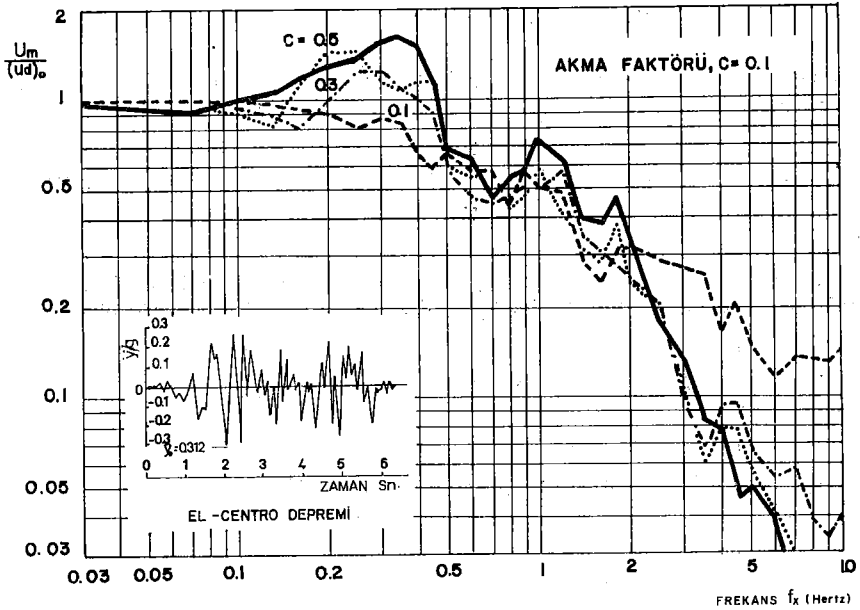
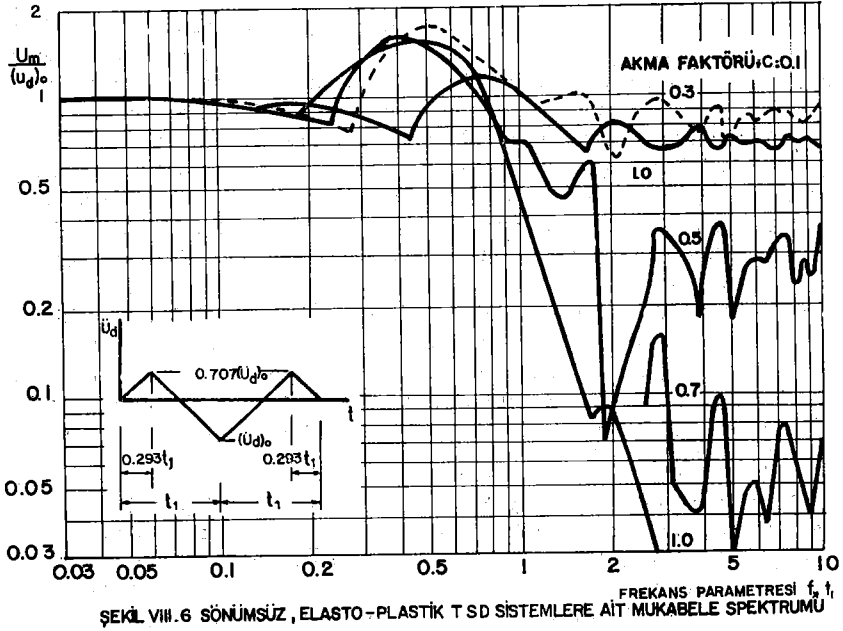
$$U_m = 8.21 \text{ cm.}$$

$$U_y = 3.5 \text{ cm.}$$

ve $U_o = 6.27 \text{ cm.}$ elde ederiz.

Buna göre sistemdeki $c = 0.5$, $\mu = 1.79$ olmaktadır.

Şekil VIII.6 ve VIII.7 de tek özgürlük dereceli elasto-plastik sistemler için geçerli mukabele spektrası değişik akma faktörü, c , değerleri için sunulmuştur. Bu spektrumlar için kullanılan mesnet hareketleri Şekil VIII.6 nın içinde



basitleştirilmiş bir zemin ivmesi, Şekil VIII.7'nin içinde ise 1940 El-Centro depreminin ilk 6.29 saniyelik akselerogramı olarak gösterilmiştir. Yatay eksen- de, sistemin küçük amplitüd doğrusal frekansı, f ile gösterilmektedir. Verilen bir mesnet hareketi için U_m ve U_o arasındaki bağlantı, sistem frekansı ve akma faktörü (dolayısıyla düktilite) ile değişmektedir. Spektrumun solunda yer alan küçük frekans bölgelerinde her iki deformasyon, pratik sınırlar içerisinde, eşit kabul edilebilir. Bu düşük frekanslı, yumuşak sistemlerin kendi akma sınırlarından bağımsız olarak bir yer değiştirme ölçütü (displacement meter) şeklinde davranıp maksimum mesnet yer değiştirmesine eşit bir maksimum deformasyona uğramalarından ileri gelmektedir. Soldan sağa doğru geçtiğimizde önce U_m ni genellikle U_o dan daha küçük olduğu sonra da U_m nin yaklaşık olarak U_o ya eşit olduğu bölgelere gelinir. Bu bölgelerde akma faktörünün etkisiz az ve düzensizdir. Sağda yer alan yüksek frekans bölgelerinde U_m , U_o dan daha büyüktür. Özellikle daha yüksek frekans bölgelerinde U_m ve U_o arasındaki bağlantının frekans ve akma faktöründeki değişikliklere karşı çok hassas olduğu görülebilir. Bu gözlemler sisteme etki eden mesnet hareketinden genellikle bağımsız olup ilerde görüleceği gibi, sistemin histeresisten ötürü enerji kaybetmesinden ve doğrusal olmayan sistemin doğrusal sisteme göre daha küçük bir zahiri frekansı olmasından doğmaktadır. Şimdi, sistemin davranışını daha kantitatif olarak değişik spektral frekans bölgelerinde inceliyelim.

Düşük frekanslı yumuşak sistemlerde sistemin kompleks mesnet hareketlerine karşı olan davranışına aynı sistemin ani bir mesnet yer değiştirmesine gösterdiği davranış incelenerek yaklaşılabılır. Basamak şeklinde bir $-Y_o$ mesnet yer değiştirmesine maruz kalan bir sistemdeki maksimum deformasyonun değeri, sistem yük-deformasyon eğrisinin özelliklerinden bağımsız olarak, Y_o değerine eşittir. Bu ani yer değiştirmeden sonra, artık sistem enerjisine daha fazla bir katkı olmadığından, sistemin deformasyonu Y_o 'ya eşit veya daha küçük olacaktır.

$$O \text{ halde : } \quad U_m = U_o = Y_o ; \quad \frac{U_m}{U_o} = 1 \quad \text{VIII.19}$$

$$C = \frac{1}{U} \quad \text{VIII.20}$$

olacaktır.

Ancak bu ani yer değiştirmenin doğrusal bir sisteme vereceği enerji, E_o , doğrusal olmayanı vereceğinden, E_m , farklıdır. Şekil VIII.3 incelenecek olursa :

$$E_o = \frac{1}{2} Q_o U_o = \frac{1}{2} K_1 U_o^2 \quad \text{VIII.21}$$

$$E_m = \frac{1}{2} Q_y U_y + \frac{1}{2} K_2 (U_m - U_y)^2 + Q_y (U_m - U_y)$$

$$E_m = \frac{1}{2} Q_y U_y \left[(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2 \right] \quad \text{VIII.22}$$

ve bu iki enerjinin birbirine oranı

$$\frac{E_m}{E_o} = \frac{(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2}{\mu^2} \text{ olarak bulunur} \quad \text{VIII.23}$$

Elasto-plastik sistemler için bu oran

$$\frac{E_m}{E_o} = \frac{2\mu - 1}{\mu^2} \text{ şeklini alır.} \quad \text{VIII.24}$$

Mukabele spektrumunun orta frekans bölgelerinde yer alan sistemlerin mesnet hız değişikliklerine olan hassasiyetleri büyüktür ve sistem periyoduna göre küçük yükseliş zamanlı deprem hızlarının sisteme olan etkisi aynı sistemin ani bir mesnet hız değişikliğine karşı gösterdiği davranışın incelenmesiyle

açıklanabilir. Basamak şeklinde bir mesnet hız değişikliğine, $-\ddot{Y}_o$, maruz bir sistemde relatif hızın alacağı başlangıç değeri, sistemin yük-deformasyon eğ-

risinin özelliklerinden bağımsız olarak, \dot{Y}_o değerine eşit olur, ve dolayısıyla sisteme aktarılan enerji $(1/2) mY_o^2$ ifadesi ile verilebilir. O halde doğrusal ve doğrusal olmayan iki sistemin maksimum deformasyonlarına erişinceye kadar kullanacakları enerji miktarı aynı olmaktadır. Denklem VIII.21 ve VIII.22 kullanılarak

$$E_o = E_m \quad \text{VIII.25}$$

$$\frac{U_m}{U_o} = \frac{\mu}{\sqrt{(2\mu-1) - (K_2/K_1)(\mu-1)}} \quad \text{VIII.26}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{(2\mu-1) + (K_2/K_1)(\mu-1)}} \quad \text{VII.27}$$

ifadeleri elde edilebilir.

Elasto-plastik sistemler için (VIII.27)

$$c = \frac{1}{\sqrt{2\mu-1}} \text{ şeklini alır.} \quad \text{VIII.28}$$

Yüksek frekanslı sistemlerde ise deprem hareketlerinin sisteme etkisini aynı sistemin ani bir mesnet ivme değişikliğine karşı gösterdiği davranışla açıklamak mümkündür. Bu gibi sistemlerde basamak şeklinde bir mesnet ivme değişikliği, $-\ddot{Y}_o$ 'dan doğan sistemin maksimum relatif ivmesi yük-deformasyon eğrisinin özelliklerinden bağımsız olarak \dot{Y}_o değerine eşit olur ve bu durumda sistem, üzerine statik bir $m\dot{Y}_o$ kuvveti etki eden sabit mesnetli bir eş-

değer sisteme dönüştürülerek incelenebilir. Harici kuvvet tarafından sistem maksimum deformasyonu kazanıncaya kadar yapılan iş sistemde depolanan potansiyel enerjiye eşit olmalıdır. O halde :

$$\text{Doğrusal sistem için : } m\dot{Y}_0 U_0 = \frac{1}{2} K_1 U_0^2; \text{ veya } \frac{p^2 U_0}{\dot{Y}_0} = 2 \quad \text{VIII.29}$$

Doğrusal olmayan sistem için :

$$m\dot{Y}_0 U_m = \frac{1}{2} K_1 U_y^2 \left[(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2 \right] \quad \text{VIII.30}$$

$$\frac{p^2 U_y}{\dot{Y}_0} = \frac{2\mu}{(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2} \quad \text{VIII.31}$$

elde edilir. Burada p, sistemin küçük amplitüd dairesel frekansını göstermektedir.

$$p^2 = \sqrt{\frac{K_1}{m}} \quad \text{VIII.32}$$

Denklem (VIII.29) ve (VIII.30)dan

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{\mu^2}{(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2} \quad \text{VIII.33}$$

ve

$$c = \frac{\mu}{(2\mu - 1) + \frac{K_2}{K_1} (\mu - 1)^2} \quad \text{VIII.34}$$

elde edilebilir. Elasto plastik sistemlerde Denklem (VIII.34) aşağıdaki şekle indirgenir.

$$c = \frac{\mu}{2\mu - 1} \quad \text{VIII.35}$$

Aşağıdaki tabloda her üç basamak geklindeki mesnet hareketine tekabül eden U_y/U_0 ve U_m/U_0 değerleri elasto plastik sistemler için gösterilmiştir.

Düktilite μ	$c = U_y/U_o$			$\mu^c = U_m/U_o$		
	Deplasman Değişikliği	Hız Değişikliği	İvme Değişikliği	Deplasman Değişikliği	Hız Değişikliği	İvme Değişikliği
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1.25	0.80	0.82	0.83	1.00	1.02	1.04
1.5	0.67	0.71	0.75	1.00	1.06	1.12
2	0.50	0.58	0.67	1.00	1.16	1.33
3	0.33	0.45	0.60	1.00	1.34	1.80
5	0.20	0.33	0.56	1.00	1.67	2.78
10	0.10	0.23	0.53	1.00	2.29	5.26

Bu tablodan görüleceği gibi $\mu = 1.5$ gibi küçük bir düktilite faktörü, sistemin akma direncinde % 30 mertebesinde bir indirim gerektirdiği halde, sistemin maksimum deformasyonu en çok % 10 mertebesinde artmaktadır. Düktilite 2 den küçük olduğu müddetçe sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan maksimum deformasyonları arasındaki fark % 33 ü geçmemektedir. Bu durumda küçük düktilite değerleri için mesnet hareketinin özelliklerinin fazla bir etkisi bulunmadığı görülebilir. Ancak büyük düktilitelerde mesnet hareketinin özelliklerinin büyük bir etkisi olduğu ve dolayısıyla her üç U_m/U_o değerlerinin birbirinden çok değiştiği göz önünde tutulmalıdır.

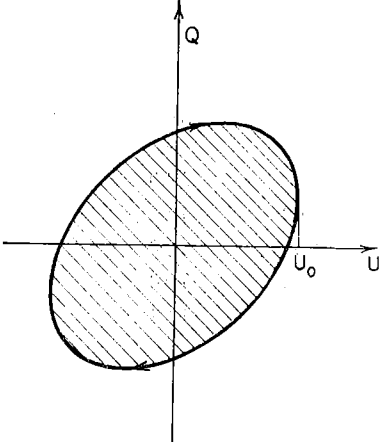
Dikkat edilecek olursa şimdiye kadar anlatılan inceleme yönteminin, sistemin histeresis dolayısıyla kaybettiği enerji göz önüne alınmadığından, yalnız ikili-doğrusal elastik sistemler için gerçekçi bir yaklaşım olduğu ortaya çıkar. Ancak yapılan araştırmalarda (37, 52) ikili-doğrusal elastik ve histeretik sistemlerin davranışları arasında fazla bir fark olmadığı görülmüş ve buna dayanarak sistemdeki enerji kaybının deformasyonlar üzerinde önemli bir etkisi olmadığı ileri sürülmüştür. Şimdi bu önemli görüşleri irdeliyebilmek için sistemdeki enerji kaybını da göz önüne alabilen ikinci bir inceleme yöntemini açıklayalım. Bu yöntem aynı bir mesnet hareketine maruz bırakıldığı takdirde doğrusal olmayan sistemin davranışına, hiç olmazsa, yaklaşık bir davranışta bulunabilecek olan bir eşdeğer doğrusal sistemin parametrelerinin saptanmasına dayanmaktadır.

Bilindiği gibi elastik sistemlerde salınım esnasında enerji kaybı yalnız sönmünün tesiri ile olmaktadır. Kararlı (steady-state) salınım yapan doğrusal elastik, tek serbestlik dereceli sistemin kuvvet-deformasyon diagramı Şekil VIII.8 de verilmiştir. Bu şekilde Q sisteme etki eden harici kuvveti, U sistem deformasyonu, θ ise faz farkını göstermektedir. Sistemin sönmü dolayısıyla bir dönüme (cycle) kaybettiğini enerji şekildeki taralı alana eşit olup

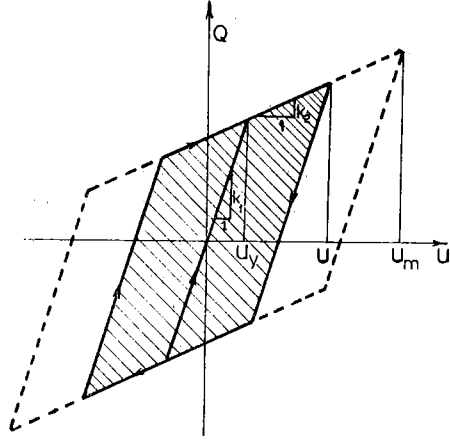
$$E_h = 2 h K \pi U_o^2$$

VIII.36

ifadesi ile verilebilir. Bu denklemde h sistemindeki relatif viskoz sönmü oranını, K yay katsayısını ve U_o ise sistemin maksimum doğrusal deformasyonunu göstermektedir. Sistemin haiz olduğu maksimum potansiyel enerji :



ŞEKİL VIII.8



ŞEKİL VIII.9

$$E_p = \frac{1}{2} K U_0^2 \quad \text{VIII.37}$$

olacaktır. Denklem VIII.36 ve VIII.37 den relatif sönüm oranı;

$$h = \frac{1}{4\pi} \frac{E_h}{E_p} \quad \text{olarak bulunur.} \quad \text{VIII.38}$$

Histeretik bir sistemin U maksimum deformasyonunu halz bir dönüşünde kaybettiği enerji E_h , Şekil VIII.9 da gösterilen taralı alana eşittir. Eğer sistem sönümlü bir sistemse kaybedilen bu enerjinin bir kısmının sönümden diğer bir kısmının ise histeresisten meydana geleceği açıktır. Bu enerji kaybı doğrusal bir sistemin sönümden ötürü kaybettiği enerjiye analog bir şekilde nitelenecek doğrusal olmayan histeretik sistemler için geçerli eşdeğer bir sönüm oranı, h' , denklem VIII.38'e benzer bir şekilde verilebilir.

$$h' = h + \frac{1}{4\pi} \frac{E_h}{E_p} \quad \text{VIII.39}$$

Eğer histeretik sistem sönümsüz ise denklem VIII.39 da $h = 0$ alınmalıdır. Şekil VIII.9 kullanılarak E_h ve E_p aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$E_p = \frac{1}{2} U [U_y K_1 + (U - U_y) K_2] \quad \text{VIII.40}$$

$$E_h = 4 (U - U_y) (1 - K_2/K_1) [U_y K_1 + (U - U_y) K_2] \quad \text{VIII.41}$$

ve

$$h' = h + \frac{1}{2\pi} (1 - K_2/K_1) \left(1 - \frac{1}{U/U_y}\right) \quad \text{VIII.42}$$

Denklem VIII.42 de eşdeğer sönüm, (U/U_y) 'nin bir fonksiyonu olarak bulunmaktadır. U deformasyonunun salınım esnasında U_y ve U_m değerleri arasında ve herbir ara değer için tamamen aynı olasılıkla değiştiği varsayılırsa, en basit bir yaklaşımla ortalama eşdeğer sönüm, h'_o ,

$$h'_o = h + \frac{1}{\mu} \int_1^{\mu} h' \left(\frac{U}{U_y} \right) d \left(\frac{U}{U_y} \right)$$

VIII.43

$$h'_o = h + \left(1 - \frac{K_2}{K_1} \right) \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu} - \frac{\ln \mu}{\mu} \right)$$

alınabilir.

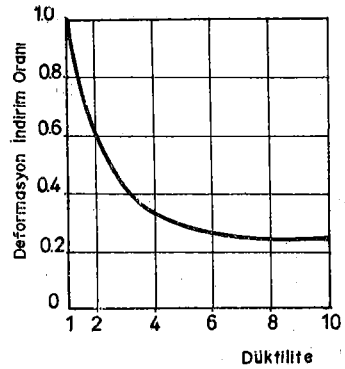
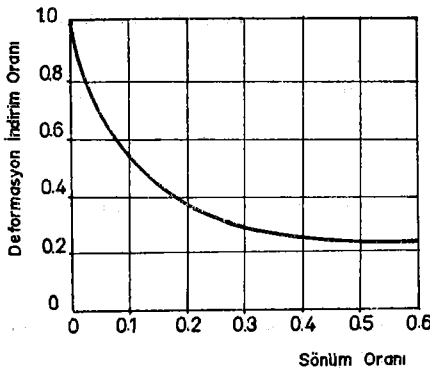
Sönümsüz, elasto plastik histeretik sistemler için Denklem VIII.43

$$h'_o = \frac{2}{\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu} - \frac{\ln \mu}{\mu} \right)$$

VIII.44

durumuna indirgenir.

El-Centro depremi tipindeki genel mesnet hareketlerine maruz kalan tek özgürlük dereceli doğrusal sistemlerde sönümden doğan deformasyon indirim oranı Şekil VIII. 10 a gösterilmiştir. Bu indirim oranları mukabele spektrasının yatay doğru olduğu bölge yani orta frekans bölgeleri için geçerlidir. Şekil VIII. 10 b de şekil VIII.10 a nın yatay ekseninde gösterilen sönüm oranları Denklem VIII.42 kullanılarak sistemdeki düktilite cinsinden gösterilmiştir. Bu şekillerden düktilitenin 4 den büyük olduğu durumlarda, yalnız histeresisle enerji kaybindan ötürü, % 75 büyüklüğünde bir deformasyon azalması beklenebileceği görülmektedir.



ŞEKİL VIII.10 a,b

VIII.3.1. İKİLİ DOĞRUSAL ELASTİK VE HİSTERETİK SİSTEMLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

Doğrusal olmyan bir sistemin davranışı benzer bir doğrusal sistemden iki nedenden ötürü farklıdır.

a — Doğrusal olmyan sistem doğrusal sistemden rölatif olarak daha yumuşaktır ve dolayısıyla görünür tabii frekansı daha düşüktür.

b — Eğer doğrusal olmyan sistemde histeresis veya sistem titreşim enerjisinin bir kısmını bunun neticesi olarak kaybeder.

Tek özgürlük dereceli doğrusal sistemlerin deformasyon spektrumunu incelemek olursa (a) nedeninin sistem frekansına bağlı olarak deformasyonu her iki yönde de etkiliyebileceği, fakat (b) nedeninden ötürü deformasyonun her zaman azalacağı görülebilir.

Doğrusal olmyan davranışın bütünüyle benzer doğrusal sisteme yalnız bir eşdeğer sönüm oranı ekliyerek açıklanması düşünülebilir. Bu düşünce histeretik sistem maksimum deformasyonunun, küçük ve orta frekanslı spektral bölgelerde doğrusal sisteminkine eşit veya daha küçük olduğu gerçeğini gösterebilirdi, yüksek frekans bölgelerinde görülen deformasyon artışını bu düşünce ile kanıtlayabilmek için fiziksel açıdan olanak dışı olan eksi sönüm oranı kullanmak gerekmektedir.

Şekil VIII.11 de El-Centro depreminin etkisi altındaki elasto-plastik elastik ve histeretik sistemlerde dört değişik frekans için akma faktörü ve düktilitte bağlantıları gösterilmiştir. Bu şekilden aşağıdaki gözlemler çıkarılabilir.

Elastik ve histeretik sistemlerin genel davranışı birbirine benzemektedir. Bununla beraber histeretik sistemin deformasyonu, belli bir akma faktörü için, elastik deformasyondan daha küçüktür. Bu durum histeretik sistemdeki enerji kaybından oluşmaktadır. Ancak, elastik ve histeretik sistem deformasyonları arasında görülen bu fark şekil VIII.10b ye göre beklenenden çok daha küçüktür.

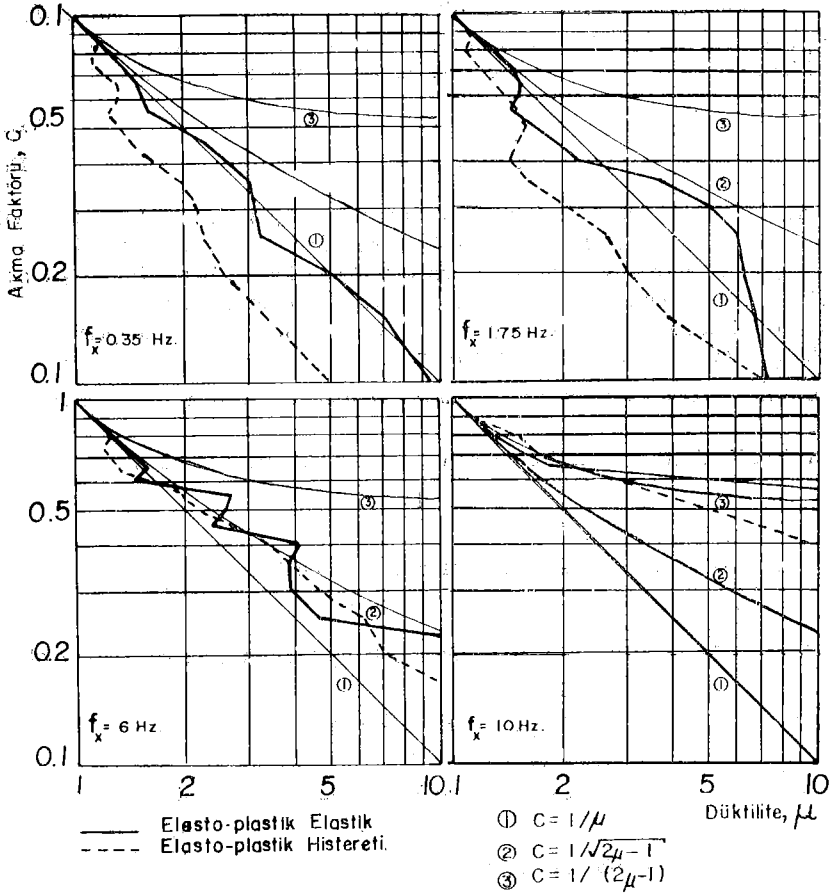
Denklem VIII.20, VIII.28, VIII.35, ile verilen akma faktörü ve düktilitte arasındaki bağlantılar Şekil VIII.11 de ayrıca gösterilmiştir. Düşük frekans

değerlerinde $c = \frac{1}{\mu}$, orta frekans değerlerinde $c = \frac{\mu}{\sqrt{2\mu-1}}$ ve yüksek

frekans değerlerinde ise $c = \frac{\mu}{2\mu-1}$ bağlantısının gerçek davranışa iyi bir

yaklaşım sağladığı görülebilir.

Bielak (37) ikinci doğru parçasının eğimi sıfırdan farklı olan ikili doğrusal elastik ve histeretik sistemleri karşılaştırmıştır. Bu araştırmada ikili doğrusal sistemin maksimum deformasyonunun, küçük ve orta frekans spektral bölgelerinde elasto-plastik sistem deformasyonuna benzediği ancak yüksek frekans değerlerinde, $K_2/K_1 = 0.1$ gibi küçük eğim oranı için bile, bu deforma-



ŞEKİL VIII. II. AKMA FAKTÖRÜ-DÜKTİLİTE BAĞLANTILARI.

yonun elastoplastik sisteminkinin çok altına düşüp doğrusal sisteminkine yaklaştığı bulunmuştur. Ayrıca ikili doğrusal elastik ve histeretik sistem deformasyonlarında elasto plastik sistemlerde görülen farklılaşmanın kaybolduğu yani histeretik sistemdeki enerji kaybının deformasyonu fazla etkilemediği görülmüştür.

VIII.3.2 ELASTO PLASTİK SİSTEMLERİN MUKABELE SPEKTRUMU

El-Centro depreminin etkisinde elasto-plastik histeretik bir sistem için deformasyon spektrumu Şekil VIII.7 de sunulmuştur. Bu spektrumda deformasyonlar belli bir akma faktörüne karşılık olarak verilmiştir. Elasto plastik bir yapının tasarımı için maksimum doğrusal olmayan deformasyonu belirleyen bir sınırın altında tutulabilecek akma gücünün veya akma noktası deformasyonunun bilinmesi gerekir. O halde mukabele spektrumu bu bilgileri kolaylıkla verecek bir şekilde düzenlenmelidir. Şekil VIII.12 de bu şekilde düzenlenmiş bir mukabele spektrumu verilmiştir. Bu spektrada soldaki çarpaz ölçek (mak-

sınım deformasyon yerine) sistemin akma noktası deformasyonunu, U_y vermekte ve her bir spektrum belli bir düktilite değerine tekabül etmektedir. Spektradaki V_y ve A_y , akma noktası deformasyonunun değişik ölçümleri olup

$$V_y = p U_y \quad \text{VIII.45}$$

$$A_y = p^2 U_y \quad \text{VIII.46}$$

denklemleri ile belirtilirler. Burada p , sistemin küçük amplitüd dairesel doğal frekansını göstermektedir. Bu mukabele spektrumu, sistemin maksimum deformasyonunu akma noktası deformasyonunun belirtilen bir katında (μ) sınırlandırmak için gerekli akma noktası deformasyonunu veya akma mukavemetini verir. Mukabele sepektrasının çeşitli frekans bölgelerindeki davranışı için aşağıdaki yaklaşık kurallar önerilebilir.

a) Düşük frekans bölgesinde doğrusal olmayan sistem deformasyonlarının spekt-

1
ral ordinatları doğrusal olanların — katı olarak alınabilir.
 μ

$$\text{Bu, } \frac{U_y}{U_0} = c = \frac{1}{\mu} \text{ ifadesi olarakta verilebilir.}$$

b) Orta frekans bölgesinde, yani mukabele spektrumun az çok yatay olduğu

1
bölgelerde, $c = \frac{1}{\sqrt{2 \mu^{-1}}}$ ifadesi geçerlidir.

c) Yüksek frekans bölgesinde U_y ve U_0 arasındaki bağlantı genellikle

$$c = \frac{\mu}{2 \mu^{-1}} \text{ ifadesi ile verilebilir. Ancak, yüksek frekans limitinde}$$

$U_m = U_0$ olmakta, yani doğrusal olmayan sistem deformasyonu doğrusal deformasyona yaklaşmaktadır. Görüleceği gibi bu kurallar Şekil VIII.12 ile ilgili olarak yapılan gözlemlere de koşt bulunmektedir.

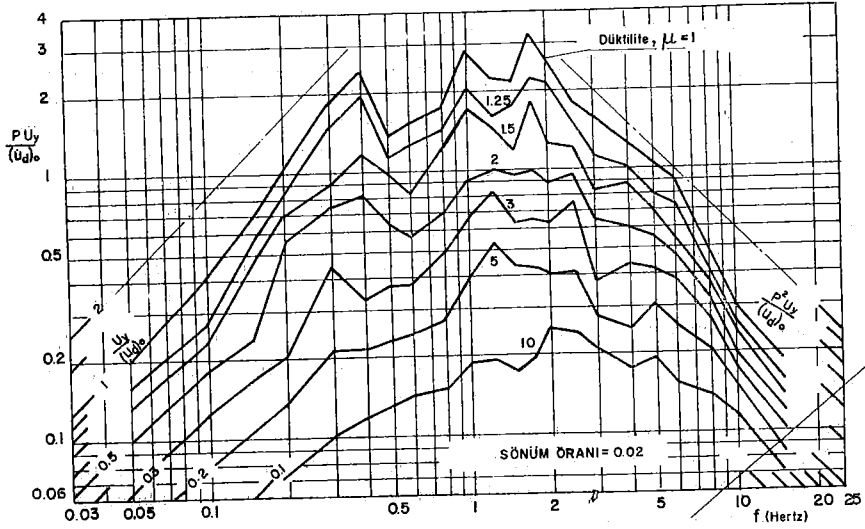
Pratikte, tek özgürlük dereceli doğrusal yapıların mukabele spektrumundan doğrusal olmayan yapılarınkini elde etmek için doğrusal spektrum yapıda beklenen düktiliteye göre indirgenmektedir. Genellikle indirgeme oranı olarak

düşük frekans bölgesinde $\frac{1}{\mu}$, orta frekans bölgesinde $\frac{1}{\sqrt{2 \mu^{-1}}}$ ve yüksek

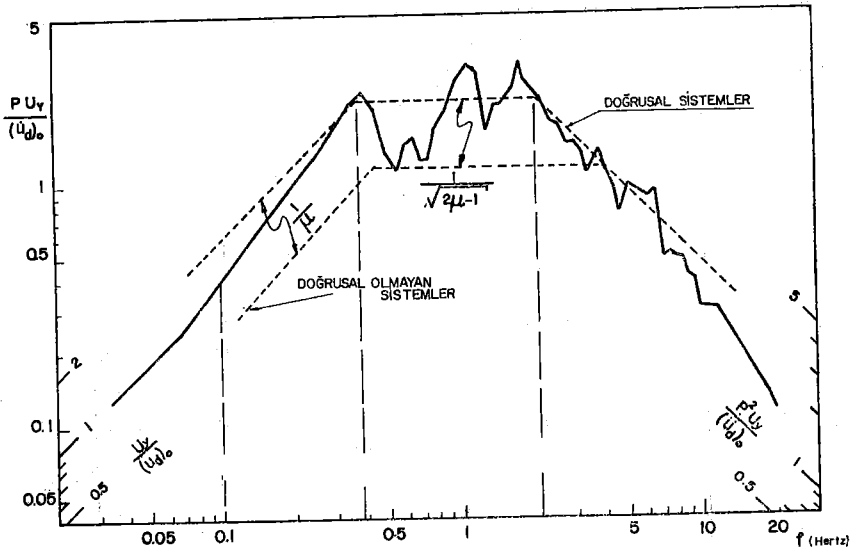
frekans bölgesinde ise 1 alınmaktadır. Bu yöntem Şekil VIII.13 de basitleştirilmiş bir spektrum üzerinde belirtilmiştir.

VIII.4 ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEMLER

Doğrusal olmayan çok özgürlük dereceli yapıların davranışı bir çok faktörlerin tesiri altında olmaktadır. Bu konuda yapılan araştırmalar genellikle özel yapı sistemlerine dönük olup, TSD sistemlerde yapılabildiği gibi, genel



ŞEKİL VII.12. ELASTO-PLASTİK T S D MUKABELE SPEKTRUMU (EL-CENTRO DEPREMİ)

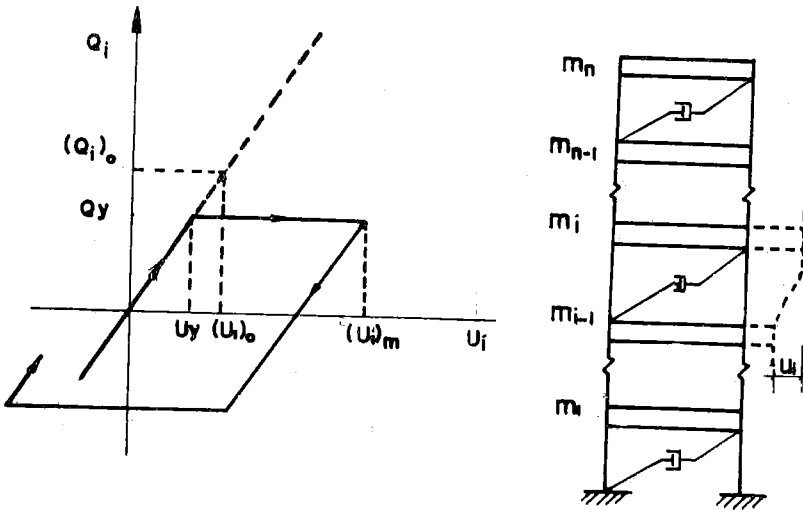


ŞEKİL VII.13. ELASTO-PLASTİK T S D MUKABELE SPEKTRUMUNUN BASITLEŞTİRİLMESİ

kapsamlı sonuçlar çıkarmak imkansız olmaktadır. ÇSD sistemlerde de TSD sistemlerde olduğu gibi inelastik hareketler sonucu olarak, görünür vibrasyon frekansında düşme olacağı meydandadır. Öte yandan inelastik davranış bu tip ÇSD yapılarda aynı zamanda vibrasyon modlarının değişmesine yol açmaktadır. İnelastik etkinlik genellikle yapının en alt katındaki elemanlarda (Şekil VIII.14 deki 1 numaralı yay) yoğunlaşmakla ve yapı bütün katlarda eşit bir deplasman olacak şekilde bir vibrasyon modu değişikliğine uğrayarak TSD sistemleri andıran bir davranış içine grimektedir. Bütün bu farklı davranışlardan ötürü yapıların gerek elastik ve gerekse plastik tasarımında kullanılagelen birçok kavramlar inelastik dinamik analiz ve tasarım yöntemlerine uygulanamaz. Örneğin, bir yapının herhangi bir elemanında yapılan ve dayanıklılığını arttırmaya yönelik eylemler dinamik hareketler ve inelastik davranış halinde tüm yapının dayanıklılığını azaltıcı bir tesir yaratabilirler.

Okuyucuya doğrusal olmayan ÇSD yapıların davranışıyla ilgili, bir örnek verebilmek için çok basitleştirilmiş bir yapı tipine ait mukabele spektrumları incelenecek ve bazı genel yargılara varılacaktır.

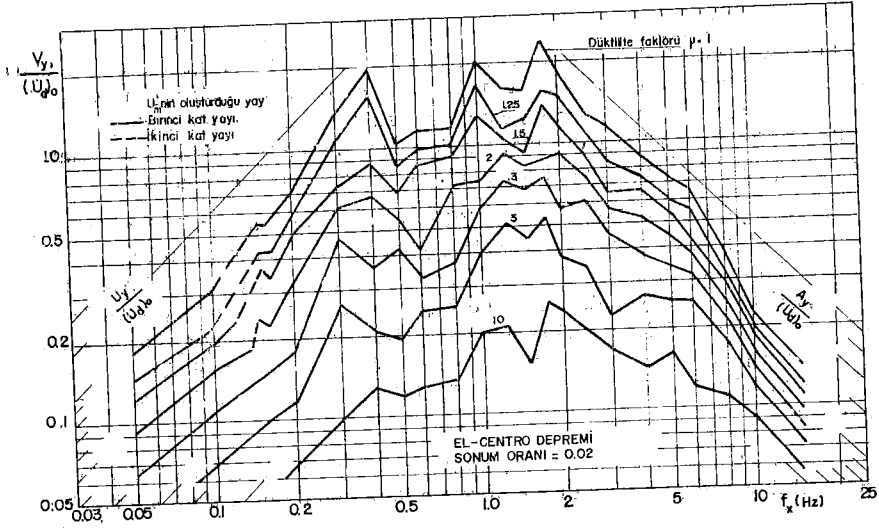
Örnek alınan yapı makaslama çerçevesi (sehar-beam) tipinde olup Şekil VIII.14 de gösterilmiştir. Yapıda eşit kat kütleleri birbirlerine aynı elasto-plastik histeretik kuvvet-deformasyon diagramına haiz kolonlarla bağlanmışlardır. Bu kuvvet deformasyon diagramları daha önce TSD sistemlerde kullandıklarımızın aynısı olup Şekil VIII.14a da (i.) kat yayı için gösterilmiştir. Bu diyagramda $(U_i)_m$ ve $(Q_i)_o$ ise tekabül eden elastik sistemdeki mutlak maksimum yay deformasyonunu ve yay kuvvetini vermektedir. Bütün yaylar için akma noktası deformasyonu U_y ve kuvveti Q_y eşit kabul edilmişlerdir. Verilen bir yay için $(U_i)_m$ ve $(U_i)_o$ arasındaki bağlantıların hem deprem hareketinin ve hemde yapının karakteristiklerine bağlı olacağı meydandadır. Bu hususta en önemli parametreler zemin ivmesinin belirli bir düzeyin üzerindeki yinelenmesi, yapı sisteminin özellikleri ve geometrisi olmaktadır.



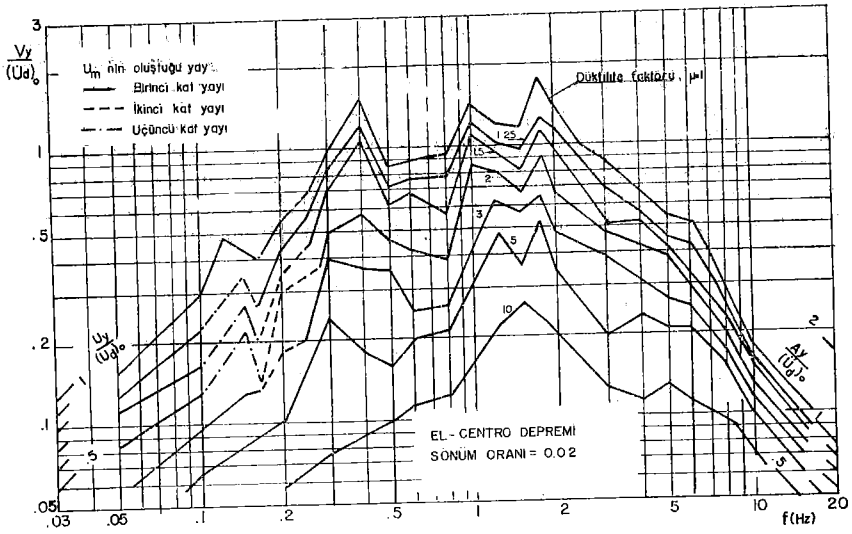
ŞEKİL VIII.14. ÖRNEK ALINAN ÇSD YAPI

ÇSD yapılara ait mukabele spektralleri genellikle mutlak maksimum yay deformasyonları (yani bütün yay deformasyonları arasında en büyük olanı), U_m için hazırlanmaktadır. Bu deformasyon, normal olarak, yapı tasarımı için en çok gereksinime duyulanıdır. Ancak, bu maksimum deformasyon, yapı tasarımı için oldukça uygun bir kriter olmakla beraber, bilhassa doğrusal-olmayan yapıların tasarımında enerji yutumu (absorption), enerji dağıtkanlığı (dissipation), malzeme yorulması ve mafsal oluşumu gibi diğer kriterlerde göz önünde tutulmalıdır.

Şekil VIII.15 ve VIII.16 da 2 ve 3 serbestlik dereceli yapıların mutlak maksimum yay akma deformasyonu spektralleri belirli düktilite faktörleri için



ŞEKİL VIII.15. ELASTO-PLASTİK 2 SD SİSTEMLERİN MUKABELE SPECTRUMU



ŞEKİL VIII.16. ELASTO-PLASTİK 3 SD SİSTEMLERİN MUKABELE SPECTRUMU

sunulmuştur. Spektra verilen bir deprem hareketi için yapıdaki maksimum kat deformasyonunu, akma noktası deformasyonunun belirli bir düktile faktörü ile çarpımından elde edilen değerde sınırlıyacak olan akma noktası deformasyonunu vermektedir. Diğer bir deyişle spektradan belli bir frekans, f , ve düktilite faktörü, μ için elde edilecek olan akma noktası deformasyonu U_y , bir yapı tasarımında kullanırsa bu yapıda, spektrada kullanılan depremin etkisi altında meydana gelebilecek maksimum kat deformasyonu, U_m , U_y ve μ 'nın çarpımına eşit olacaktır. Veya herhangi bir yapı tasarımında U_y bilinmekte ve U_m sınırlanmakta ise bu şartlar altında belirli bir frekans için kullanılması gerekli düktilite faktörünün alt sınırı spektradan saptanabilir.

Bu spektralar, Şekil VIII.12 de sunulmuş olan TSD spektranın paralelinde olup karşılaştırıldıkları zaman aralarındaki benzerlikler görülecektir. TSD sistemler için verdiğimiz elastik ve inelastik spektral bağlantılar, pratik sınırlar içerisinde, ÇSD spektra içinde geçerli olmaktadır. Diğer bir ilginç hususta, küçük bir frekans bölgesi dışında, mutlak maksimum yay deformasyonlarının temel ve birinci kat arasındaki yaya (1. yaya) münhasır kalmasıdır.

Bir yapıda elde edilebilecek düktilite yapı elemanlarında kullanılan malzemeye, yapı sistemine ve geometrisine, yükleme hızına, yapıdaki elemanların bağlantı durumlarına ve meydana gelebilecek gerilim yoğunlaşmalarına bağlıdır. Geçerli inşaat ve yönetmeliklerine bağlı kalınarak yapılmış yapılarda 4 ile 6 arasında toplam düktilite elde edilebileceğini gösteren gerek teorik gerekse deneysel araştırmalar vardır. Nitekim çeşitli deprem yönetmeliklerinde ön görülen yatay yük formülleri böyle bir düktilite faktörü göz önüne alınarak bulunmuştur.

Burada sunulmuş olan spektra, yapı özellikleri elverdiği takdirde, tasarım için gerekli yatay yüklerin saptanmasında kullanılabilir. Ancak büyük düktilite ($\mu > 5$) ve sönüm ($h > 5\%$) durumlarında doğrudan doğruya kullanılmaları sakıncalıdır. Pratikte kullanılan diğer bir tasarım yöntemi de Blume (38) tarafından geliştirilmiş olan ve «yedek enerji» adıyla tanınan yöntemdir. Yöntem yapıdaki elastik gerilme enerjisi ve eleman içindeki enerji kayıplarıyla (ısı), yapıdan zemine geri verilen enerji dağıtımının yapıya zemin hareketleriyle iletilen kinetik enerji ile dengelenmesi esasına dayanmaktadır. Bu tasarım yönteminde deprem spektrumunun ve bütün yapının veya yapı elemanlarının yük-deformasyon diyagramının bilinmesi gerekmektedir. Bu yöntem doğal olarak bir çok deneysel verileri ve savları içerdiğinden ve kullanılan formülasyonlara yükleme devir sayıları girmediğinden elde edilecek sonuçların belirli bir yaklaşıklık içerisinde geçerli olabileceği açıktır.

IX. YAPILARDA YANAL-BURULMALI TİTREŞİMLER

IX.1. GENEL

Bir deprem sırasında kütle ve rijidite dağılımları simetri göstermeyen yapılar yanal titreşimlerine ilave olarak burulmalı titreşimlerde yapacaklardır. Spektral analiz sonucu veya deprem yönetmeliğinden bulunacak yanal kat yüklerinin, katlara kütle merkezleri hizasında statik olarak uygulanması ve bu şekilde rijitlik merkezi etrafında meydana gelecek momentten doğacak ek kuvvetlerin kolon yüklerine ilavesi düşünülebilir. Ancak, bu konudaki bütün araştırmalar bu yöntemin hatalı olduğu ve konservatif olmayan tasarımlara yol açtığı sonucunda birleşmektedir. Genel olarak yapılarda burulmalı titreşimler şu sebeplerden ötürü meydana gelmektedir.

- a — Yapının kütle ve rijitlik merkezinin çakışmaması (eksantrik yapılar),
- b — Bilhassa köprü gibi uzun yapılarda, depremin belli bir hızla yayılma özelliğinden dolayı, her bir kolon temelinin tamamen senkronize zemin hareketlerine maruz kalmaması,
- c — Doğrusal-olmayan yapılarda her bir kolonda senkronize rijidite değişimi olmamasından.

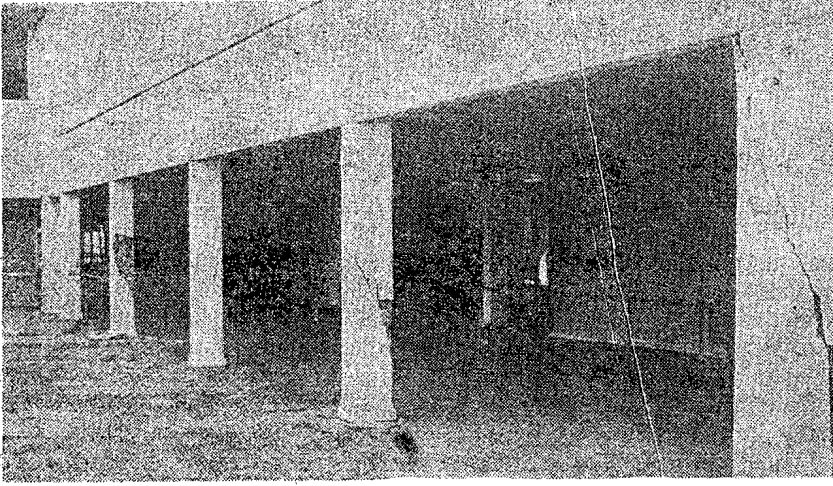
Bunlardan a ve c maddeleri yapı özellikleriyle, b maddesi ise etki eden depremin özellikleriyle ilgilidir. Pratik olarak, tamamen simetrik olan ve temelinde herbir kolon için tamamen senkronize deprem hareketlerine maruz bir yapının varlığı düşünülemez. O halde, her yapıda yanal deformasyonlara ilaveten bir miktar burulmalı hareket olacaktır. Nitekim bu durum deprem yönetmeliklerinede yansımış ve tamamen simetrik olan yapılara bile minimum bir eksantrisite ilavesiyle göz önüne alınmaya çalışılmıştır (40, 41).

Yapılarda deprem yüzünden meydana gelen hasar arasında burulma yüzünden kolonlarda meydana gelen çatlaklarda rastlanmaktadır. 1971 San Fernando depreminin Holy-Cross Hastahanesi birinci kat kolonlarında meydana getirdiği burulma çatlakları (48) Resim IX.1 de sunulmuştur.

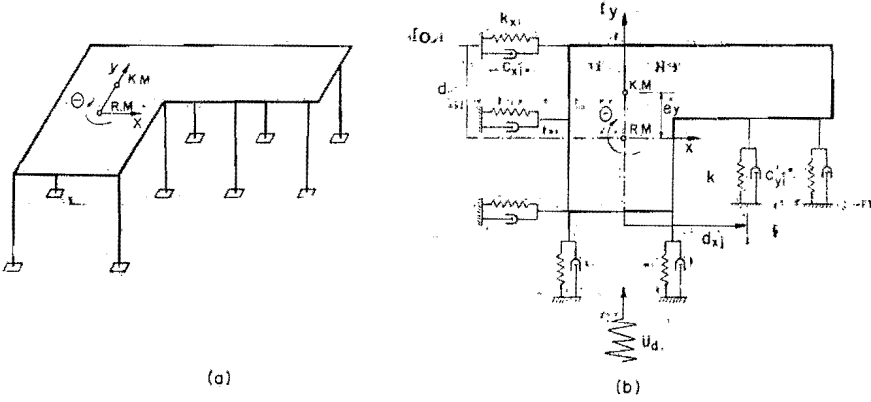
IX.2. EKSANTRİK YAPILARIN TİTREŞİM DENKLEMLERİ

Doğrusal yapılarda kütle ve rijitlik merkezinin çakışmamasından yani eksantrisiteden meydana gelen yanal-burulmalı titreşimleri inceliyeceğiz. Kullandığımız yapı Şekil IX.1 a da gösterilmiştir. Yapı zemine kolonlarla bağlı ve bütün yapı kütesinin toplandığı kabul edilen rijit bir döşemeden oluşmaktadır.

Döşeme hareketlerini ölçen koordinat eksenlerinin orijini olarak rijitlik merkezi seçilmiştir. Yapıda yalnızca asal eksenlerinden biri boyunca eksantrisite olduğu kabul edilecektir. Yapı Şekil IX.1. b de görüldüğü gibi modellen- dirilebilir. Bu model k_{xi} ve c_{xi} rijitlik merkezinden (RM) d_{yi} uzaklığındaki kolona ait x-yönündeki yanal rijiditeyi ve viskoz sönüm katsayısını göstermektedir. Benzer tanımlar y-ekseni yönünden kolonlar içinde geçerlidir. Sis-



RESİM. IX.1 KOLONLARDA BURULMADAN DOĞAN HASAR



ŞEKİL IX.1. KULLANILAN EKSANTİRİK YAPIT MODELİ

temin mutlak deformatsyonları R.M. orijininden geçen x , y ve θ koordinatları ile belirlenmiştir. Döşemenin kütle merkezi (KM), y -asal eksenı boyunca RM'den e_y uzaklığında yer almaktadır. e_y uzaklığını yapı eksantritesi olarak tanımlıyacağız.

Rijitlik merkezi, yanal bir kuvvetin yapıda hiç bir burulma yaratmadan yapıya tatbik edilebilmesi için gerekli nokta olarak tanımlanır. O halde yapıya herhangi bir yanal deformatsyon uyguladığımızda kolonlarda doğacak kuvvetlerin rijitlik merkezi etrafındaki momentleri toplamı sıfır olmalıdır. Bu tanımdan hareketle Şekil IX.1 deki sistem için eksantrisite şu şekilde hesaplanabilir.

Δ yanal deformatsyonundan ötürü i kolonunda meydana gelen kuvvet :

$$F_{x1} = k_{x1} \Delta$$

IX.1

Bu kuvvetlerin K.M. etrafındaki momentlerinin toplamı bütün kuvvetlerin R.M. den geçen bileşkesinin K.M. etrafında yaratacağı momente eşit olmalıdır.

$$\sum F_{xi} d_{yi} = e_y \sum F_{xi}$$

$$e_y = \frac{\sum k_{xi} d_{yi}}{\sum k_{xi}} \quad \text{IX.2}$$

olarak bulunur. Denklem IX.2 deki $\sum k_{xi}$ terimi x- yönündeki toplam rijiditeyi vermektedir ve K_x ile gösterilecektir. Aynı şekilde y- yönündeki toplam rijidite k_y dir.

R.M. etrafında θ mertebesinde bir burulma uygulayalım. Bu burulmadan dolayı x-yönündeki (i) kolonunda $\theta d_{yi} k_{xi}$ kuvveti, y-yönündeki (j) kolonunda ise $\theta d_{xj} k_{yj}$ kuvveti doğacaktır. Bu kuvvetlerin R.M. etrafındaki momentleri, sistemin toplam burulma rijiditesi, $K\theta$, ile θ dönmesinin çarpımına eşittir. O halde burulma rijiditesi :

$$K_o \cdot \theta = \sum \theta d_{yi}^2 k_{xi} + \sum \theta d_{xj}^2 k_{yj}$$

$$K_o = \sum d_{yi}^2 k_{xi} + \sum d_{xj}^2 k_{yj} \quad \text{IX.3}$$

olarak bulunur.

x, y ve θ yönündeki toplam sönüm katsayıları da, benzer, denklemlerle verilebilir.

Yapının daha da basitleştirilmiş bir modeli toplam rijiditeler cinsinden Şekil IX.2'de sunulmuştur. Böyle bir modellendirme ancak her kolonun tamamen senkronize deprem hareketlerine maruz kalmasıyla mümkün olduğundan, dolaylı olarak bu sav kabul edilmektedir.

Şekil IX.2'de gösterilen iki serbestlik dereceli sisteme üd zemin ivmesinin etki ettiğini ve zemin hareketinde herhangi bir rotasyonun olmadığını farz edelim. Bu durumda x-ekseni yönündeki kolon kuvvetlerinin toplamı D'alambert kuvvetine eşit olacağından;

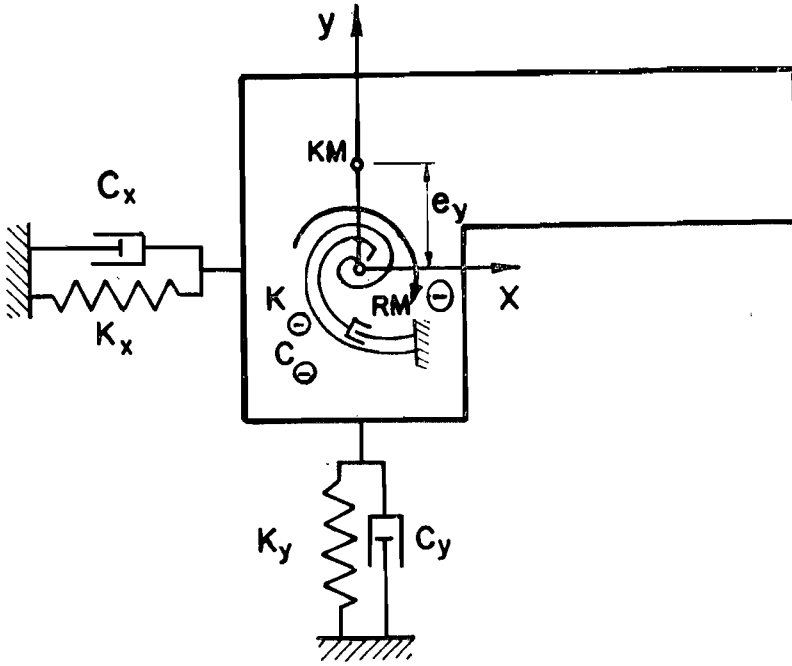
$$m(x + e_y \theta) + (x - u_d) K_x = 0 \quad \text{IX.4}$$

aynı şekilde, bu kuvvetlerin R.M. etrafındaki momentlerinin toplamı D'alambert momentine eşit olacağından :

$$I_{RM} \theta + m e_y x + \theta K\theta^b = 0 \quad \text{IX.5}$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerde m sistem kütlesini, I_{RM} ise döşemenin R.M. etrafındaki kutbi atalet momenti olmaktadır.

IX.4 ve 5 denklemleri x ve θ gibi iki serbestlik derecesini haiz sistemler için verilmiş olmakla beraber, her katında 2 serbestlik derecesi olan n- katlı yapıların yalnız birer yanıl ve burulmalı modlarının göz önüne alınmasıyla



ŞEKİL IX.2. İDALİZE EDİLMİŞ YAPI MODELİ

yapılacak analizler içinde kullanılabilir. Bu durumda m , i . moda ait genelleştirilmiş kütle K_x , i . yanal bağlantısız ($e_y = 0$) moda ait yanal rijidite ve , $K\theta$, i . dönel bağlantısız moda ait genelleştirilmiş burulma rijiditesi olarak alınmalıdır.

Denklem IX.4 ve 5 i RM' de ölçülen deformasyonlar (relatif hareketler) ve her iki doğal titreşim frekansı cinsinden yazarsak :

$$\ddot{u}_x + \left(\frac{e_y}{r_{RM}}\right) \ddot{u}_\theta + w_x^2 u_x = -\ddot{u}_d \quad \text{IX.6}$$

$$\ddot{u}_\theta + \left(\frac{e_y}{r_{RM}}\right) \ddot{u}_x + w_\theta^2 u_\theta = -\left(\frac{e_y}{r_{RM(i)}}\right) \ddot{u}_d \quad \text{IX.7}$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemlerde :

$$u_x = x - u_d \quad \text{IX.8}$$

sistem R.M.'nin x-ekseni yönündeki yanal deformasyonunu ve

$$u_\theta = \theta \cdot r_{RM} \quad \text{IX.9}$$

R.M. etrafındaki θ burulmasının aynı merkeze ait jirasyon yarıçapına (r_{RM}) eşit bir mesafede, yani KM'de yaratacağı deformasyonu vermektedir. Sistemin bağlantısız (uncoupled) olma halindeki, yani $e_y = 0$ olduğu zamanki, doğal, yanal, dairesel titreşim frekansı w_x , doğal, burulmalı dairesel, titreşim frekansı ise $w\theta$ ile gösterilmiştir.

$$w_x = 2 \pi f_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}} \quad \text{IX.10}$$

$$w\theta = 2 \pi f\theta = \sqrt{\frac{K\theta}{I_{RM}}} \quad \text{IX.11}$$

olarak verilmektedir.

Denklem IX. 6 ve 7 yi en genel durumda sönüm terimlerinde eklenmesiyle matris denklemleri şeklinde yazarsak :

$$[M] \{\ddot{u}\} + [C] \{\dot{u}\} + [K] \{u\} = \{F\} \ddot{u}_d(t) \quad \text{IX.12}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & e_y/r_{RM} \\ e_y/r_{RM} & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}\theta \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} 2h_x w_x & 0 \\ 0 & 2h\theta w\theta \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{u}\theta \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} w_x^2 & 0 \\ 0 & w^2\theta \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} u_x \\ u\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -e_y/r_{RM} \end{Bmatrix} \ddot{u}_d(t) \quad \text{IX.13}$$

denklemlerini elde ederiz. Denklem IX.13 deki h_x ve $h\theta$, sırasıyla x ve θ yönlerindeki bağlantısız titreşimlere ait relatif sönüm oranlarıdır. Kullanılan model gereği

$$h\theta = \frac{w\theta}{w_x} h_x \quad \text{IX.14}$$

olarak yazılabilir. Bu durumda sistemin sönüm matrisi ile rijitlik matrisi oranlı olacağından, sönümün ihmal edilmesiyle yapılan bir modal analiz sönümlü sistemler içinde geçerli olacaktır.

Titreşimi IX.13 denkleminde belirlenen bu tek katlı fakat 2SD sistem deformasyonlarıyla her katında bir yanal serbestlik derecesine sahip iki katlı yapı deformasyonları arasında bir analogi mevcuttur. (36, 49) Analog yapının birinci katındaki rijidite, k_1 , kütle, m_1 , ikinci katındaki rijidite, k_2 , ve kütle, m_2 olsun. Eğer,

$$p_1^2 = \frac{k_1}{m_1} = w_x^2 \quad \text{IX.15}$$

$$p_2^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{w^2\theta}{1 - (e_y/r_{RM})^2}, \quad \text{IX.16}$$

ve

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(e_y/r_{RM})^2}{(w\theta/w_x)^2} \quad \text{IX.17}$$

Özdeşliği sağlamıyorsa; analog yapının birinci ve ikinci katları arasındaki deformasyon:

$$y_2 - y_1 = \frac{1 - (e_y/r_{RM})^2}{(e_y/r_{RM})} u\theta \quad \text{IX.18}$$

olarak bulunur. Analog yapının birinci kat deformasyonu ise

$$y_1 = u_m + (e_y/r_{RM}) u\theta \quad \text{IX.19}$$

olmakta, yani yanal - burulmalı hareket yapan tek katlı yapıdaki kütle merkezinin (KM) yanal deformasyonuna eşit olmaktadır.

IX.3. MODAL ANALİZ

Denklem IX.13 ile verilen titreşim denklemlerinin çözümü ÇSD sistemlere uygulanan standart model analiz yöntemleriyle yapılabilir. Bu yöntemle önce sistemin bağlantılı (Coupled) iki doğal dairesel frekansı (w_1 ve w_2) ve iki doğal mod şekli ($\{\phi_1\}$ ve $\{\phi_2\}$) elde edilmekte ve sonra, bu mod ve frekanslar kullanılarak sistem deformasyonları

$$\{u\} = \sum_{n=1}^n C_r \{\phi_r\} v_r(t) \quad \text{IX.20}$$

denklemleri bulunmaktadır. Bu denklemde r , mod numarasını, $v_r(t)$ ise p_r ve h_r parametrelerini haiz bir TSD sistem mukabelesinin pseudo-hız cinsinden ifadesini göstermektedir. Katılım faktörünün r moduna ait değeri C_r ile gösterilmekte ve

$$C_r = \frac{\{\phi_r\}^T \{F\}}{w_r \{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\}} \quad \text{IX.21}$$

denklemleri ile verilmektedir. Maksimum sistem deformasyonlarını elde etmek için IX.20 numaralı denklemde spektral pseudo-hız değerleri kullanılmalıdır. Birinci ve ikinci modlara ait spektral değerlerden maksimum sistem deformasyonlarını elde etmek için pratikte, bu değerler ya mutlak toplam (MT), yada kareler toplamının karekökü (RMS) yöntemleriyle birleştirilmektedir.

Modal analiz sonucunda elde edilen bağlantılı doğal frekansların bağlantısız yanal doğal frekansa oranı :

$$(f_{1,2}/f_x)^2 = (w_{1,2}/w_2)^2 = \frac{1 + (w\theta/w_x)^2 \pm \sqrt{[1 - (w\theta/w_x)^2]^2 + 4(w\theta/w_x)^2 (e_y/r_{RM})^2}}{2 [1 - (e_y/r_{RM})^2]} \quad \text{IX.22}$$

denklemleri verilebilir. Bu denklemle verilen ($f_{1,2}/f_x$) oranının ($f\theta/f_x$) ile olan değişmesi belirli (e_y/r_{RM}) değerleri için Şekil IX.3 te sunulmuştur.

Sistemin doğal modları aşağıda gösterildiği gibidir

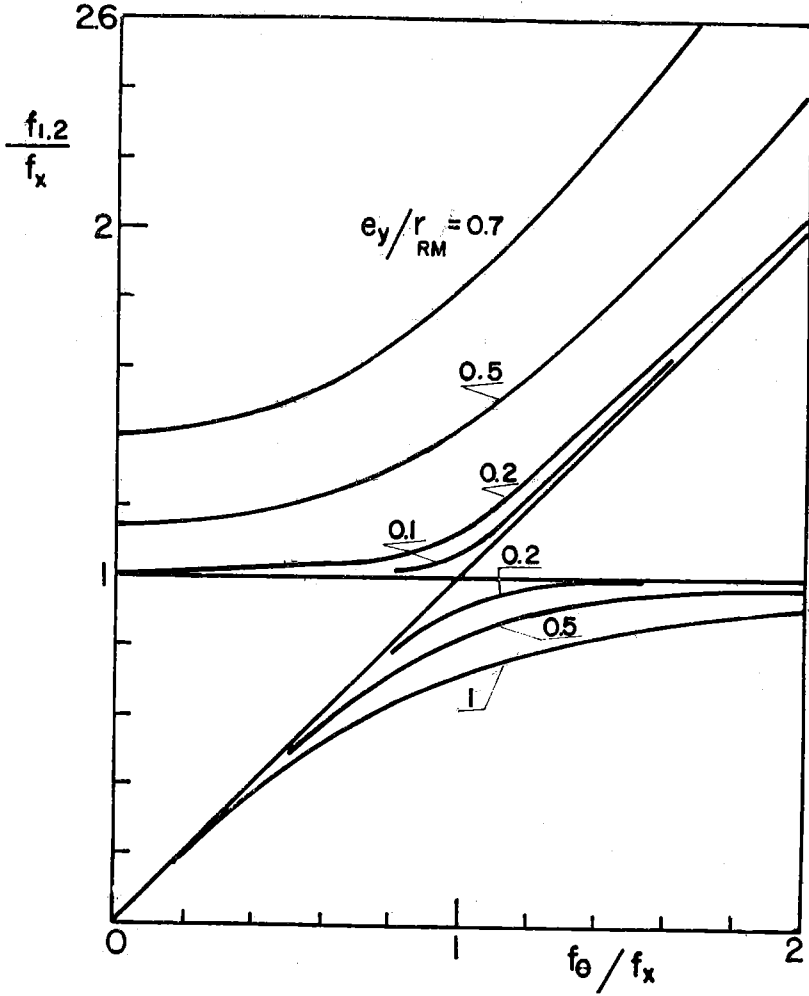
$$\{\phi_1\} = \{\psi_1\} ; \quad \psi_1 = \frac{1 - (w_1/w_2)^2}{(e_y/r_{RM}) (w_1/w_x)^2} \quad \text{IX.23}$$

$$\{\phi_2\} = \{\psi_2\} ; \quad \psi_2 = \frac{1 - (w_1/w_x)^2}{(e_y/r_{RM}) (w_2/w_x)^2} \quad \text{IX.24}$$

IX.20 denklemini sistem pseudo-hızlarını verecek şekilde açarak yazarsak :
 $v_x(t) = w_x u_x(t) = -C_{x1} v_1(t) - C_{x2} v_2(t)$ IX.25

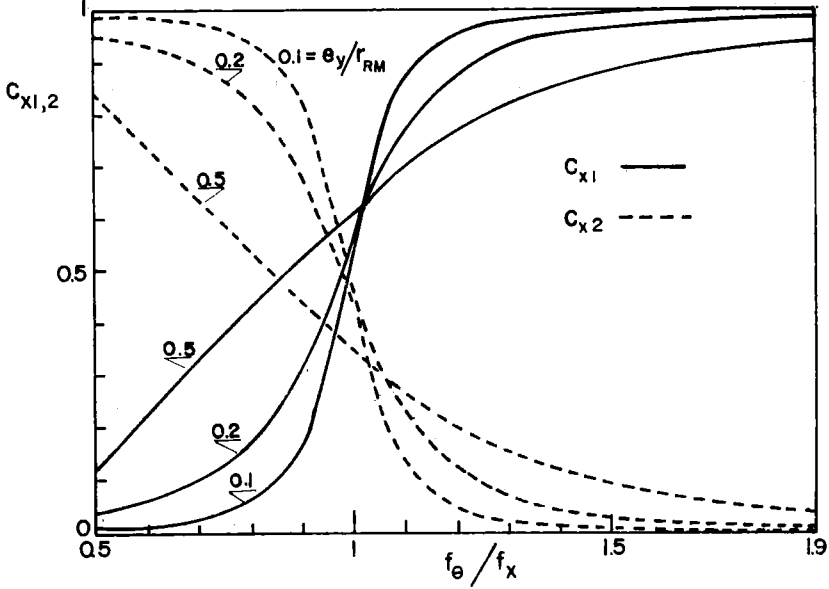
ve

$$v_\theta(t) = w_\theta u_\theta(t) = -C_{\theta 1} v_1(t) - C_{\theta 2} v_2(t) \quad \text{IX.26}$$

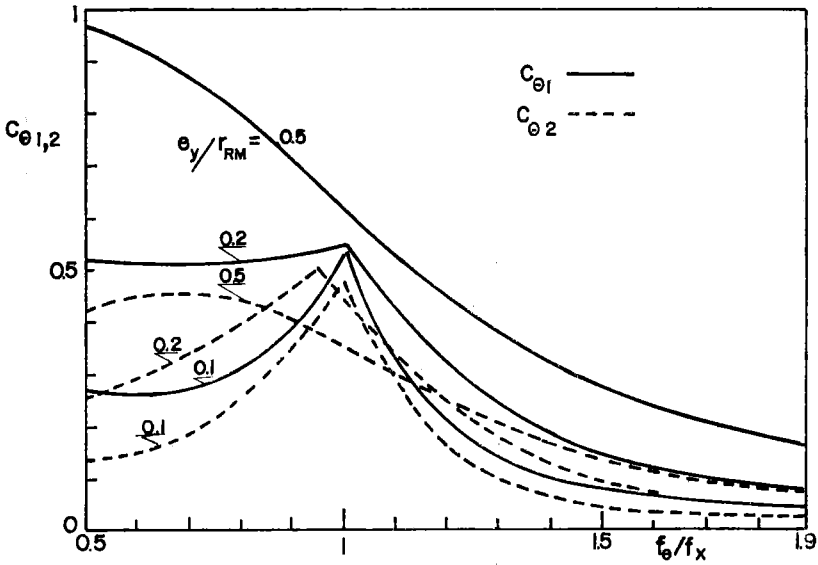


ŞEKİL IX.3. DOĞAL FREKANSLAR

denklemlerini elde ederiz. Bu denklemlerdeki C_{x1} , C_{x2} , $C_{\theta 1}$, ve $C_{\theta 2}$ katsayıları, modal katılım faktörleriyle modal deplasmanların çarpımlarından elde edilmiştir. Bu katsayıların (f_{θ}/f_x) oranıyla değışmeleri belirli eksantrisite (e_y/r_{RM}) değeri için Şekil. IX.4 ve IX.5 te gösterilmiştir. Sistem RM'deki



ŞEKİL IX.4 C_{x1} VE C_{x2} DEĞERLERİ



ŞEKİL IX. 5. $C_{\theta 1}$ VE $C_{\theta 2}$ DEĞERLERİ

maksimum deformasyonlarının pseudo-hız cinsinden ifadesi Denklem IX.25 ve 26 daki modal değerlerin, «mutlak toplam» (MT) :

$$(V_x)_{MT} = C_{x1} V_1 + C_{x2} V_2 \quad \text{IX.27}$$

$$(V\theta)_{MT} = C\theta_1 V_1 + C\theta_2 V_2 \quad \text{IX.28}$$

veya «kareler toplamının karekökü» (RMS);

$$(V_x)_{RMS} = \sqrt{(C_{x1} V_1)^2 + (C_{x2} V_2)^2} \quad \text{IX.30}$$

$$(V\theta)_{RMS} = \sqrt{(C\theta_1 V_1)^2 + (C\theta_2 V_2)^2} \quad \text{IX.30}$$

birleştirilmeleriyle elde edilir.

Bu durumda önce, yapıdaki (w_x/w_x) ve (e_y/r_{RM}) değerleri tayin edilir. Ve Şekil IX.3 vasıtasıyla p_1 ve p_2 frekansları, Şekil IX.4 ve 5 vasıtasıyla ise C_{x1} , C_{x2} , $C\theta_1$ ve $C\theta_2$ katsayıları bulunur. Sonra, verilen deprem için geçerli mukabele spektrumları kullanılarak f_1 ve f_2 frekanslarıyla h_1 ve h_2 sönümlerini haiz TSD sistemlerin spektral pseudo-hızları, V_1 ve V_2 , elde edilir. Sistemin maksimum pseudo-hızları V_x ve $V\theta$, bulunmuş olan bu V_1 , V_2 , C_{x1} , C_{x2} , $C\theta_1$, $C\theta_2$ değerleri vasıtasıyla Denklem IX.27 ve 28 veya IX.29 ve 30 dan hesaplanır.

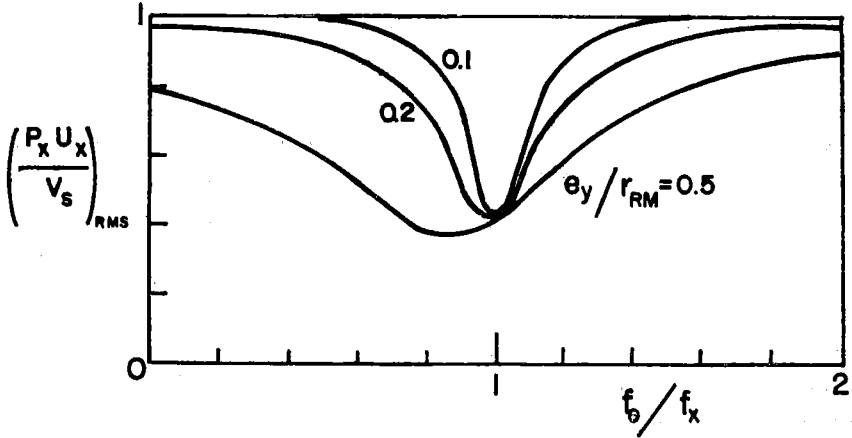
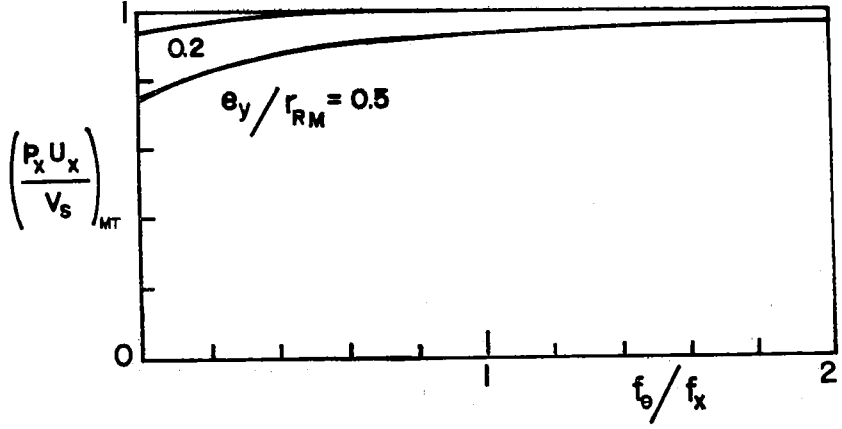
Mukabele spektrumu, hiç olmazsa belirli bir frekans bölgesi için, sabit bir pseudo-hız, V_s , ile modellendirebildiğinden yukarıda anlatılan yöntem dahada basitleştirilebilir. Bu takdirde IX.27, 28, 29, 30 denklemlerinde $V_1 = V_2 = V_s$ alınacaktır. Şekil IX.6 da modal katkıların MT ve RMS yöntemleriyle birleştirilmesinden elde edilmiş olan V_x/V_s oranları sunulmuştur. Görüleceği üzere, R.M'deki yanal deformasyon TSD deformasyonunun % 70-100 ü arasında değişmektedir, ve pratik sınırlar içerisinde, TSD deformasyonuna eşit kabul edilebilir.

Şekil IX.7 de yine aynı modal birleştirme yöntemleriyle elde edilen $V\theta/V_s$ oranı sunulmuştur. Şekilde görüleceği gibi, RM'deki burulma sistemdeki eksantrisiteden bağımsız olarak $(f\theta/f_x) = 1$ değeri için SDF deformasyonunun % 70-100 ü arasında olmaktadır. Bu duruma deprem mühendisliğinde aldatıcı rezonans (pseudo-resonance) adı verilmektedir. Aldatıcı rezonans sistemdeki modal katkılar arasındaki vuru (beating) olayından doğar.

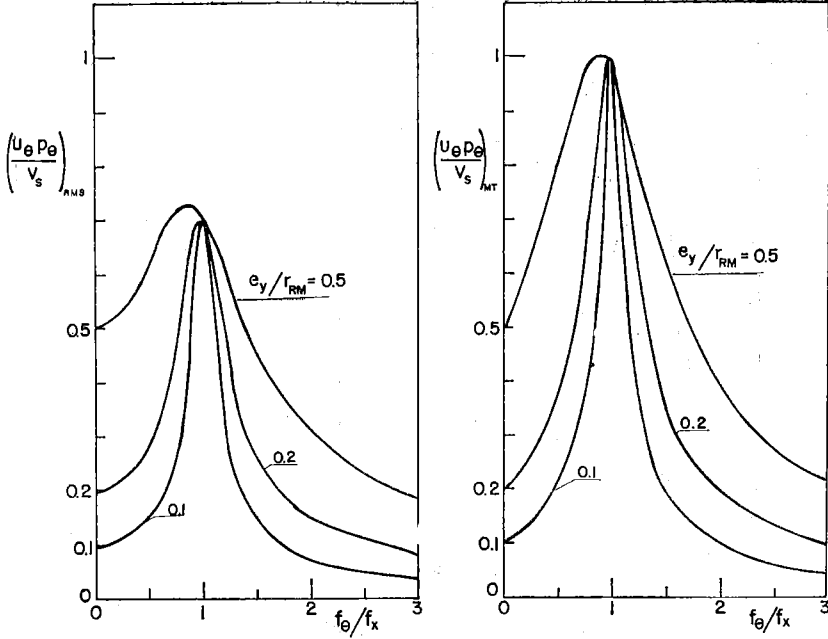
Araştırmalar bu durumun ancak sönümsüz sistemlerde meydana gelebileceğini ve sönümlü sistemler için bu maksimum değerde büyük azalmalar olacağını göstermektedir (49, 36).

IX.4 DİNAMİK EKSANTRİSİTE

Sistemimizin simetrik $(e_y/r_{RM} = 0)$ olduğunu kabul ederek, TSD mukabele spektrumu vasıtasıyla verilen bir deprem için sisteme etkiyebilecek yanal eşdeğer kuvveti, F , bulalım. Bu eşdeğer kuvvetin, sistemde aynı depremin etkisiyle meydana gelmesi beklenen θ burulması yaratacak şekilde, sisteme statik olarak uygulanması gereken noktanın RM den olan uzaklığına dinamik eksantrisite denir. Diğer bir deyişle, eksantrik bir yapının tasarımı için, deprem yönetmelikleri veya konvansiyonel spektral analiz vasıtasıyla bulunan ya-



ŞEKİL IX.6. SİSTEMİN YANAL DEFORMASYONU



ŞEKİL IX.7. SİSTEMİN BURULMALI DEFORMASYONU

tay deprem yükünün yapının RM'nden ölçülen mesafesi dinamik eksantrisiteye eşit olan bir noktaya uygulanması gerekir (27, 50, 52).

Dinamik eksantrisiteyi e'_y ile gösterebiliriz. TSD mukabele spektrumunun sabit pseudo-hız kabul edilebilen frekans bölgesinden elde edilecek yatay yük :

$$F = m V_s w_x \quad \text{IX.31}$$

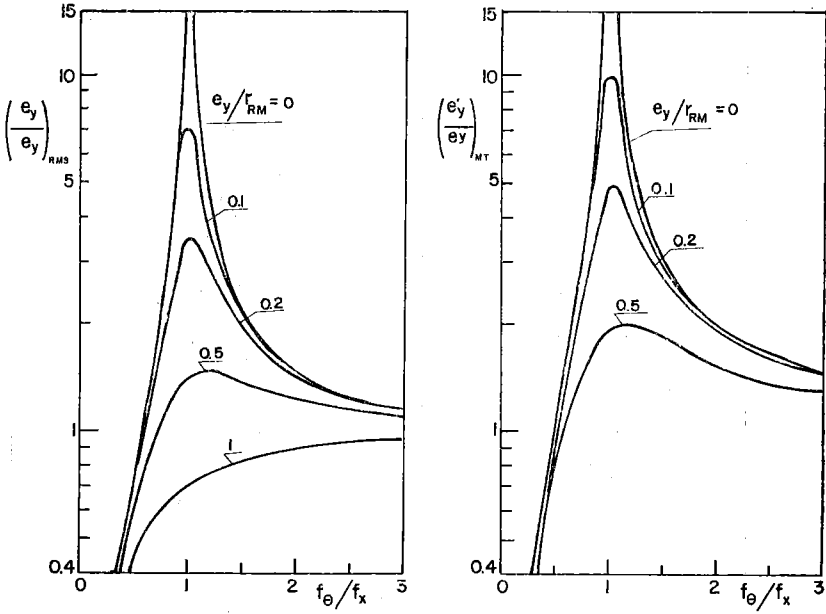
olacaktır. Yapıya e'_y eksantrisitesiyle uygulanacak olan F kuvvetinin etkisiyle meydana gelen moment :

$$F e_y = K \theta = K \frac{U_\theta}{r_{RM}} \quad \text{IX.32}$$

ile verilir. IX.31 ve 32 numaralı denklemler kullanılarak; dinamik eksantrisitenin statik eksantrisiteye oranı :

$$\frac{e'_y}{e_y} = \frac{1}{(e_y/r_{RM})} (V_\theta/V_s) (w_\theta/w_x)^2 \quad \text{IX.33}$$

olarak bulunur. Bu dinamik eksantrisite oranı Şekil IX.8 de her iki modal katkı birleştirme yöntemi için sunulmuştur. Görüleceği gibi e'_y/e_y oranı f_θ/f_x in küçük değerleri için sıfıra, büyük değerleri içinse bir değerine yaklaşmakta ve $f_\theta/f_x = 1$ civarında maksimum değerine erişmektedir. Araştırmalar bu yöntemle yapılacak tasarımların oldukça gerçekçi olduğunu, fakat, bilhas-



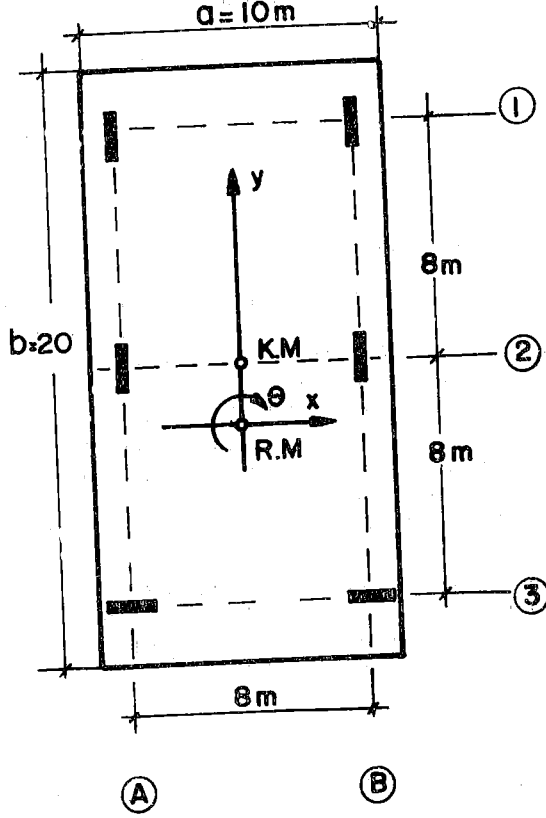
SEKİL IX.8. DİNAMİK EKSANTRİSİTE ORANI.

sa $f_0/f_x = 1$ için, muhafazakar sonuçlar doğurabileceğini göstermektedir. Her ne kadar Şekil IX.8 tasarım kolaylığı doğuruyorsa da, bunların yalnızca mukabele spektrumunda sabit pseudo-hız kabulünün yapılabildiği orta büyüklükteki frekans bölgesi dahilinde geçerli olduğu unutulmamalıdır.

Elde edilen bulgular, alışlagelmiş statik yöntemlerde yapılan eksantrik yapı tasarımlarının bilhassa $0.8 < (f_0/f_x) < 2$ bölgesinde hatalı sonuçlara yol açacağını göstermektedir (27, 49). Bir araştırma dolayısıyla yazarlarca incelenmiş olan birçok yapılarda f_0/f_x oranının bu bölge içinde yer aldığı görülmüştür. (31). Okuyucu, kendisi hesaplayarak : dört köşesinde dört eşit kolon bulunan kare şeklinde bir yapı için $f_0/f_x = 1.73$ ve içinde eşit aralıklarla dağılmış 16 eşit kolon bulunan kare bir yapı için $f_0/f_x = 1.29$ olacağını bulabilir.

Örnek. (IX.1) :

Şekil IX.9 da verilmiş olan tek katlı yapının deprem tasarımı için kullanılacak yatay yükü, dinamik eksantrisiteyi ve kolonların üzerine düşecek kesme kuvvetlerini tayin edelim. Yapının kütlesi, $m = 100 \text{ kg. sn}^2/\text{cm}$ olarak verilmiştir. Bu kütle için döşemede düzgün yayılı olduğunu kabul edeceğiz. Bu durumda, doğal olarak, döşemenin geometrik merkezi aynı zamanda kütle merkezi olmaktadır. Sistemin 1,2 ve 3 akslarındaki kolonların x-ekseni yönündeki yanal rijiditeleri sırasıyla 6000, 6000 ve 12000 kg/cm dir. Sistemin A ve B akslarındaki kolonların y-ekseni yönündeki yanal rijiditeleri ise 15000 kg/cm 'ye eşittir. Yapının boyutları plan üzerinde gösterilmiştir. Sistemin y yönünde yayılan bir zemin deprem ivmesine maruz kaldığını farz ediyoruz.



ŞEKİL IX.9. ÖRNEK ALINAN YAPI PLANI

Statik Eksantrisite :

Denklem IX.2 vasıtasıyla $e_y = 2.00$ m olarak bulunur.

Jirasyon Yarıçapı :

$$r_{RM} = \sqrt{(e_y)^2 + (b^2/12) [1 + (a/b)^2]} \quad \text{IX.34}$$

denklemleriyle verilir. Bu denklemde a, ve b döğemenin boyutlarını göstermektedir ve $r_{RM} = 6.76$ m olarak tayin edilir.

Toplam Yanal Rijidite :

$$K_x = \sum k_{xi} = 24000 \text{ kg/cm} \text{ olmaktadır.}$$

Toplam Burulma Rijiditesi :

Denklem IX.3 vasıtasıyla $K\theta = 1.54 \times 10^{10} \text{ kg.cm/rad.}$ olarak bulunur.

Yanal Bağlantısız Titreşim Frekansı :

Denklem IX.11 kullanılarak $w\theta = 18.33 \text{ rad/sn.}$ ve $f_x = 2.47 \text{ Hz.}$ olarak bulunur.

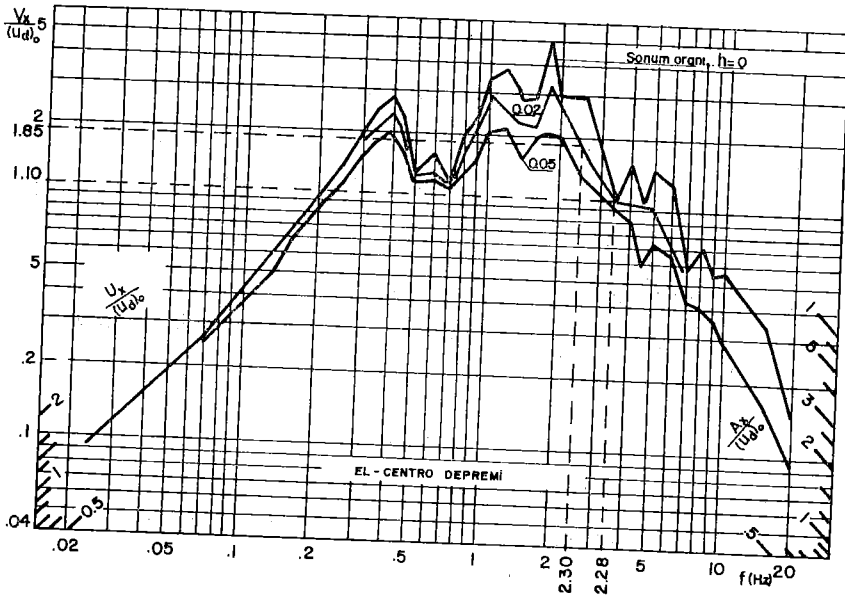
Burulmalı Bağlantısız Titreşim Frekansı :

Denklem IX.11 kullanılarak $w\theta = 18.33$ rod/sn. ve $f\theta = 2.92$ Hz. olarak bulunur.

Bu durumda : $w\theta/w_x = f\theta/f_x = 1.18$ ve $e_y/r_{RM} = 0.30$ olmaktadır. Sistemin tasarımı için gerekli deprem yüklerini önce modal analiz sonrada dinamik eksantrisite yöntemiyle bulalım.

a — Modal Analiz Yöntemiyle Tasarım.

Denklem IX.22 veya Şekil IX.3 vasıtasıyla bağlantılı titreşim frekansları $f_1 = 2.30$ Hz., f_2 ise 3.28 Hz. olarak bulunur. Bu frekanslara tekabül eden modal deplasmanlar Denklem IX.23 ve 24 kullanılarak $\{\phi_1\} = \{1, 0.5\}$ ve $\{\phi_2\} = \{1, -1.44\}$ olarak tayin edilir. Görüleceği gibi ikinci mod burulma hareketinin hakim olduğu moddur. Şekil IX.4 ve 5 vasıtasıyla $C_{x1} = 0.81$, $C_{x2} = 0.18$, $C\theta_1 = 0.39$ ve $C\theta_2 = 0.27$ olarak bulunur. Sistemin bağlantısız yanal titreşimindeki relatif sönüm oranının $h_x = 0.02$ olduğunu ve sistemin diğer titreşimleri için de sönümün frekanslarla (rijiditeyle) doğru olarak değiştiğini kabul edersek $h_1 = (f_1/f_x) h_x \cong 0.02$ ve $h_2 = (f_2/f_x) h_x \cong 0.03$ olarak bulunur. Şekil IX.10 da El-Centro 1940 depremi N-S bileşeni için verilen TSD doğrusal mukabele spektrumundan f_1 frekans ve h_1 sönümlü TSD sistemler için $V_1 = 1.85$ (\dot{u}_d)₀, f_2 frekanslı ve h_2 sönümlü TSD sistemler için ise $V_2 = 1.10$ (\dot{u}_d)₀ olarak elde edilir. Sistemin R.M'deki maksimum deformasyonların IX.27 ve 28 denklemleriyle verildiğini kabul edersek :



ŞEKİL IX.10 TSD MUKABELE SPEKTRONU

$$U_x = \frac{V_x}{w_x} = \frac{1.70 (\dot{u}_d)_o}{w_x} = 3.91 \text{ cm} \quad \text{IX.35}$$

$$U_\theta = \frac{V_\theta}{w_\theta} = \frac{1.02 (\dot{u}_d)_o}{w_\theta} = 1.98 \text{ cm} \quad \text{IX.36}$$

olur. IX.35 ve 36 denklemlerinde $(\dot{u}_d)_o = 35.61 \text{ cm/sn}$ alınmıştır ve El-Centro depremindeki maksimum zemin hızını göstermektedir. R.M'deki burulma $\theta = U_\theta/r_{RM} = 0.01 \text{ rad}$ (takriben $0^\circ.29$) olmaktadır. Sistem rijitlik merkezindeki bu θ burulması ve U_x yanıl deformasyonunun çeşitli akslarda yaratacağı maksimum deformasyonlar θ ve U_x 'dan doğan katkıların RMS yöntemiyle birleştirilmesiyle elde edilmiş ve aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Aks No	Maximum Deformasyon
1	$\sqrt{(3.91)^2 + (0.01 \times 1000)^2} = 10.74 \text{ cm.}$
2	$\sqrt{(3.91)^2 + (0.01 \times 200)^2} = 4.39 \text{ cm.}$
3	$\sqrt{(3.91)^2 + (0.01 \times 600)^2} = 7.16 \text{ cm.}$
A,B	$0.01 \times 400 = 4 \text{ cm.}$

Kolonlar bu deformasyonlara tekabül eden kuvvetlere dayanacak şekilde hesaplanmalıdır.

Kullanılan tasarım yönteminde sistemin tamamen doğrusal davranışı bahis konusu olduğundan, elde edilen bu deformasyonlardan bulunacak kolon deprem yüklemine göre yapılacak tasarımların, gerçekçi açıdan bakıldığında, oldukça muhafazakar sonuçlar doğuracağı açıktır.

b — Dinamik Eksantrisite Yöntemiyle Tasarım.

Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik (51) hükümlerine uyularak yapıya etkiyecek toplam yatay yük $F = CW$ denklemi ile elde edilebilir. C katsayısının değerini 0.15 kabul edersek, yatay yük :

$$F = 0.15 \text{ g.m} = 14700 \text{ kg.}$$

olarak tesbit edilir. Yapıdaki statik eksantrisite $e_y = 2.00 \text{ m}$, olarak bulunmuştur. Şekil IX.8 vasıtasıyla $f_\theta/f_x = 1.18$ ve $e_y/r_{RM} = 0.30$ değerlerini kullanarak, dinamik eksantrisite oranı $(e'_y/e_y)_{RMS} = 2.3$, şeklinde bulunur. Bu durumda F toplam yatay yükünün yapıya RM'den itibaren $e'_y = \pm 4.6 \text{ m}$, mesafesinde etki ettirilmesi ve kolonların bu etkiden doğacak maksimum kesme kuvvetlerine göre projelendirilmesi gerekmektedir.

X. YAPI DİNAMİĞİNDE SÖNÜM, PERİYOD TESBİTİ VE YÖNETMELİKLER İLİŞKİSİ

X.1. GENEL :

Yapı dinamiğinde, zorlanmış veya serbest titreşimdeki yapıların titreşim karakteristikleri yanında, yapıların davranışlarında incelenmesi öngörülmektedir. Ancak, bu bölüme kadar, yapıların titreşim sırasında titreşim enerjisinin yapı tarafından yutulma olayı viskoz sönüm sabiti ile diferensiyel denklemlerde temsil edilmiştir. Viskoz sönüm sabitlerinin nasıl elde edildiği konusu sadece serbest titreşimde logaritmik sönüm oranı (Bölüm III.2) ile açıklanmıştır. Diğer taraftan yapıların periyodlarının tesbiti her zaman serbest titreşim özel değer denklemi ile elde edilmeyip, pratikte yönetmeliklere yansıyan birçok periyod formülleri kullanılmaktadır. Bu bölümde sönüm sabitlerinin çeşitli yöntemlerle tespiti gözden geçirilecek ve depreme dayanıklı yapı yapılmasına dair 1975 Türkiye Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik ilgili bölümlerinin yapı dinamiği ile ilişkisi kurulacaktır.

X.2. SÖNÜM :

Yapı dinamiğinde ve deprem mühendisliğinde yapıların en önemli karakteristiklerinden birisi titreşim halindeki bir sistemin ve sistemi meydana getiren elemanların deformasyona uğraması ile enerji yutma yeteneğinin var olmasıdır. Enerji yutma (absorpsiyon) suretiyle titreşim enerjisinin azalması (disipasyon) yapı tepkisinin azalmasını sağlar; böylece yapıda sönümün varlığı ortaya çıkar.

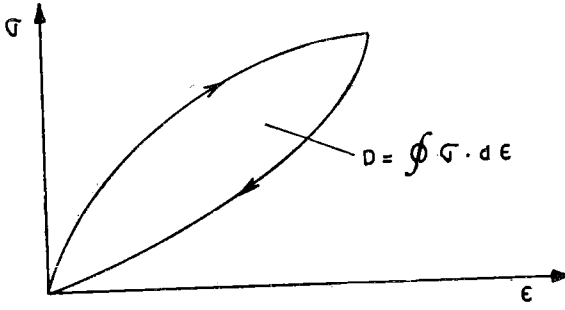
Sönüm bir yapıda birkaç oluşum nedeniyle meydana gelir :

- i. Elastik veya inelastik davranış dolayısıyla meydana gelen histeretik eğrilerden, sistemi titreşime zorlayan enerjinin bir kısmının yapı malzemesi ve dolayısıyla yapı elemanlarının deformasyonunu sağladığı, enerjinin bir kısmının ise ısıya dönüştüğü anlaşılır. Betonarme elemanlarda kılcal çatlakların meydana gelmesi bile sönümle ilgilidir.
- ii. Sönüm yapı tipi ve sistemiyle de ilgilidir. Genellikle bir yapıyı meydana getiren elemanların birleşim noktalarında enerji yutma yeteneği vardır. Perdeli betonarme yapıların sönüm yeteneği çerçevesi betonarme yapılara göre azdır. Kaynaklı birleşimli çelik yapıların sönümü, bulon birleşimli çelik yapıların sönümünden azdır.

Lazan'a göre, sönüm, bir malzemenin veya sistemin devirsel gerilme ve birim deformasyonuna dayanan enerji yutma yeteneğidir (4). Şekil X.1'e göre bir malzemenin deformasyonu ile meydana gelen devirsel gerilme - birim deformasyon diyagramının yaptığı histeretik eğrinin alanı

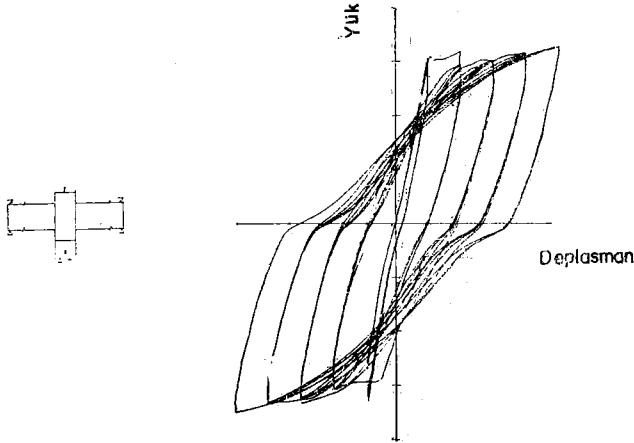
$$D = \int \sigma \cdot d \epsilon$$

X.1



SEKİL X. 1. BİR MALZEMENİN GERİLİM - BİRİM UZAMA HİSTERİK EĞRİSİ

olup, her deviri için malzemenin birim hacimi tarafından yutulan enerjiye eşittir ($\text{Kg cm/cm}^3/\text{devir}$). Çeşitli malzemelerin değişik histeretik eğrileri vardır. Örneğin en yaygın olarak kullanılan çelik için histeretik eğri Şekil VIII.2'de görülmektedir. Çelik gerilme-birim deformasyon diyagramı özel bir durum arz etmektedir. Çekme akma sınırından sonra gerilme azaltıldığında (yükün azalması) eğri önce eğimi Yonug Modülü, E' 'ye eşit olan bir doğruyu takip etmekte, basınç gerilmesine girildiğinde bu özelliği kaybolmakta ve basınç akma mukavemeti azalmaktadır. Bu olaya Bauschinger tesiri denilmektedir (18). Bauschinger tesiri etkisini betonarme kirişlerde göstermektedir. Şekil X.2'de beton-



ŞEKİL X.2. BETONARME KİRİŞTE YÜK-DEPLASMAN HİSTERİK EĞRİLERİ (29)

arme bir kırışın çeşitli yüklenme seviyelerinde kuvvet-deplasman histeretik eğrileri görülmektedir (29).

Lazan'a göre özel sönüm enerjisi (D) ,

$$D = J \sigma^n \quad \text{X.2}$$

olup burada

J = birim gerilme için disipasyona uğrayan enerjiye eşittir.

σ = gerilme

ve

n = sönüm fonksiyonu olan kuvvet faktörüdür (4).

Küçük gerilmelerde $n = 2$ olup, daha yüksek gerilmeler için $2 \leq n \leq 3$ olabilir. Gerilme seviyesi yükseldikçe sönümde büyümektedir. Gerilme seviyesiyle ilgili sönüm yüzdeleri Tablo X.1'de gösterilmektedir (39).

3. SÖNÜMÜN DEĞERLENDİRİLMESİ :

- i. Logaritmik sönüm oranı metodu (Bölüm III.2)
- ii. Harmonik Kuvvetle Zorlama Metodları :

Harmonik kuvvetle zorlanmış titreşimlerden elde edilen DYF'leride sönüm yüzdesinin tespitinde kullanılır. Ancak bu metod sadece elastik yapılar için geçerlidir ve genellikle yapının birinci modunun en tesirli modu olduğu kabul edilir. Eğer rezonans eğrisi biliniyorsa, denklem III.29'dan maksimum dinamik yük faktörü

$$(DYF)_{maks} = \frac{1}{\{(1-r^2)^2 + 4h^2r^2\}^{0,5}} \quad \text{(III.29)}$$

alınarak, $r = 1$ değeri için

$$(DYF)_{maks} = \frac{1}{2h} \quad \text{X.3}$$

ve

$$h = \frac{1}{2 (DYF)_{maks}} \quad \text{X.4}$$

bulunur. Bu çok kaba bir çözüm yoludur. Penzien bu metodu öngörüllüli beton kırışlara uygulanmıştır (10).

Diğer taraftan elektrik anolojiye dayanan «yarım güce tekabül eden band genişliği» ilişkisiyle sönüm yüzdesi

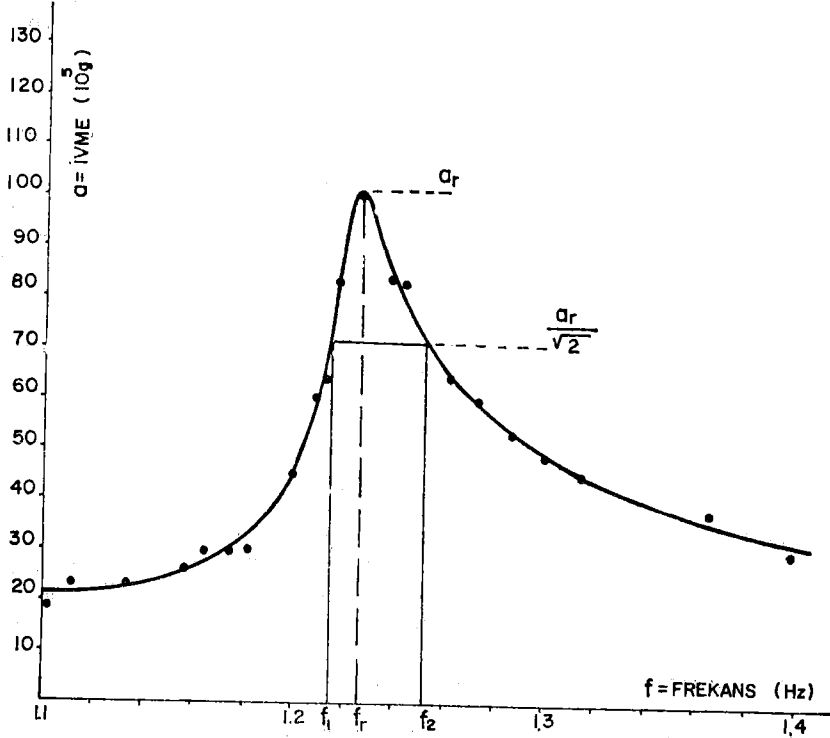
$$h = \frac{r_2 - r_1}{2} = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad \text{X.5}$$

olarak elde edilebilir (30). Burada r_2 ve r_1 , rezonans eğrisinin maksimum noktası olan $a_r/\sqrt{2}$ ordinatlarının karşılığı olan frekans oranları veya frekanslarıdır. Şekil X.3'de ODTÜ Mühendislik Merkez Binası için elde edilen rezonans eğrisi görülmektedir (31).

ii. Histeretik eğrileri elde edilmiş sistemin sönüm yüzdesi

$$h = \frac{\Delta W}{4 \pi W} \quad \text{X.6}$$

ile bulunabilir. Burada ΔW histerik alan, W ise Jacobsen (32) ve Hudson'un (33) tarifelerine göre Şekil X.4'de gösterildiği gibi OAB veya OA'B olarak alınmaktadır.



ŞEKİL X.3. FREKANS-İVME EĞRİSİ (31)

**TABLO X.1. GERİLME SEVİYESİNE GÖRE
YAKLAŞIK SÖNÜM YÜZDELERİ**

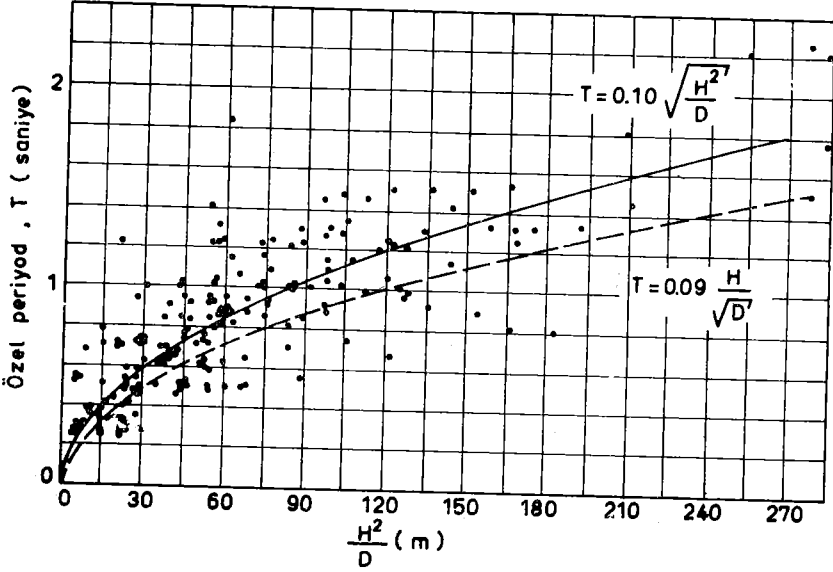
Gerilme	Yapı Tipi ve Durumu	h %
$\sigma < \frac{1}{4} \sigma_{akma}$	Betonarme veya Öngerilimli Beton (Çatlak olmadan)	0,5 — 1,0
Emniyet Gerilmeleri Seviyesinde	Kaynaklı, Çelik, Öngerilimli beton, çatlaksız veya az çatlaklı betonarme	2,0
	Oldukça çok çatlağı olan Betonarme	3,0 — 5,0
	Bulonlu ve Perçimli Çelik, Çivili veya Bulonlu Ahşap	5,0 — 7,0
Akma sınırına çok yakın $\sigma \approx \sigma_{akma}$	Kaynaklı Çelik, Öngerilimli Beton, (Öngerilimi azalmamış)	5,0
	Öngerilimi azalmış, öngerilimli beton ve betonarme	7,0 — 10,0
Akma sınırı ötesinde $\sigma > \sigma_{akma}$	Kaynaklı Çelik	7,0 — 10,0
	Öngerilimli beton ve betonarme	7,0 — 10,0
	Bulonlu ve Perçimli Çelik ve Ahşap Yapılar	20,0

X.4. YAPI PERİYODU VE YÖNETMELİKLER :

Dünyanın birçok ülkesinin depreme dayanıklı yapı yönetmeliklerinde, yapıların projelendirilmesinde kullanılacak eşdeğer statik yatay yük hesap yöntemleri verilir (34). Bütün yönetmeliklerde eşdeğer statik yatay yük hesabında yapının tabii periyodu kullanılmaktadır. Genellikle, tabii periyod eşdeğer statik yatay yük katsayısının (sismik katsayı veya deprem katsayısı) bir faktörü olan spektrum (veya tepki) faktörünün değerlendirilmesinde kullanılır.

Yapı periyodundan bahsedilince, yapının birinci moduna ait periyod akla gelir. Genellikle birinci mod dışındaki modların yapının tepkisine katılma oranlarının az olduğu kabul edilmektedir. Ancak bu kabulün yüksek periyodlu yapılar için geçerli olmadığı hatırlatılmalıdır.

Dinamik analiz metodlar ve deneysel metodlar dışında, yapı periyodları, ampirik formüller kullanılarak değerlendirilir.



ŞEKİL X.5 YAPILARIN ÖZEL PERİYODU

Burada C_1 bir sabit, B ise yapıya etkidiği kabul edilen yatay yüklerinin yönüne dik olan yapı boyutudur.

4.B. STATİK DEPLASMANA DAYANAN FORMÜLLER

Çeşitli ülkelerde, yapıların statik deplasmanlarına dayanan periyod formülleride kullanılmaktadır. Bu formüller, genellikle Rayleigh Metoduna dayanmaktadır (7.43).

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_i D_i^2}{P_i D_i}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{m_i g D_i^2}{P_i D_i}} \quad \text{X.10}$$

Burada P_i , çok katlı bir yapının i katına uygulanan yatay yük, D_i , i kat deplasmanı ve m_i ise i kat kütlesidir. Yapının en üst kat deplasmanının, δ , yüksekliğinin H olduğu ve katlara gelen yatay yük P_i , nin kat ağırlığı W^a eşit olduğu ve bunun sabit olduğu kabul edilirse,

$$D(x) = \frac{x}{H} \quad \text{X.11}$$

periyod

$$T = 0,164 \sqrt{\delta} \quad \text{X.12}$$

olarak elde edilir. Diğer taraftan, kat yüklerinin yukarıya doğru artan bir üçgen yük biçiminde arttığı farz edilirse,

$$T = 0,20 \sqrt{\delta}$$

X.13

olarak bulunmaktadır (44).

Japonya'da yukarıdaki işleme dayanan bir periyod formülü yaygın olarak kullanılmaktadır (17).

$$T = (0,16 - 0,20) \sqrt{\delta}$$

X.14

Ayrıca, perdeli ve kolonlu karışık kesitli sistemlerin, eşdeğer çerçevelere ayrılması yoluyla çerçevelerin ayrı ayrı elektronik sayısal hesaplayıcı programlarıyla çözümünü kolaylaştırmaktadır. Çerçeve çözümlerinde elde edilen deplasmanların kat seviyelerinde uyumluluğu sağlanarak periyod hesap metodları geliştirilmiştir (43, 45).

Diğer taraftan, 1975 SEAOC Yönetmeliğinde X.7 ve X.8 nolu formüllere ilaveten yeni bir periyod formülü önerilmektedir (40).

$$T = 2 \pi_c \left[\frac{\sum_{i=1}^n w_i \delta_i^2}{g \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} (F_i \delta_i) + (F_t + F_n) \delta_n \right\}} \right]^{0.5}$$

X.15

Bu formül X.10 nolu formülle hem düşünüş, hemde elde edildiği kaynak açısından benzemektedir. Tek farkı yapıya etkiletilen kuvvetlerin,

$$F_x = \frac{(V-F_t) w_x h_x}{\sum_{i=1}^n w_i h_i}$$

X.16

$$F_t = 0,07 TV \quad (F_t = 0, T \leq 0,7 \text{ san})$$

X.17

$$V = F_t + \sum_{i=1}^n F_i$$

X.18

denklemleriyle verilmiş olmasıdır. Önerilen bu periyod formülü, daha öncede belirtildiği gibi Rayleigh metoduna dayanmaktadır. Aşında bu formül

$$T = 0,2 \left[\frac{\sum_{i=1}^n w_i \delta_i^2}{\sum_{i=1}^{n-1} F_i \delta_i + (F_t + F_n) \delta_n} \right]^{0.5}$$

X.19

şeklinde de yazılabilir.

4.C. PERİYOD HESAP FORMÜLLERİ ÜZERİNDE GÖRÜŞLER :

Yukarıda belirtilen birçok periyod hesap formülleri bazı yapılar için doğru olmayan neticeler vermektedir. Örneğin, yüksekliği (H) ve kabul edilen yatay yüklerin yönündeki yapı genişliği (D) aynı olan iki yapıdan birinin çerçevesel diğerinin perdeli olması durumunda Formül X.7 kullanılırsa aynı değer elde edilmekle beraber, iki tip yapının periyodları çok farklı çıkmaktadır. Uygulamada böyle bir farklılık, İstanbul'da halen inşa edilmekte olan bir binanın hesaplarında da ortaya çıkmıştır. Formüllere dayanan hesaplara göre 28 katlı bu yapının periyodu 2.8 saniye civarında çıkmasına rağmen, diğer hesap yöntemleri ve aletsel ölçmelerle periyodunun 1.1 saniye civarında olduğu tespit edilmiştir (45).

Diğer taraftan, formüllere dayanan periyod hesapları hakkında başka eleştiriler ortaya çıkmaktadır. Bertero ve Collins, 1971 San Fernando Depreminden sonra yapılan incelemelere göre, yapı periyodlarının daha gerçekçi bir metotta değerlendirilmesini önermişlerdir (46). Degenkolb aynı yönde tavsiyelerde bulunmuştur (41).

1971 San Fernando Depreminden sonra Los Angeles şehri civarında 70 yarıda yapılan araştırmada, bu yapıların tabii periyodları değerlerinde, depremden önce, deprem esnasında ve depremden sonra önemli değişiklikler meydana gelmiştir (47). İncelenen 70 yapının 69'unun periyodu önemli oranda uzamıştır. Yapı periyodlarının uzaması her ne kadar yapının tepkisi yönünden olumlu ise de zemin yapı ilişkisi açısından zeminin özel periyoduna yaklaşılmaması halinde durumun dikkatle değerlendirilmesi gerekir.

5. YÖNETMELİK YATAY YÜK HESABI :

1975 Türkiye Deprem Yönetmeliğinde 13. Bölüm yük hesabını kapsar. Ancak yönetmelikte belirtilen statik eşdeğer yatay yük formülü taşıyıcı sistemi düzenli ve yüksekliği 75 m'yi geçmeyen yapılar için geçerlidir.

Statik Eşdeğer Yatay Yük

$$F = C W$$

$$C = C_0 K S I$$

K = Yapı Tipi Faktörü

S = Yapı Dinamik Faktörü

I = Yapı Önem Faktörü

olup güvenilir bir dinamik çözüm yapılmadıkça geçerlidir. Ancak, dinamik hesap sonucunda bulunacak toplam yatay yükler, eşdeğer statik yatay yük yöntemiyle elde edilen değerlerin % 70'inden daha küçük olamaz.

Yönetmelikte K, S ve I faktörleri, C_0 'ı etkileyen faktörler olarak verilmektedir.

Statik eşdeğer yatay yük faktörü, C, aslında rijit bir yapı kütlelerinin yer deplasmanına ve dolayısıyla yer ivmesine (\ddot{U}_d) eşit ivme ile hareket edeceği

düşünülmektedir, yapı kütlelerini ($\frac{W}{g}$) etkiyen kuvvet ile ilgilidir.

$$F = \dot{U}_d \left(\frac{W}{g} \right) = \frac{\dot{U}_d}{g} W = CW \quad X.21$$

olmakta ve statik eşdeğer yatay yük faktörü

$$C = \frac{\dot{U}_d}{g} \quad X.22$$

olduğu kabullenilmektedir.

6. YATAY YÜKLERİN DAĞITILMASI :

Bir i kütlesi üzerindeki maksimum atalet kuvveti

$$F_i = m_i \ddot{q}_m \phi_i \quad X.23$$

Burada \ddot{q}_m , mod ivmesidir. m modunda maksimum ivme \ddot{q}_m için meydana gelen toplam kesme kuvveti

$$\ddot{q}_m \sum m_i \phi_i = V \quad X.24$$

olmaktadır.

$$\ddot{q}_m = \frac{F_i}{m_i \phi_i} \quad X.25$$

ve

$$\frac{F_i}{m_i \phi_i} \sum m_i \phi_i = V \quad X.26$$

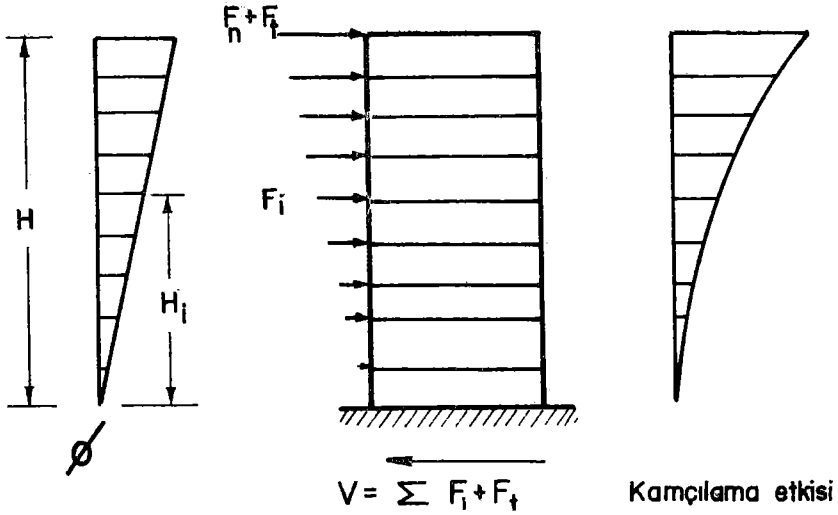
alınarak

$$F_i = \frac{m_i \phi_i}{\sum m_i \phi_i} V \quad X.27$$

olmaktadır. Şekil X.6'da görüldüğü gibi, eğer birinci mod'un tesirinin en fazla olduğu ve bu modun doğrusal bir değişim gösterdiği kabul edilirse,

$$\phi_i = \frac{H_i}{H} \quad X.28$$

$$F_i = \frac{m_i (H_i/H)}{\sum m_i (H_i/H)} V \quad X.29$$



ŞEKİL X.6 KATLARA GÖRE KUVVET DAĞILIMI

olur. Bu bir kabuldür. Ancak normal çerçeve tipi yapılar için güvenilirliği yüksektir.

Yapılan birinci mod kabulüne rağmen, aslında en üst kat rijitliğinin az olması nedeniyle en üst katta deplasman daha fazla olduğundan, bu deplasmanı yaratacak ilave yatay kuvvete ihtiyaç vardır. Bu nedenle,

$$F_t = 0.004 (F) \left(\frac{H}{D} \right)^2 \quad \text{X.30}$$

denklemden en üst kata konulacak ilave yatay yük bulunur.

Böylece ,

$$V = \Sigma F_i + F_t$$

$$\Sigma F_i = V - F_t$$

$$F_i = (V - F_t) \frac{W_i H_i}{\Sigma W_i H_i}$$

olur,

Eğer $\frac{H}{D} \leq 3$ ise $F_t = 0$ olur. Fakat her zaman $F_t < 0,15V$ olmalıdır. F_t ,

bilhassa yüksek yapılarda önemli olmaktadır.

REFERANSLAR

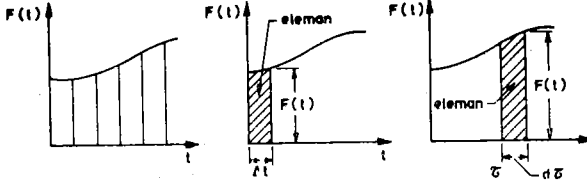
1. Hudson, D.E. (ed), «Strong Motion Instrumental Data on the San Fernando Earthquake of Feb. 9, 1971,» EERL Report, Cal. Tech., p. 226, 1971.
2. Housner, G.W., «Behavior of Structures During Earthquakes,» PROC., ASCE (EM4), pp. 109-129, Oct. 1959.
3. Hudson, D.E., «Synchronized Vibration Generators for Dynamic Tests of Full Scale Structures,» EERL Report Cal. Tech., Nov. 1962.
4. Lazan, B.J., **Damping of Materials and Members in Structural Mechanics**, Pergamon Press, 1968.
5. Chandrasekeran, A.R., «Joint Rotation Effects on the Dynamics of Multi-Storeyed Frames,» PROC., III. World Conf. on Earthquake Engineering, Vol. II., pp. 769-782, New Zealand, 1975.
6. Tezcan, S., ve İpek, M., «28 Mart Gediz Depreminden Dolayı Bursa Otomobil Fabrikasındaki Hasarın Sebepleri,» İMO, V. Teknik Kongre, Ankara 1970.
7. Biggs, J.M., **Introduction to Structural Dynamics**, McGraw Hill, 1964.
8. Hudson, D.E., «Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology,» PROC. W.C.E.E., Berkeley, Cal. 1956, pp. IV. (1-12).
9. Atalay, N., «Development of a Simple Shaking Table,» M.S. Thesis, METU, 1971.
10. Penzien, J., «Damping Characteristics of Prestressed Concrete,» Journal of ACI, PROC., V.61, No. 9, Sept. 1964, pp. 1125-1147.
11. Rea, D., Clough, R.W. and Bouwkamp, J.G., «Damping Capacity of a Model Steel Structure,» EERC Report 69-14, Univ. of Calif., Berkeley, 1969.
12. Hudson, D.E., «Some Problems in the Application of Spectrum Technique to Strong Motion Earthquake Analysis,» Bull. of Seismological Society of America, Vol. 52, No. 2; pp. 417-430, April 1962.
13. Blume, S.A., Newmark, N.M., and Corning, L.H., **Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions**, Portland Cement Assoc., 1961.
14. Fung, Y.C., «Shock Loading and Response Spectra,» **Shock and Structural Response** (ed. M.V. Barton), ASME, New York, 1960.
15. Trifunac, M.D., and Hudson, D.E., «Analysis of the Pacoima Dam Accelerogram,» Strong Motion Instrumental Data on the San Fernando Earthquake of Feb. 1971 (ed. D.E. Hudson), EERL, pp. 205-237 Cal. Tech., Sept. 1971.

16. Maley, R.P., and Cloud, W.K., «Strong Motion Accelerograph Records,» EERL Report (ed. D.E. Hudson), Cal. Tech., p. 1-53, Sept. 1971.
17. Umemura, H., **Earthquake Resistant Design of Structures**, Fac. of Engineering, Univ. of Tokyo, Japan.
18. Singh, A., Gerstle, K.H., and Tulin, L.G., «The Behavior of Reinforcing Steel Under Repeated Loading,» *Materials Research and Standards*, Vol. 5, No. 1, Jan. 1965.
19. Warburton, G.B., **The Dynamical Behavior of Structures**, Pergamon Press, 1964.
20. Przemienicki, J.S., **Theory of Matrix Structural Analysis**, McGraw Hill, 1969.
21. Zienkiewicz, O.C., **The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics**, McGraw Hill, 1967.
22. Hurty, W.C., and Rubinstein, M.F., **Dynamics of Structures**, Prentice Hall, 1964.
23. Rubinstein, M.F. **Structural Systems : Statics, Dynamics and Stability**, Prentice Hall, 1970.
24. Thompson, W.T., **Vibration Theory and Applications**, Prentice Hall, 1965.
25. Timoshenko, S.P., **Vibration Problems in Engineering**, D. Von Nostrand, 1955.
26. Wiegel, R.L., (ed.), **Earthquake Engineering**, Prentice-Hall, 1970.
27. Newmark, N.M., and Rosenblueth, E., **Fundamentals of Earthquake Engineering**, Prentice Hall, 1970.
28. Cherry, S., **Dynamics of Structures**, IISSE Lecture Notes, No. 5 Tokyo, Japon, 1968.
29. Çelebi, M. ve Penzien, J., «Experimental Investion into the Seismic Behavior of Critical Regions of Reinforced Concrete Components as Influenced by Moment and Shear,» EERC Report No. 73-4, Univ. of Calif., Berkeley, 1973.
30. Clough, R.W. and Penizen, J., **Dynamics of Structures**, McGraw Hill, 1975.
31. Çelebi, M., Erdik, M., ve Yüzügüllü, Ö., 76-04-03-32 Kod no.lu proje dahi-li raporu, ODTÜ, 1977.
32. Jacobsen, L.S., «Damping on Composite Structures,» Proc. II. WCEE, Tokyo, Japan, 1960, pp. 1029-1040.
33. Hudson, D.E., «Equivalent Viscous Damping Friction for Hysteretic Systems with Earthquake-like Excitations,» PROC. III. WCEE, New Zealand, 1965.
34. **A World List : Earthquake Resistant Regulations**, IAEE, 1970 and 1973.

35. Newmark, N.M., «A Method of Computation for Structural Dynamics.» *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. July 1959.
36. Erdik, M., «Torsional Effects in Dynamically Excited Structures,» P. D. Thesis Submitted to Rice University, Houston, Texas, 1975.
37. Bielak, J., «Dynamic Response of Single Degree of Freedom Bilinear Systems,» M.S. Thesis Submitted to Rice University, May 1966.
38. Blume, J.A., Newmark, N.M., Corning, L.H., **Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings**, Portland Cement Association, 1967.
39. Penzien, J., Unpublished lecture notes, University of Calif., Berkeley, 1972.
40. «Recommended Lateral Force Requirements and Commentary,» *Structural Engineers Association of California*, 1960 and 1965 editions.
41. Degenkolb, H.S., «Earthquake Forces on Tall Structures,» Bethlehem Steel Publication.
42. Housner, G.W., and Brady, A.G., «Natural Periods of Vibration of Building,» *ASCE (EM)*, Aug. 1963.
43. Çakıroğlu, A. ve Özmen, G., «Yapıların Özel Periyodlarının Tayini,» *İTÜ Dergisi*, 26.1.1968.
44. Çelebi, M. ve Çıtıptıoğlu, E., «Yapı Sistemlerinin Özel Periyodu,» *DAE Bülteni*, İmar ve İskan Bakanlığı, s. 7, Ekim 1974, Ankara.
45. Çıtıptıoğlu, E. ve Çelebi, M., «Çok Katlı Perdeli Yapıların Yatay Yüklere Göre Yaklaşık Hesap Metodu,» *DAE Bülteni*, Ekim 1974, Ankara.
46. Bertero, V.V. and Collins, R.G. «Investigations of the Failures of the Olive View Stairtowers During the San Fernando Earthquake and Their Implications on Seismic Design,» *EERC Report 73-26*, Univ. of California, Berkeley, 1973 p. 164.
47. Mulhern M.R. and Maley, R.P., «Building Period Measurements Before, During and After the San Fernando Earthquake,» *San Fernando, Calif. Earthquake of Feb. 9, 1971*, U.S. Dept. of Commerce, NOAA, Vol. I, Part B, 1973, pp. 725-733.
48. Lew, S., Leyendecker, V., Dikkers, D., «Engineering Aspects of the 1971 San Fernando Earthquake,» U.S., Department of Commerce.
49. Penzien, J., «Earthquake Response of Irregularly Shaped Buildings,» *Proc., 4th WCEE*, A-3.
50. Rosenblueth, E., «Aseismic Provisions for the Federal District, Mexico,» *Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. II, 1961.
51. «Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik,» İmar ve İskan Bakanlığı, Deprem Araştırma Enstitüsü Başkanlığı, 1975.
52. Veletsos, A.S., Vann, P.W., «Response of the Ground Excited Elastoplastic Systems,» *ASCE Proceedings, Structural Division*, April 1971.

EK. I DUHAMEL ENTEGRAL DENKLEMİ

Dinamikte kuvvet ile zamanın çarpımına impuls denir. Meselâ, Şekil E.I.1a'-da ki kuvvet diyagramı elemanlara ayrılırsa, Şekil E.I.1b ve c'de ki elemanların herbirisi için impuls tarife göre bahsedilen elemanın alanına eşittir.



Şekil E.I.1. Duhamel Entegralinde Dinamik Kuvvet ve Elemanlara Ayrılışı

Eğer sükunette olan bir sisteme, Şekil E.I.1b'de ki gibi bir impuls ($F(t) \Delta t = I$) tatbik edilirse, sistem kütlesi $\dot{u} = F(t)/m$ kadar bir ivme ile hareket geçecek ve Δt gibi çok kısa bir sürede kazandığı hız ise, ,

$$\dot{u} = \frac{F(t)}{m} \Delta t = \frac{I}{m}$$

olacaktır. Δt çok kısa bir zaman olduğundan, $t > 0$ için,

$F(t) = e$ kabul edilerek, sönümlü serbest titreşim denklemi III.II kullanılırsa

$$u = e^{-w_n t} \left\{ u_0 \cos w_s t + \frac{\dot{u}_0 + w_n u_0}{w_s} \sin w_s t \right\}$$

ve başlangıç durumu ($t=0, u_0 = 0$ ve $\dot{u}_0 = I/m$) için

$$\Delta u = e^{-w_n t} \left\{ \frac{I}{mw_s} \sin w_s t \right\}$$

elde edilir. Eğer impuls Şekil E.I.1c.de ki gibi, τ kadar bir zamandan sonra sisteme etkirse,

$$\Delta u = e^{-w_n h(t-\tau)} \left\{ \frac{I}{mw_s} \sin w_s (t-\tau) \right\}$$

veya

$$\Delta u = e^{-w_n h(t-\tau)} \left\{ \frac{F(\tau)}{mw_s} \sin w_s (t-\tau) \right\} \Delta t$$

elde edilir. Bundan sonra yapılacak işlem, Şekil E.I.1a'da ki kuvvetin bütün elemanları (impulsları) için elde edilen mukabelelerin toplanmasından ibarettir.

Böylece,

$$u = \sum_0^t e^{-w_n h(t-\tau)} \left\{ \frac{F(\tau)}{mw_s} \sin w_s(t-\tau) \right\} \Delta t$$

veya

$$u = \int_0^t e^{-w_n h(t-\tau)} \left\{ \frac{F(\tau)}{mw_s} \sin w_s(t-\tau) \right\} d\tau$$

elde edilir.

Duhamel Entegral Denklemini en etkili metodlardan biridir. Eğer $F(t)$ fonksiyonu sürekli fonksiyon olarak tarif edilemiyor ise, nümerik metodlar kullanmak gerekir.

EK.II. STODOLA-VIANELLO METODUNDA MAKSİMUM ÖZEL DEĞER İÇİN KONVERJANS İSPATI (22, 23)

İstenilen,

$$[X] \{a\} = \lambda \{a\}$$

denkleminin maksimum özel değerinin bulunmasıdır. Bu denklemde serbestlik derecesi kadar özel değer ve özel vektörlerin olduğu kabul edildiğinden, özel vektörleri,

$$[\{a_p\}, \{a_q\}, \dots, \{a_r\}]$$

olarak alalım. Her özel vektör için,

$$\{a_{p1}, a_{p2}, \dots, a_{pn}\}$$

$$\{a_{q1}, a_{q2}, \dots, a_{qn}\}$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\{a_{r1}, a_{r2}, \dots, a_{rn}\}$$

elemanları olacaktır. Her özel vektöre tekabül eden $\lambda_p, \lambda_q, \dots, \lambda_r$ özel değerleri bulunduğunu düşünelim. Şimdilik, λ_r 'in en büyük özel değer olduğunu kabul edelim. Stodola-Vianello Metodunda görüldüğü gibi, ilk tahmin edilen vektörün diğer özel vektörlerin belirli oranlarda ki toplamından meydana geldiğini kabul edelim.

$$\{a_{g1}\} = c_p \{a_p\} + c_q \{a_q\} + \dots + c_r \{a_r\}.$$

Eğer tahmin edilen $\{a_{g1}\}$, $[X]$ matrisi ile çarpılırsa,

$$\begin{aligned} [X] \{a_{g1}\} &= \lambda_{g1} \{a_{g1}\} \\ &= c_p \lambda_p \{a_p\} + c_q \lambda_q \{a_q\} + \dots + c_r \lambda_r \{a_r\} \\ &= \lambda_r c_p (\lambda_p/\lambda_r) \{a_p\} + c_p (\lambda_q/\lambda_r) \{a_q\} + \\ &\quad \dots + c_r \{a_r\} \end{aligned}$$

elde edilir. λ_r en büyük özel değer olarak tahmin edildiğinden, iterasyon ile, λ_p/λ_r ve (λ_q/λ_r) gibi oranlar daima birden küçük olacaktır. Daha fazla iterasyonla, $\{a_r\}$ mod vektörünü tesiri büyüyecek, diğer modların tesirleri azalacak ve λ_r en büyük özel değer olacaktır.

Rijitlik matrisleriyle,

$$(\lambda_r)_{\text{maks}} = w_n^2 \text{ (maks)}$$

ve esneklik matrisleriyle

$$(1/\lambda_r)_{\text{maks}} = (1/w_n^2)_{\text{maks}} \text{ elde edilir.}$$

EK III. ÇSD SİSTEMLERDE MODLARIN ORTOGONALLIĞI (7, 22, 28)

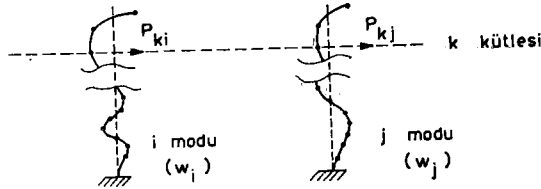
ÇSD bir sistemin serbest titreşimine ait genel çözümü

$$\{u\} = [a] \{f(t)\}$$

veya k kütlesine tekabül

$$u_{ki} = a_{ki}(x) f(t)$$

olarak alınabilir. Tabii modlar için denklem V.19'dan, $\ddot{u}_{ki} = -w_i^2 a_{ki} u_{ki}$ olduğundan, Şekil EIII.1'de görülen k kütlesine tekabül i modundaki kuvvet $P_{ki} = -m_k \ddot{u}_{ki} = w_i^2 m_k u_{ki}$ ve j modundaki kuvvet $P_{kj} = -m_k \ddot{u}_{kj} = w_j^2 m_k u_{kj}$ olacaktır.



Şekil E. III. 1 i ve j Modları

Virtüel iş prensibine göre, serbest titreşimde, j moduna tekabül eden $\{u_j\}$ virtüel deplasman vektöründen (veya mod vektörü $\{a_j\}$) dolayı i modunda, k kütlesinin virtüel işi,

$$P_{ki} a_{kj} = w_i^2 m_k a_{ki} a_{kj}$$

ve bütün kütleler için

$$\sum_{k=1}^n P_{ki} a_{ki} = \sum_{k=1}^n w_i^2 m_k a_{ki} a_{kj}$$

elde edilir. Aynı şekilde, i moduna tekabül eden $\{u_i\}$ virtüel deplasman vektöründen (veya mod vektörü $\{a_i\}$) dolayı j modunda k kütlesinin virtüel işi,

$$P_{kj} a_{ki} = w_j^2 m_k a_{kj} a_{ki}$$

ve bütün kütleler için,

$$\sum_{k=1}^n P_{kj} a_{kj} = \sum_{k=1}^n w_j^2 m_k a_{kj} a_{ki}$$

elde edilir. Betti Kanununa göre bu iki virtuel iş birbirine eşittir. Böylece,

$$\sum_{k=1}^n w_i^2 m_k a_{ki} a_{kj} = \sum_{k=1}^n w_j^2 m_k a_{kj} a_{ki}$$

veya

$$(w_i^2 - w_j^2) \sum_{k=1}^n m_k a_{ki} a_{kj} = 0$$

ve burada

$$w_i^2 - w_j^2 \neq 0$$

olacağından

$$\sum_{k=1}^n m_k a_{ki} a_{kj} = 0$$

olmalıdır. Buna ORTOGONALLIK PRENSİBİ denir. Matris olarak

$$[a_i] [m] [a_j] = 0$$

şeklinde ifade edilir.

SİSMİK BÖLGELEMEDE PROBLEMLER

Yazan : G. W. Housner ve P. C. Jennings

Çeviren : Ahmet Tabban (*)

SYNOPSIS

The paper analyzes the problems of seismic zoning for engineering design and makes recommendations for future practice. The degree of data and judgement that are present in seismic zoning maps of different types is reviewed and the characteristics of the different forms of data are examined. A brief section is devoted to an assessment of microzoning and the theoretical calculation of surface motions.

It is concluded that a good seismic zoning map for engineering use should be simple, with broad zones, and should not be overly dependent on individual past earthquakes. In the writers judgment, seismic zoning maps specifying design criteria should be drawn by knowledgeable engineers in each particular field, using more general scientific maps for data and guidance. It is concluded also that microzoning and the theoretical calculation of surface motions are not yet reliable methods for determining ground motions for design calculations; it is more appropriate to determine such motions by direct extrapolation from comparable recorded accelerograms.

ÖZET :

Bu makalede mühendislik projelendirmeleri için sismik bölgeleme problemleri incelenmekte ve pratikte kullanılmak üzere önerilerde bulunulmaktadır. Çeşitli bölgeleme haritalarında yer alan veri ve tahminlerin derecesi üzerinde durulmakta, çeşitli formlardaki verilerin özellikleri araştırılmaktadır.

Tebliğin kısa bir bölümü de mikrobölgeleme ve zemin hareketlerinin teorik hesabının değerlendirilmesine ayrılmıştır.

Mühendislik amaçları için kullanılacak iyi bir sismik bölgeleme haritasının basitlik, az sayıda bölgelere ayrılmış bulunması ve geçmişteki münferit depremlere fazlasıyla bağlı olmama özelliklerini bulundurması gerektiği sonucuna varılmaktadır.

Yazarların kanısına göre proje kriterlerini gösteren sismik bölgeleme haritaları daha genel bilimsel haritalardan hareket edilerek kendi sahasında bilgili mühendisler tarafından hazırlanmalıdır. Ayrıca, mikrobölgeleme ve yü-

(*) Deprem Araştırma Enstitüsü Başkanlığı

zeysel hareketlerin teorik hesap tekniklerinin, proje hesaplarında gözönüne alınacak zemin hareketlerinin elde edilmesinde güvenilir yöntemler olmadığı sonucuna varılmıştır; Bu gibi hareketleri benzer şartlar altında kaydedilmiş akselerogramlardan doğrudan doğruya değerlendirme yoluyla elde etmek daha uygundur.

GİRİŞ :

Mühendislerin kullandığı sismik bölgeleme haritası; depreme dayanıklı projelerin hazırlanmasında, deprem kuvvetlerini veya hareketlerini kapsamış bulunmasıyla ve deprem tekerrürlerine ait bilgi vermesiyle, bir sismisite haritasından ayrılır.

Sismik bölgeleme haritaları, depreme dayanıklı projelendirmenin pratikteki yardımcısıdır. Çünkü lokal bölgelerde kolaylıkla deprem hasarlarının tesbit edilemediği yerlerde ancak bu haritalar rehber niteliğindedir. Bu tür çalışmalar büyük projelerle ilgili baraj ve nükleer santral yerleri için en uygun olmaktadır. Sismik Bölgeleme haritalarından elde edilen kuvvetler, depreme dayanıklı projelendirmelerdeki aşamaların sadece bir kısmını teşkil eder. Depreme dayanıklılığın anlamı, projelendirmelerde kullanılan gerilmeler, deformasyonlar, deplasmanlar, sönüm ve süneklik gibi faktörlerin bilinmesiyle gerçekleştirilmektedir. Sismik bölgeleme haritalarının hazırlanması kaynak bilgilerin noksan bulunmasından dolayı zordur.

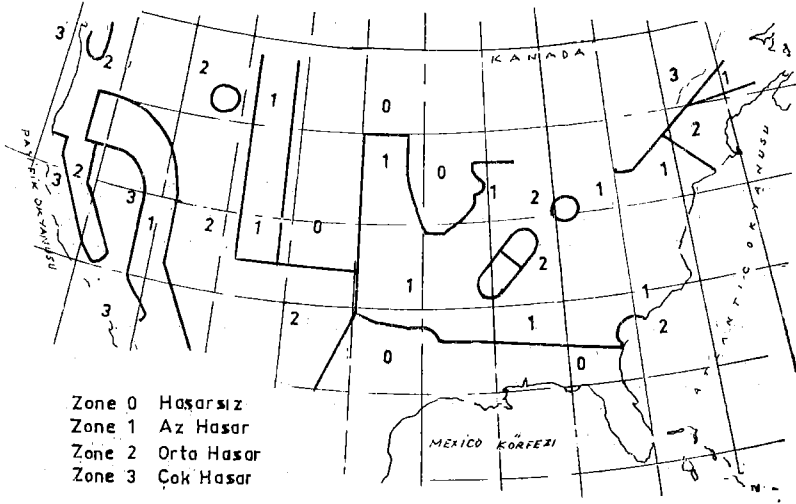
Deprem tekerrürlerine ait bilgilerin azlığı, hasarla depremin büyüklüğü arasındaki uyumsuzluk ve yapıların emniyeti ile ekonomisi arasındaki çelişkiler sismik bölgeleme haritalarının yapımını güçleştirir. Özel bölgelerde, geçmiş deprem hasarlarına bakarak, mühendisten detaylı bir proje beklemek yerinde olmaz.

Bununla beraber jeolog, sismolog, deprem mühendisi ve proje mühendislerinin birlikte hazırladıkları bu tür haritalara pratikte ihtiyaç vardır.

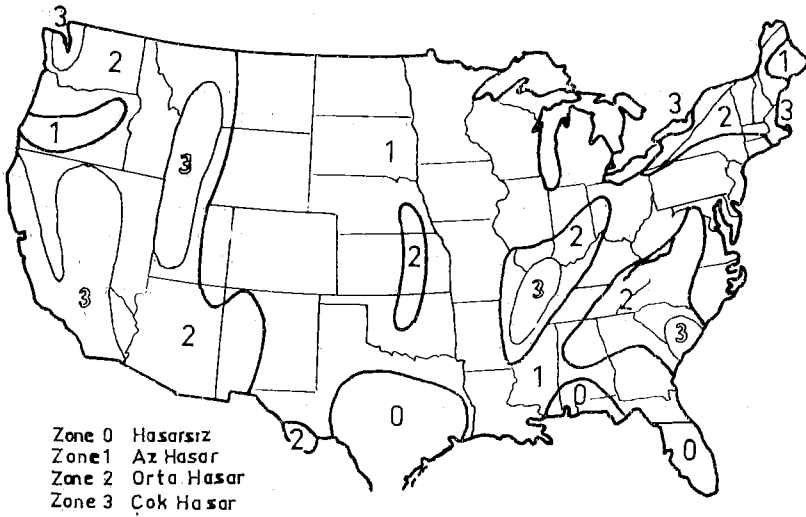
Belirli bölgelerdeki deprem tehlikesinin tayini deprem bölgeleri haritalarına karşı bir alternatif olarak görülür. Örneğin; Kaliforniya'da Okul binalarının projelendirmesinde deprem kuvvetlerinin tesbiti için bu yöntemden faydalanılmıştır. Fakat bu çalışmalar büyük baraj ve nükleer santraller için yapılanlara kıyasla daha kabadır. Gerek temel verilerin eksikliğinden gerekse değerlendirmedeki farklılıklardan ötürü elde edilebilen güvenilir detaylı bilgilerle, hazırlanmış çok değişik sonuçlar çıkabilir.

Sismik bölgeleme haritaları proje mühendislerine yaradığı gibi şahıslar içinde faydalıdır.

Amerikada kullanılmış olan ilk sismik bölgeleme haritası USCGS tarafından 1948 de hazırlanmıştır (1). Bu harita 1949 Washington yakınındaki Olympia depreminin etkilerini de kapsayarak tekrar düzenlenmiş (2), ve 1952 ye kadar yürürlükte kalmıştır. Sonra Sismik Risk haritasınının 1969 da ESSA ve CGS tarafından geliştirilmesiyle evvelki harita yürürlükten kaldırılmıştır. Amerika'da (UBC) tarafından ve Kanada'da (NBC) tarafından birlikte kul-



Şekil 1 : Sismik zon haritası
 1949-1970 tarihleri arasında Amerika'da kullanılmış ilk sismik bölgeleme haritası



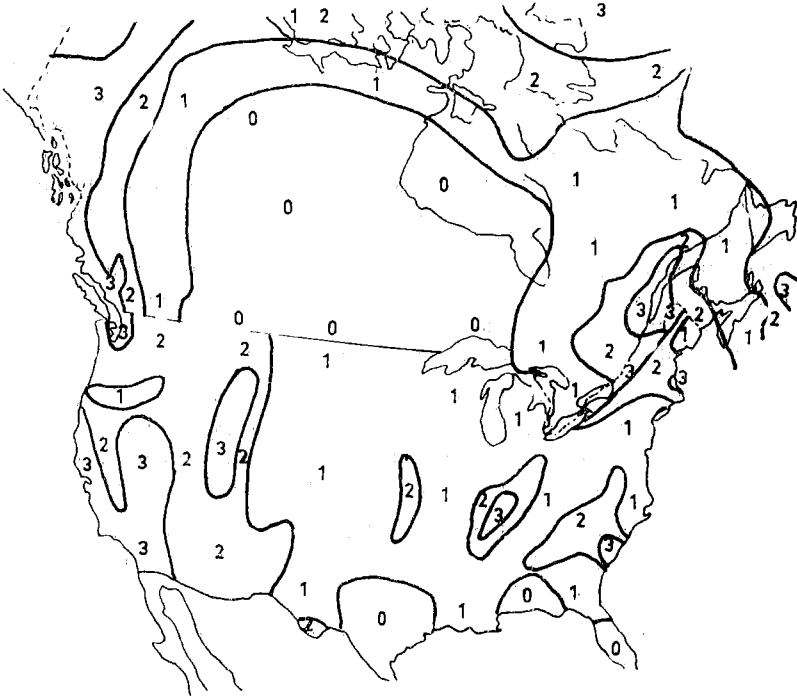
Şekil 2 : 1970 den sonra sismik zon haritası

lanılan haritalar Şekil (3) de gösterilmiştir. Haritalar aynı gaye için olmakla beraber başka gruplar tarafından hazırlanmışlardır. Bu Haritaların sismik bölgeleme konusundaki en son gelişmeleri yansıttığına inanılmaktadır. Haritalar bölgelerin derecelendirilmesinde birbirleriyle uyusmakla beraber, orta ve düşük sismisite gösteren bölgelerin çok doğru oldukları söylenemez. Şekil 3.de gösterilen haritaların hazırlanışında kullanılan yöntem, 4. Dünya Deprem Mühendisliği tebligleri arasında yayınlanmıştır. Bunların hazırlanış prensipleri farklıdır. Örneğin UBC de uygulanan haritada depremlerin tekrerrü mühendislikte önemli bir faktör olduğu halde göz önüne alınmamıştır.

SİSMİK BÖLGE HARİTALARININ TIPLERİ :

Çok çeşitli sismisite ve sismik bölgeleme haritaları hazırlanmıştır.

Haritanın sunmak istediği, dolaylı olarak çıkarılabilecek veriler veya projelendirme ile ilgili kriterleri veren çeşitli sismisite haritaları yapılmış olup önemli olan, bu haritalardan hangisinin kullanılacağıdır. Özellikle son grup haritalarda, haritanın uygulama gayesi ile birlikte ekonomi ve güvenliğe verdiği önem bakımından büyük farklar çıkabilir. Bu haritalar dayandıkları veri ve değerlendirmelerin oranlarına göre sınıflara ayrılabilir.



Şekil 3: Amerika'da (UBC) tarafından ve Kanada da (NBC) tarafından kullanılan sismik zon haritası

Sismisite Haritaları :

En basit bir sismisite haritası, olmuş depremlerin magnitüdlerinin ışıretlenmesinden meydana gelir. Genellikle haritalarda sadece episantrların ışıretlenmesi yanıltıcı olup, özellikle büyük depremlerin şiddetle sarstağı bölgeler hakkında bilgi vermez. Bundan dolayı sismisite haritaları bazan MM veya şiddet cetvellerine göre yapılır. Bu gibi haritaların şiddetli sarsınta bölgeleri hakkında daha iyi bilgi vermelerine karşılık şiddet cetvelleri oldukça subjektiftir ve episantral haritalara kıyasla daha fazla tahminlere dayanır. Özellikle kaydedilmiş sismik verilerin seyrek olduğu bölgelerde şiddet cetveline göre tayin edilen episantral şiddet, mağnitüd yerine kullanılır, dolayısıyla bu gibi haritalar şiddet tayinlerinde olabilecek hatalardan ötürü gerçek durumdan ayrılabilirler.

Bir bölgede deprem tekerrürü-Magnitüd bağıntısının tayinine yetecek miktarda veri toplanabiliyorsa, bir deprem olasılığı haritası hazırlanabilir. Dünyanın birçok bölgelerinde bu gaye için toplanabilen veriler yeterli olmayıp büyük ölçüde tahminlere gidilmektedir. Sismisite verilerinin gösterilmesinin başka bir yolu da geçmiş depremlerle ilgili deformasyon enerjisi yoğunluğunun dağılımını belirtmek olup, örneğin kümülatif deformasyon enerjisi yoğunluğunu gösteren eğriler çizilebilir. Mühendislik bakımından bu cins haritaların sakıncalı yönü, münferit depremlerin ilk bakışta seçilemeyişi ve konturların düzgün gidişinin yer hareketini tahminde yanıltıcı oluşudur.

Fay Haritaları Sismotektonik Haritalar, Deprem Olasılık Haritaları :

Sismik fay haritaları belirli bir zaman süresi içinde (tarihi zamanlar veya son 10.000 yıl gibi) hareket etmiş olan bütün fayları göstermek üzere hazırlanırlar. Bu tip haritaya örnek olmak üzere şekil 4. de Güney Kaliforniya Haritası gösterilmiştir. Bu haritanın hazırlanışında büyük ölçüde tahminlerde bulunulmuştur. Fay kırığı boyunca heyelanların veya saklı fayların karakteristikleri tartışılmış mesleki görüşlerde ayrılıklar çıkmıştır. Son jeolojik zamanda hareket etmiş olan fayların ayırımında da benzer zorluklar çıkmış olup, görüşler bu devre içinde fayların aktif olup olmadığı hususunda aykırılık göstermiştir. Bir fayın aktif olduğuna hükmedilse bile bunun üzerinde çeşitli mağnitüde depremlerin meydana gelme olasılığı için ancak tahminlerde bulunabilinir. Dolayısıyla fay haritaları ihtiyat payıyla kullanılmalıdır.

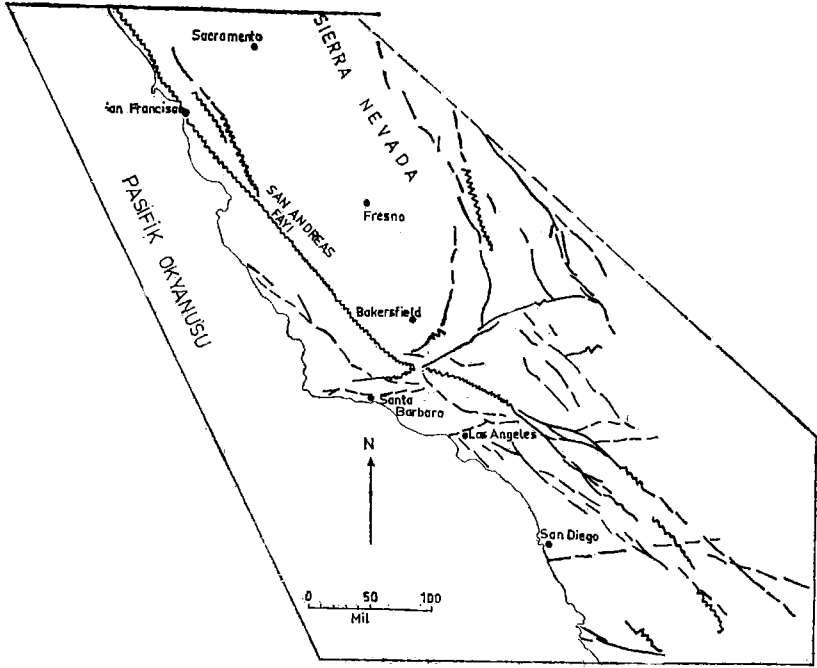
«Sismotektonik» Harita adını, esas itibariyle bir fay haritası olup lokal jeoloji, tahmin edilen tektonik olaylar ve benzeri jeolojik bilgi ile takviye edilen haritaya vermekteyiz. Bu haritalara çok çeşitli bilgiler katılabilir, bunların seçiminde ve katılmasında büyük ölçüde tahminler yer alır.

Bir deprem olasılık haritası, bazen bir fay haritasından hareket edilerek, herbir aktif fayda mağnitüd tekerrür bağıntıları yaklaştırarak ve şiddet bölgelerini göstererek hazırlanır.

Böylece bu harita deprem şiddetinin olasılığını gösterir. Böyle bir harita yapmak için de geniş ölçüde tahminlere dayanılır.

Mühendislik Haritaları :

Yukarıda sözü edilen haritalar temel verilerin sismolojik ve jeolojik açıdan değerlendirilmiş halini gösterirler ve genellikle doğrudan doğruya mühendis-



Şekil 4: Güney Kaliforniya'nın fay haritası (500.000 yıllık aktif fayları göstermektedir)

lerin işlerine yararlı olmazlar. Çünkü mühendislerin istediği, müsaade edilebilecek gerilme ve deformasyonlar ile karşı konulacak sismik yükün büyüklüğüdür. Mühendisler için hazırlanan haritalar, hazırlanmış gayelerinin ve haritayı yapan kişilerin ilgi alanlarına göre değişiklik gösterebilir. Meselâ, yüksek binalar için hazırlanan bir sismik bölgeleme haritası, kısa periyotlu binalar için hazırlananlardan farklı olabilir; Nükleer santraller için hazırlanan bir sismik bölgeleme haritası tek ailelik konutlar için hazırlanandan farklılık gösterebilir; Güney Kaliforniya için hazırlanan bir harita, karakter bakımından Hindistan için hazırlanan bir haritadan farklı olabilir. Aynı zamanda, tesisatın portatif olması mecburiyeti veya değişik yapım şartları özel uygulamalar için değişik tipte bir sismik bölgeleme haritasını gerektirebilir. Buna bir örnek olarak asansör tesisatının, imalat düzenindeki yeknasaklık gereği ile, ABD'nin batı bölgelerini tek bir sismik bölge içine almasını gerektirebilir.

Güney Kaliforniya'da elektrik tesisatı için kullanılacak bir mühendislik bölgeleme haritası Şekil 5 de örnek olarak gösterilmiştir. Haritadaki çeşitli bölgeler çeşitli seviyelerde davranış spektrumlarına ve ölçeklendirilmiş akselerogramlara işaret etmektedir. (Bu şekil net olmadığı için çeviriye konulamamıştır.)

Hazırlayanların kişisel ilgi alanlarının değişikliğinden ileri gelen bölgeleme farkları genellikle ekonomi ve kamu güvenliği gerekleri arasındaki bağlantılarından ortaya çıkmaktadır. Sadece kamu güvenliği açısından hazır-

lanan bir harita olabilecek en şiddetli sarsıntıya dayandırılacaktır, tekerrür bir faktör olmayacaktır. Diğer taraftan depreme dayanıklılığa karşılık tamir masrafı ekonomisine dayandırılarak bölgeleştirilen bir haritada şiddetli sarsıntı olasılığı göz önünde tutulacak ve tekerrür süresi yapıların ortalama ömründen çok daha uzun olan depremler, kamu güvenliği bakımından tehlikeli olsalarda bölgelemede pek etkili olamayacaklardır. Kolayca anlaşılacağı gibi şekil 3 deki harita da dahil olmak üzere, eskiden yapılmış ve mevcut haritaların çoğu bu iki uç arasındadır. Aslında bir sismik bölgeleme haritası, gerçekte arzu edilebilecek daha eksiksiz bir önlemler dizisinin ekonomik düşünceleriyle zayıflatılması gerçeğini yansıtmaktadır.

Mühendislik gayeleri için bir harita hazırlanması çalışmanın dayandırılacağı sismolojik ve jeolojik haritaların ötesinde büyük ölçüde kanaat ve tahminlerin katılmasını gerektirir. Ayrıca, Mühendislik haritalarının hazırlanmasında teknik hususların dışındaki bazı faktörlerde çok önemli rol oynarlar. Bölgeleme haritalarının uygulanacağı yerleri ilgilendiren mülki sınırlar teknik bilginin yeterli olmadığı yerlere rastlayabilir. Aslında şekil 1. de ki haritada yer alan garip şekilli bölgeler özellikle dayanılan verilerin eksikliğini göstermek için yapılmıştır.

TEMEL VERİLERİN GÜVENİLİRLİĞİ

Depreme dayanıklı projelendirme için en önemli temel veri, dünya üzerinde çeşitli yerlerde alınmış olan strong-motion akselerogramlarıdır. Sismik bölgelemede önemli bir gaye her bir bölgedeki deprem büyüklüklerini ifade edebilecek strong-motion kayıtlarını gösterir bir haritanın hazırlanmasıdır. Ne var ki veriler henüz buna imkan vermemektedir. Ve bu gayeye yıllarca erişilemeyecektir. Eldeki veri topluluğu, sadece, çeşitli şartlar altında alınmış büyüğe sarsıntılarda örnekler vermeye yaramakta olup, California ve Japonya gibi bölgelerde büyük depremlerin oluş ihtimallerini tayine yeterli sayılabilir. Bununla beraber küçük bir bölgede beklenen sarsıntıların inceliklerle belirlenmesi ve tekerrürleri için yeterli veri olmadığı gibi büyük magnitudlü depremlerin kayıtları da yoktur.

Tarihi hasar değerlendirmeleri ve sismolojik ölçmelerle sağlanan veriler pek sıhhatli değildir, çünkü şiddet ve sarsıntının karakterini belirten strong-motion verilerinden yoksundurlar. Sismolojik ölçmeler halinde depremin sismolojik bir ölçüsü ile (Richter magnitudü gibi), mühendislik şiddet ölçüsü (Spektrum) arasında bir bağıntı kullanmak gereklidir.

(MM) gibi şiddet ölçekleri sarsıntının şiddetini ölçmek gayesiyle hazırlanmış olmalarına rağmen, bu gayede etkili olarak işe yaramazlar. Bunların en büyük zayıflığı şahısların, iyi projelendirilmiş yapılardaki etkilerle, projelendirilmemiş yapılardaki genel etkileri birbirinden ayıramamalarıdır. Yapılan yüksek şiddet tahminleri bilindiği gibi genellikle zemin etkilerinden ileri gelmektedir. Eldeki bilgilerin ışığında belirli bir (MM) şiddet derecesi çeşitli şiddet ve uzaklıktaki sarsıntılardan elde edilebilir. Richter magnitudü ile sarsıntı şiddeti arasındaki ampirik bağıntılar bir derece daha güvenilir olmaktadır. Fakat bunların çoğu magnitud ile episantr mesafesi ve maksimum ivme arasındaki bağıntıyı göstermekte olup büyük ölçüde hata taşırlar. Meselâ San Fernando depreminde eşit uzaklıkta iki yerdeki maksimum ivmelerden birinin diğerinin

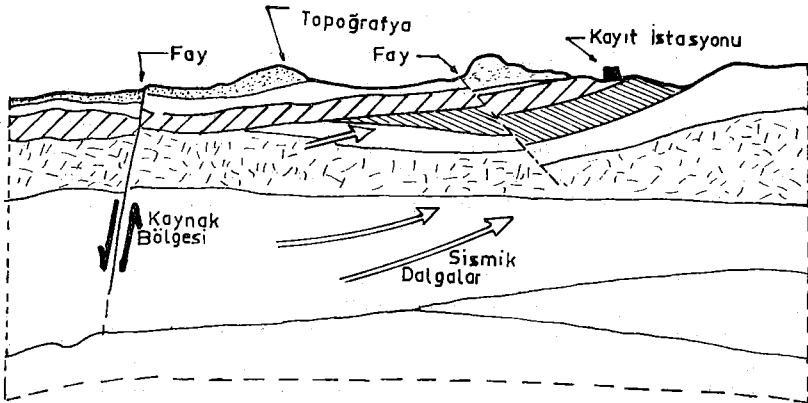
iki katı olduğu görülmüştür (7). Ayrıca tarif olarak magnitüd 100 km. mesafede uzun periyodlu maksimum davranış olup, maksimum ivme kısa periyotta ve ancak birkaç km. mesafede ölçülmektedir. Dolayısıyla ampirik bir eşitlikte bu iki büyüklük arasında hassas bir bağıntı bulunamayışına şaşmamak gerekir.

Jeolojik bakımdan yeni fakat tarih öncesi devirlerdeki faylanmaya ait bilgilerin ve diğer tektonik verilerin kullanılması daha başka bir problemdir. Bu gibi verilerden deprem oluşlarını çıkartmak tahmin ve kanaate dayandığı gibi gelecekteki depremlerin magnitüdüleri de ancak tahminlere dayanabilir.

Bu tahminler genellikle magnitüd veya şiddetleri verme şeklinde olup mühendislik problemini yukarıda belirtilen noktaya getirir.

Mikrobölgeleme ve Yüzeysel Hareketlerin Hesaplanması :

Belirli bir fay üzerinde belirli bir deprem oluşması halinde yüzey hareketlerinin hesaplanması için son yıllarda çeşitli metodlar teklif edilmiştir. Şekil 6 da gösterildiği gibi yüzey hareketlerinin hesaplanması bakımından önemli olan unsurlar kaynak mekanizmasının yapısı, sismik dalgaların geçtiği bölgenin jeolojik yapısının etkisi ve lokal zemin etkisidir. Bazı metodlarda kaynaktan başlamak, bazılarında da lokal bölgenin tabanından başlamak üzere ana kayadaki hareket fay uzaklığına göre değiştirilebilir. Bu bilgiler verilmiş fay üzerindeki depremlerin tekrerrüü ile ilgili istatistiksel bir tahminle birleştirilerek bir çeşit sismik bölgeleme özelliğini kazanır; Bu gibi analizler önemli tesislerin projelendirilmesinde yer hareketlerini tahmin etmek için kullanılmıştır. Bu metodla büyük bir bölge üzerinde (Californiya gibi) bütün hareket kaynaklarını göz önüne alarak sonuçlara ulaşır ve herbir ihtimal sayıları verilirse işlemin doğruluk derecesini tayin etmek için sonuçlar tarihi kayıtlarla kıyaslanabilir. Bu gibi çalışmaların büyük alanlarda yapılması halinde şiddetli sarsıntılar için elde edilen sonuçların tarihi sismisteden elde edi-



Şekil 6 : Yüzey hareketlerin hesaplanması bakımından önemli olan unsurlar; kaynak mekanizması sismik dalgaların geçtiği bölgenin jeolojik yapısının etkisi ve mahalli şartların etkisi sematik diyagramda gösterilmiştir

lene kıyasla daha yüksek olacağı kanısındayız. Kaynak -katedilen yol- yapının bulunduğu saha üzerindeki herhangi bir yerden başlayarak, yüzey hareketini elde etme çalışmaları, hedefleri yer hareketinin karakterinin açıklanması olduğu için faydalı bilimsel çalışmalardır.

Şimdiye kadar şiddetli depremlerde sadece yüzey hareketleri ölçülmüş olup yukarıda bahsedilen konunun çeşitli bölümleri ile ilgili varsayımların etkisi hakkında henüz birşey söylemek mümkün değildir. Bu varsayımlar çok kaba olup kanımızca yüzey hareketlerini kayıtlardan değerlendirme yolu ile elde etmeye kıyasla daha büyük hatalar getirebilir. Ayrıca Elsentro'da (8) alınan strong-motion kayıtları sağlam zeminler için kaynak mekanizması ve katedilen yola kıyasla lokal zemin etkilerinin pek önemli olmadığını göstermiştir. Aynı şekilde San Fernando depreminde Pasadena'da alınan kayıtlar hesap edilenlerle tutarlılık göstermemiştir (9)

Sonuçların böyle olması ve gerek kaynak hareketlerinin gerekse ana kayadaki hareketlerin kaydedilmiş olması bu metodların konuyu olduğundan daha basit olarak ele aldığına işaret etmekte olup henüz yer hareketini güvenilir bir şekilde hesaplayacak bir duruma gelinmemiştir.

Sismik bölgeleme için mikrotremor ve mikroseismlerin kullanılması da bir araştırma konusudur. Fakat henüz mühendislik gayeleri için güvenilir bir metod olmadığı görülmektedir. Karşılaşılan en önemli zorluklar hareketlerin özelliğinin stasyonere (Yere bağlı zamana bağlı değil) olmaması, kaynağın özelliğinin bilinmemesi ve kaydedilen şiddetli hareketlerin bunlarla olan ilişkilerinin belirsizliğidir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

İyi bir haritanın özellikleri

İyi bir sismik bölgeleme haritasının en büyük özelliği bir deprem olduktan sonra önemli değişikliğe ihtiyaç göstermemesidir.

Bunun anlamı, mümkün mertebe geçmişteki münferit depremlere fazlasıyla bağımlı olmamasıdır. Bu, kısa bir sismik geçmişten, bölgeleme haritasının çıkarılmasının doğurduğu bir zayıflıktır. Pratik bakımdan sismik bölgeleme haritasını kullananların gerçekten öğrenmek istedikleri şey o bölgede yapınının maruz kalacağı yer titreşimleridir. Bu nedenle kaçınılmaz bir gerçek olarak bir sismik bölgeleme haritasının değeri, gelecekteki yer titreşimlerini ne derece doğrulukla tahmin ettiğine bağlıdır.

İyi bir sismik bölgeleme haritasının en büyük özelliği, fazla detayları içermemesidir. Fazla detaylı haritalar hatalı olabilir. Bu nedenle haritaya az miktarda bilgiler konmalıdır. Verilerin çokluğu nedeniyle bunların hepsini haritaya geçirmemiz gerekmez. Bunların çokluğu da haritayı yorumlayacak kişiler için engel teşkil eder. Deprem mühendisliğindeki projelendirmelerde kullanılan, özel doneleri kapsayan haritalar, tam mükemmel olarak yapılmalıdır. Böylece haritalar, tam mükemmel olarak yapılmalıdır. Böylece haritayı kullanan kendi yetkisi dışında bir takım kararlar verme zorunluluğunu duymayacaktır. Beklenen MM şiddetini veren. veya beklenen en büyük zemin ivmesini gösteren haritalar doğrudan doğruya mühendise faydalı olan haritalar değildirler.

Mühendislik projeleri için hazırlanmış iyi bir sismik harita, kullananların özel ihtiyaçlarına ve projelendirme usullerine uygun olmalıdır. Bu görüşe göre yüksek binalar için kullanılacak bir sismik bölgeleme haritasının elektrik iletim tesisleri için kullanılacak bir haritadan önemli bir ayrılık göstermesi beklenmelidir. Belirli bir gaye için hazırlanmış haritayı ve bununla ilgili proje kriterlerini başka bir konuda uygulamak iyi bir usul değildir.

Projelendirme için yer hareketleri :

Kanımızca projelendirme gayeleri için deprem hareketlerinin seçiminde en uygun yol, mümkün olduğu kadar benzer şartlar altında alınmış strong motion kayıtlarından bir grup meydana getirmek ve bunlardan değerlendirmelere geçmektir. Kullanılan kayıtlara gerekirse sun'i depremler de ilave edilebilir. Bu usul şimdiki bilgi durumuna göre en iyi usul olarak görülmekte olup kullanıcılara yapılan varsayımları açıkça belli etmektedir. Daha esaslı veriler olmasızın yeni yaklaşımlar ve tahminler getiren karmaşık metodlar, güvenilir verilerden çıkarılan bilgilerle kesin olmayan hesap metodlarından varılan sonuçların ayrılmasında belirsizlik getirir.

Sismik bölgeleme haritalarının meydana getirilişi :

Bu konudaki kanımız diğer yazarlarınkine de uygun olarak, her bir meslek grubunun kendi uzmanlık alanına giden tipte haritalar hazırlamasıdır. Örneğin resmi kuruluşlar büyük ölçekli sismisite, faylanma ve diğer jeolojik özellikleri gösteren haritalar hazırlar. Bu gibi haritalar projelerde kullanılacak kuvvetleri gösteren sismik bölgeleme haritaları için veri sağlayacaklardır. Projelendirme için kullanılan haritaların periyodik olarak yenilenmesi gereklidir. Bu gibi yenilemeler deprem etkileri konusundaki bilgilerin artmasından, toplumun depremden korunma ihtiyacının değişmesinden, şehirleşme ve endüstrileşmeden dolayı gereklidir.

Mühendislik projeleri için sismik bölgelemeye katkıda bulunacak çeşitli disiplinlerdeki bilgi durumu ve yapılması gerekli varsayımlar gözönünde tutulursa bu cins bir sismik bölgeleme haritasının yapımında tek çıkar yol bu konularda en bilgili insanlardan meydana gelen bir gruba bu işi vermektir. Grup önce bilimsel haritaları ve verileri inceleyecek, gerektikçe uzmanlardan fikir alacak ve mevcut projelendirme usullerine uygun olarak bir sonuca varacaktır. Böyle bir grup tarafından yapılan sismik harita depreme dayanıklı projelendirme ile ilgili çeşitli faktörler arasında makul bir denge sağlayacaktır.

Kaynaklar :

1. Roberts, E.B. F.P. Ulrich, "Seismological Activities of the U.S. Coast Geodetic Survey in 1948," BSSA, 40, 195-216, 1950.
2. Roberts, E.B. and F.P. Ulrich, "Seismological Activities of the U.S. Cost Geodetic Survey in 1949, "BSSA, 41, 205-220, 1951.
3. Roberts, E.B. and F.P. Ulrich, "Seismological Activities of the U.S. Cost Geodetic Survey in 1951, "BSSA, 43, 3, 255-268, 1953.
4. International Conference of Building Officials, "Uniform Building Code, 1970 Edition, Volume I, "Pasadena, Calif. 1970.
5. Algermissen, S.T., "Seismic risk Studies in the United States", **Proc. Fourth World Conf. on Earthquake Eng.**, Vol. I, Santiago, Chile, 1969.
6. Fugro, Inc., "Seismic Risk Analysis and A seismic Design Manual", prepared for So. Calif. Edison Co., May, 1972.
7. Hudson, D.E. (Ed.), "Strong-Motion Instrumental Data on the San Fernando Earthquake of Feb. 9, 1971, "Earthquake Eng. Research Lab., Calif. Inst. of Tech., and Seismological Field Survey, NOAA.
8. Udwadia, F.E., "Investigations of Earthquake and Microtremor Ground Motions, "Earthquake Eng. Research Lab. Report 72-02, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, Calif., Sept. 1972.
9. Hudson, D.E., "Local Distribution of Strong Earthquake Ground Motion", BSSA, 62, 6, Dec. 1972.

DEPREM ARAŞTIRMA ENSTİTÜSÜ BÜLTENİ YAYIN KOŞULLARI

1. Bültené gönderilecek telif ve tercüme yazıların :
 - a) Depremle doğrudan doğruya, ya da dolaylı yoldan ilgili olması
 - b) Bilimsel ve teknik bir değer taşıması
 - c) Yurt içinde daha önce başka bir yerde yayınlanmamış olması
 - d) Daktilo ile ve kağıdın yalnız bir yüzüne en az iki nüsha olarak yazılmış bulunması
 - e) Şekillerin aydınlar kağıdına çini mürekkebi ile çizilmiş olması
 - f) Fotoğrafların net ve klişe alınmasına müsait bulunması gerekmektedir.
2. Telif araştırma yazılarının baş tarafına araştırmanın genel çerçevesini belirten en az 200 kelimelek İngilizce, Fransızca ya da Almanca bir özet konulmalıdır.
3. İmar ve İskân Bakanlığı mensubu elemanlar tarafından hazırlanan ve telif ya da tercüme ücreti ödenerek yayınlanacak olan yazıların, mesai saatleri dışında hazırlanmış olduğu yazan, derleyen, ya da çevirenin bağlı bulunduğu birim amiri tarafından (genel müdürlüklerde daire başkanı, müstakil birimlerde birim amiri) verilecek bir belge ile belgelendirilmesi zorunludur. Bu belge ile birlikte verilmeyen yazılar için ücret ödenmez.
4. Telif ve tercüme ücretleri ancak yazı bültende yayımlandıktan sonra tahakkuka bağlanır.
5. Bültende yayınlanacak yazıların 300 kelimelek beher standart sayfası için teliflerde 75, tercümeelerde 50 TL. ücret ödenir.
6. Yazılarda bulunan şekiller için, gerekli olan asgari alan içinde bulunabilecek kelime sayısına göre ücret takdir edilir.
7. Telif ve tercüme ücretlerinin gelir vergisi stopaj yoluyla kesilir.
8. Yazıların bültende yayınlanması Deprem Araştırma Enstitüsü bünyesinde teşekkül eden Uzmanlar Kurulu'nun kararı ile olur.
9. Seçmeyi yapacak Uzmanlar Kurulu 5. maddede sözü edilen asgari alanları hesaplamaya, yazı sahiplerine gereksiz uzatmaların kısıtlanmasını teklif etmeye, verilecek ücrete esas teşkil edecek kelime sayısını tesbit etmeye ve yazıların yayın sırasını tayine yetkilidir.
10. Kurulca incelenen yazıların bültende yayınlanıp yayınlanmayacağı yazı sahiplerine yazı ile duyurulur.
11. Yayınlanmayacak yazılar bu duyurmadan sonra en geç bir ay içinde sahipleri tarafından geri alınabilir. Bu süre içinde alınmayan yazıların korunmasından Enstitü sorumlu değildir.
12. Diğer kuruluşlar ve Bakanlık mensupları tarafından bilgi, haber tanıtma v.b. gibi nedenlerle gönderilecek not ve açıklamalar, ya da bu nitelikteki yazılar için ücret ödenmez.
13. Enstitü mensupları Enstitüce kendilerine verilen görevlere ait çalışmalarından ötürü herhangi bir telif ya da tercüme ücreti talep edemezler.